мени $[0,T/2]$ может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} W_1(T,m_1,m_2,m_3) = \dfrac{2}{T}\int\limits_0^{T/2}\left[K\sum\limits_{i=1}^{n}(d_i n_i(t)+E_i l_i)\right]dt \to \min\limits_{m_1,m_2,m_3}, \\ \dfrac{2}{T}\int\limits_0^{T/2} Kn_i(t)dt > m_i,\ i=1,2, \\ \dfrac{2}{T}\int\limits_0^{T/2} Kn_3(t)dt \le m_3,\ t\in[0,T/2], \end{cases}$$

Функционал $W_1(T,m_1,m_2,m_3)$ представляет собой линейную функцию от $m_i = Kl_i$, $i=\overline{1,3}$, т.е. $W_1(T,m_1,m_2,m_3)=\sum\limits_{j=0}^{4} g_j m_j$. Ограничения оптимизационных задач в свою очередь могут быть представлены в виде $\sum\limits_{q,j=0}^{4} a_{jq} m_q > 0$, $i=\overline{1,3}$. На втором полуинтервале $(T/2,T]$ результаты имеют аналогичный вид. Таким образом, на каждом из рассматриваемых интервалов времени получаем задачу линейного программирования.

Литература. **1.** Ковалев Е.А. Сети массового обслуживания с ограниченным временем ожидания в очередях//Автоматика и вычислительная техника.– 1985.–№2.– С. 50-55. **2.** Матальцкий М.А., Романюк Т.В. Приближенные методы анализа сетей с центральной системой обслуживания и их применения. Монография. – Гродно: ГрГУ, 2003. –200 с. **3.** М е д в е д е в Г. А. Замкнутые системы массового обслуживания и их оптимизация// Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1978. – №6. – С. 199-203.

АППРОКСИМАЦИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ИНТЕГРАЛОВ В АЛГЕБРЕ ОБОБЩЕННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО МНОГОМЕРНОГО СЛУЧАЯ.

Русина Т.И., БГТУ, Брест

Проблемы теории стохастических дифференциальных уравнений связаны с проблемой умножения обобщенных функций. Такие уравнения содержат произведение обобщенных на недостаточно гладкие функции. В сообщении [1] анонсирована конструкция алгебры обобщенных случайных процессов, которая позволила с единых позиций исследовать решения стохастических уравнений различных классов (см. напр.[2, 3]) с помощью решений соответствующих уравнений в дифференциалах в этой алгебре. При этом исследование ассоциированных решений уравнений в дифференциалах сводится к исследованию предельного поведения конечных сумм с осреднением следующего вида:

$$\sum_{k=0}^{m-1} f_n\left(L_n(t_k)\right)\left(L_n(t_{k+1})-L_n(t_k)\right) \qquad (1)$$

где $0=t_0<t_1<...<t_m=t$, $t\in T=[0,a]\subset\mathbb{R}$, а f_n и L_n – соответственно свертки функции f и случайного процесса L с δ-образной последовательностью. В статьях [3, 4] показано, что пределы подобных сумм в случае когда $L(t)$ стандартный процесс броуновского движения [5] полностью описываются стохастическими θ-интегралами [6] вида $(\theta)\int_0^t f(L(s))dL(s)$, $t\in T$ в зависимости от связи диаметра разбиения и δ-образной последовательностью.

В алгебре обобщенных случайных процессов рассматривается предельное поведение сумм вида (1) в случае, когда $L(t)$ – многомерный стандартный процесс броуновского движения, а функция f зависит еще и от времени $t\in T$, т.е. $f=f(t,x)$.

Пусть (Ω,A,P) – полное вероятностное пространство, $\overline{B}(t)=(B^1(t),B^2(t),...,B^r(t))$ – r-мерный стандартный процесс броуновского движения [3].

Напомним некоторые понятия из работ [7], которые нам понадобятся в дальнейшем.

Определение 1. Расширенной прямой $\tilde{R}$ называется следующее фактор-множество $\tilde{R}=\overline{R}/M$, где $\overline{R}=\{(x_n):\forall n\in\mathbb{N}\ x_n\in\mathbb{R}\}$ и $M=\{(x_n)\in\overline{R}:\exists n_0\in\mathbb{N}\ \forall n>n_0\ x_n=0\}$.

Аналогичным образом определяется $\tilde{T}=\overline{T}/M$, где $t\in T=[0,a]\subset\mathbb{R}$, $a\in\mathbb{R}$, $\overline{T}=\{(x_n):\forall n\in\mathbb{N}\ x_n\in T\}$.

Рассмотрим множество последовательностей функций $f_n(t,\omega)$: $T\times\Omega\to\mathbb{R}$ со следующими свойствами:

1. $f_n(t,\cdot)$ является случайной величиной на (Ω,A,P) для всех $t\in T$ и $n\in\mathbb{N}$;
2. $f_n(\cdot,\omega)\in\mathbb{C}^\infty(T)$ для всех $n\in\mathbb{N}$ и почти всех $\omega\in\Omega$.

Будем говорить, что элементы $F=(f_n(t,\omega))$ и $G=(g_n(t,\omega))$ эквивалентны, если существует такой номер n_0, что для любых $t\in T$ и почти всех $\omega\in\Omega$

$f_n(t,\omega)=g_n(t,\omega)$ при $n>n_0$.

Через G(T, Ω) обозначим множество классов эквивалентности исходного множества. Очевидно, что G(T, Ω) образует алгебру с покоординатным сложением и умножением.

Определение 2. Класс эквивалентности вида $\tilde{F}(\tilde{t},\omega)=[(f_n(t_n,\omega))]$, $\tilde{t}=[(t_n)]\in\tilde{T}$, $[(f_n(t_n,\omega))]\in G(T,\Omega)$ называется обобщенным случайным процессом.

