$$n_{опт} = \frac{1}{2} s a^{-1} e^{-\frac{s}{s+1}} \|z\|^{\frac{1}{s+1}} \delta^{-\frac{1}{s+1}}.$$

<u>*Замечание.*</u> Оптимальная оценка погрешности не зависит от α, но $n_{опт}$ от него зависит. Поэтому для уменьшения числа шагов n и, значит, объема вычислительной работы следует выбирать α как можно большим из условия $0 < \alpha \le \frac{5}{4\|A\|}$.

С учетом погрешности округлений оценка погрешности метода (2) примет вид

$$\|x - z_n\| \le s^s (2n\alpha e)^{-s} \|z\| + 2n\alpha\delta + n\alpha\gamma, \text{ где } n \ge 1.$$

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА

Прожерин И.Г., БГТУ, Брест

В развитии вычислительных алгоритмов решения трудных задач комбинаторной оптимизации и, конечно, в первую очередь задачи коммивояжера в последние годы четко обозначилась тенденция к использованию эвристических алгоритмов. Они являются основным инструментом решения практических задач. Появление эвристик обусловлено, в первую очередь, излишней чувствительностью точных алгоритмов по отношению к специфике задачи и наличию дополнительных условий [1,2,3].

Рассмотрим граф, для которого необходимо решить задачу коммивояжера, и его матрицу смежности. Попробуем решить для нее задачу о назначениях. Для примера возьмем граф на рис.1. Для его матрицы смежности задача о назначениях выделит следующие элементы (рис.1) [4]:

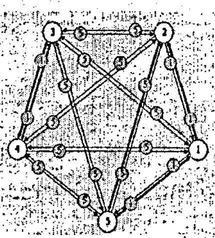

Рис.1. Граф с отмеченным решением задачи о назначении

На рис.1 видно следующее: если сопоставить выделенным элементам ребра графа, то получится, что из каждой вершины графа выходит и входит ровно одно ребро. То есть граф разобьется на непересекающиеся циклы, следовательно, задача о назначениях решает задачу несколько схожую с задачей коммивояжера. Если задача коммивояжера разбивает граф на один цикл так, чтобы суммарный вес ребер этого цикла был минимален, то задача о назначениях разбивает граф на несколько циклов с выполнением того же условия.

Общая схема решения задачи коммивояжера точным алгоритмом, используя решение задачи о назначении [1,4]:

1) возьмем исходный граф или граф из стека. Если стек пуст, переходим к шагу 6;

2) первоначальная проверка на существование разбиения графа на циклы. Проверим, есть ли вершины, из которых не выходит ни одно ребро или не входит ни одного ребра. Если есть, то этот граф больше не рассматриваем, т.е. переходим к шагу 1;

3) решим задачу о назначениях для матрицы графа;

4) если решение задачи о назначении является решением задачи коммивояжера, то запоминаем найденный путь и переходим к шагу 1. Если нет, то в случае, когда суммарная длина найденных циклов превышает длину уже найденного пути, переходим к шагу 1, в противном же случае переходим к шагу 5.

5) по отдельности выкидываем из графа ребра одного из циклов, кладем получившиеся графы в стек, переходим к шагу 1;

6) конец аглоритма. Выводим длину минимального найденного пути, или сообщаем, что такой не найден.

Рассмотренный алгоритм можно изменить для получения приближенного алгоритма. Приближенный алгоритм отличается от точного лишь тем, что не нужно делать перебор по всем ребрам каждого цикла, необходимо выбрать в каждом цикле одно ребро с максимальным весом и удалить его, а затем пересчитать задачу о назначении.

Общая схема решения задачи коммивояжера приближенным алгоритмом, используя решение задачи о назначении:

1) решается задача о назначении, в результате чего в графе выделяются замкнутые циклы;

2) если кол-во циклов равно 1 то решение задачи окончено, иначе переходим к шагу 3);

3) в каждом полученном замкнутом цикле необходимо найти ребро с максимальным весом и удалить его;

4) переходим к шагу 1).

Для решения задачи коммивояжера можно предложить еще один алгоритм корреляционно-регрессионного анализа.

Рассмотрим алгоритм построения гамильтонова контура с использованием линии регрессии:

1) определяем коэффициенты линии регрессии по координатам точек;

2) преобразуем координаты точек в систему, повёрнутую на угол наклона линии регрессии, причём чтобы значения ординаты были положительными;

3) разбиваем плоскость линиями параллельными оси абсцисс на уровни;

4) формируем частичные пути в каждом уровне;

5) объединяем частичные пути между собой таким образом, что конец пути полученного на первом уровне соединяется с концом пути полученном на втором уровне, а начало пути полученного на втором уровне соединяется с началом пути полученном на третьем уровне и т.д., а затем крайние точки полученного пути замыкаются между собой.

В результате выполнения алгоритма получим путь движения коммивояжера.

Определение параметров эффективности алгоритма – одна из важнейших задач. Для начала необходимо выбрать критерии оценки алгоритмов. Основными критериями являются трудоемкость, использование памяти, качество решения. Поэтому сравнение алгоритмов будем рассматривать в разрезе этих критериев [5,6].

Таблица 1. Сравнение алгоритмов

Алгоритм	Трудоёмкость	Память	Отклонение от оптимального значения, %
Ветвей и границ	$o(\sim 7n^2)$	$\sim(2n^3)$	0
Метод решения задачи коммивояжера, используя решение задачи о назначении (точный)	$o(\sim 10n^2)$	$\sim(2n^3)$	0
Метод решения задачи коммивояжера, используя решение задачи о назначении (приближенный)	$o(\sim n^2)$	$\sim(2n^2)$	10
Корреляционно-регрессионного анализа	$\sim o(n)$	n^2+3n	15

Анализируя данные в табл.1. видно, что алгоритмы предложенные ранее (ветвей и границ и точный алгоритм решения задачи коммивояжера, используя решение задачи о назначении), либо требуют использования большого объёма памяти порядка $\sim(2n^3)$ [5], либо имеют трудоёмкость большую в 7-10 раз.

При оценке алгоритмов по взаимоисключающим критериям не трудно понять, что идеального варианта быть не может.

Литература. 1. Меламед И. И., Сергеев С. И., Сигал И. Х., Задача коммивояжера. Точные методы // Автоматика и телемеханика. – М.: Наука, 1989. №10. с.3-29. **2.** Меламед И. И., Сергеев С. И., Сигал И. Х., Задача коммивояжера. Приближенные алгоритмы // Автоматика и телемеханика. – М.: Наука, 1989. №11. с.3-26. **3.** Гимади Э. Х., Перепелица В. А., Асимптотический подход к решению задачи коммивояжера, Сб. «Управляемые системы», Новосибирск, вып. 12, 1974, 35-45. **4.** Кристофидес Н., "Теория графов. Алгоритмический подход", М.: Мир, 1978. **5.** Гэри М., Джонсон Д., "Вычислительные машины и трудноредшаемые задачи" :пер. с англ. – М.:Мир, 1982.; ил. **6.** Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. М.: Мир, 1985.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО РОДА С КРАТНЫМИ ЯДРАМИ КОШИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГОЧЛЕНОВ ЧЕБЫШЕВА

Пятницкий В. Ю., БГУ, Минск

Рассмотрим сингулярное интегральное уравнение первого рода

$$\frac{1}{\pi^3}\iiint\limits_{D^3}\frac{\varphi(t_1,t_2,t_3)dt_1dt_2dt_3}{(t_1-x_1)(t_2-x_2)(t_3-x_3)}+$$