Множество обобщенных случайных процессов обозначим через $G(\tilde{T},\Omega)$; оно является алгеброй с покоординатными операциями сложения и умножения.

Будем говорить, что обобщенный случайный процесс $\tilde{F}(\tilde{t},\omega)=[(f_n(t_n,\omega))]\in G(\tilde{T},\Omega)$ ассоциирует классический случайный процесс с непрерывными, интегрируемыми и т.д. траекториями, если $f_n(t,\omega)$ при $n\to\infty$ для почти всех $\omega\in\Omega$ или в $L^2(\Omega,A,P)$ сходится к данному процессу в соответствующем пространстве непрерывных, интегрируемых и т.д. функций.

Пусть $\{\Phi_t\}_{t\in T}$ –стандартный поток σ-алгебр, $\Phi_a\subset A$; $B(t),t\in T$ – одномерный стандартный процесс Φ_t- броуновского движения.

Определение 3. Обобщенным случайным процессом броуновского движения называется элемент алгебры G($\tilde{T}$, Ω), ассоциирующий $B(t)$.

Рассмотрим произвольную последовательность $h_n>0$, $h_n\to 0$, $n\to\infty$. Для любой фиксированной точки t отрезка T имеет место представление: $t=\tau_t+m_th_n$, $h_n>0$, $n\geq 1$, $n\in\mathbb{N}$, $\tau_t\in[0,h_n)$, $m_t\in\mathbb{N}$.

Вводятся следующие обозначения:

$$S_nf(t,\overline{B}(t))=\sum_{l=1}^{r}\sum_{k=1}^{m_t}f_n(t,\overline{B}_n(\tau_t+(k-1)h_n))[B_n^l(\tau_t+kh_n)-B_n^l(\tau_t+(k-1)h_n)],$$

где $B_n^l(t)=\int_0^{1/n}B^l(t+s)\rho_n^l(s)ds$, $\rho_n^l(t)\in\mathbb{C}^\infty(\mathbb{R})$; $\rho_n^l(t)\geq 0$, $supp\,\rho_n^l(t)\subset[0,1/n]$,

$\int_0^{1/n}\rho_n^l(s)ds=1$, $i=\overline{1,r}$, $\overline{B}_n(t)=(B_n^1(t),B_n^2(t),...,B_n^r(t))$,

$$f_n(t,t_1,t_2,...,t_r)=\int_0^{1/n}...\int_0^{1/n}f(t+s,t_1+s_1,t_2+s_2,...,t_r+s_r)\rho_n(s,s_1,s_2,...,s_r)dsds_1ds_2...ds_r,$$

а $\overline{\rho}_n$ – неотрицательная бесконечно дифференцируемая функция, носитель которой содержится в $[0,1/n]^{r+1}$ и $\int\limits_0^{1/n}...\int\limits_0^{1/n}\overline{\rho}_n(s,s_1,s_2,...,s_r)dsds_1ds_2...ds_r=1$.

$$K_i(n,h_n)=\iint\limits_{\substack{0<s,\tau\le 1/n\\ |s-\tau|\le h_n}}(1-|s-\tau|h_n^{-1})\rho_i^n(s)\rho_i^n(\tau)dsd\tau.$$

Доказана теорема, которая является необходимым и достаточным условием сходимости суммы $S_nf(t,\overline{B}(t))$.

Теорема 1. Пусть $f\in\mathbb{C}_B^2(\mathbb{R}^2)$ и последовательность $h_n\to 0$ при $n\to\infty$, причем $1/n^2=o(h_n)$. Конечная сумма $S_nf(t,\overline{B}(t))$ сходится в $L^2(\Omega,A,P)$ и равномерно по $t\in T$ при $n\to\infty$, $h_n\to 0$ тогда и только тогда, когда числовые последовательности $K_i(n,h_n)$, $i=\overline{1,r}$ сходятся при $n\to\infty$, $_0h_n\to 0$.

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда, если $K_i(n,h_n)\to(1-2\theta_i)$, $\theta_i\in[0,1/2]$, $i=\overline{1,r}$ при $n\to\infty$, $h_n\to 0$ причем $1/n^2=o(h_n)$, то

$$\sup_{t\in T}E\left(\sum_{k=1}^{m_t}\sum_{l=1}^{r}f_n((\tau_t+(k-1)h_n,\overline{B}_n(\tau_t+(k-1)h_n))[B_n^l(\tau_t+kh_n)-B_n^l(\tau_t+(k-1)h_n)]-\right.$$
$$\left.-\sum_{l=1}^{r}(\theta)\int\limits_0^t f(s,\overline{B}(s))dB_l(s)\right)^2\to 0$$

Литература. **1.** Лазакович Н.В. //Доклада АН Беларуси. – 1995 –Т.39 № 3 – С. 20-22. **2.** Лазакович Н.В., Сташуленок С.П. //Теория вероятности и ее применение. – 1996. – Т.41, № 4 – С. 785-809. **3.** Лазакович Н.В., Сташуленок С.П., Яблонский О.Л. //Литовский математический сборник. – 1999. – Т.39, № 2 – С. 248-256. **4.** Яблонский О.Л. //Доклады АН Беларуси. – 2000 – Т.44 №2 – С.22-26. **5.** Ватанабэ С., Икеда Н. *Стохастические дифференциальные уравнения и диффузные процессы.* М.: Наука, 1986, 448с. **6.** Пугачев В.С., Синицын И.Н. *Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация.* М.: Наука, 1990, 630с. **7.** Лазакович Н.В. Стохастические дифференциалы в алгебре обобщенных случайных процессов //Доклады АН Беларуси. – 1994. – Т.38, № 5. – С. 23–27.