для существенного спектра Апостола справедливо равенство:

$$\sigma_{e\gamma}(T+F)=\sigma_{e\gamma}(T).$$

Кроме того $\sigma_{e\gamma}(T)$ устойчив относительно компактных коммутирующих операторов, хотя $\sigma_\gamma(T)$ неустойчив ни относительно операторов конечного ранга, ни относительно коммутирующих компактных операторов.

Заметим, что в работе [4] для $\sigma_\gamma(T)$, $\sigma_{e\gamma}(T)$ доказана:

Теорема 3. Пусть T, $A\in B(X)$, TA=AT, и A – квазинильпотентный оператор. Тогда для спектра Апостола и существенного спектра Апостола справедливы следующие равенства:

$$\sigma_\gamma(T+A)=\sigma_\gamma(T) \text{ и } \sigma_{e\gamma}(T+A)=\sigma_{e\gamma}(T).$$

В заключение отметим, что наиболее интересными для приложений является следующая характеристика существенного спектра Апостола [5]:

Теорема 4. Справедливо следующее равенство:

$$\sigma_{e\gamma}(T)=\cap\{\sigma_\gamma(T+S): TS=ST, S\in R(X)\},$$

где $R(X)$ – множество операторов конечного ранга, множество компактных операторов или множество операторов Рисса.

Литература. **1.** Müller V. On the regular spectrum // J.Oper.Theory. – 1994, Vol.31, P.363–380. **2.** Kordula V. The essential Apostol spectrum and finite-dimentional perturbations // Proc.R.Ir.Acad. – 1996, Vol.96A, P.105–109. **3.** Мартон М.В. Существенные спектры Фредгольма, Вейля и Браудера операторов взвешенного сдвига // Вестник Бгу – 2003, №1, С.61–66. **4.** Kordula V., Müller V. The distance from the Apostol spectrum // Proc.Amer.Soc. – 1996, Vol.124, P.3055–3061. **5.** Rakočević V. Generalized spectrum and commuting compact perturbations // Proc.Edin.Math.Soc. – 1993, Vol.36, P.197–209.

СЛУЧАЙ НЕЕДИНСТВЕННОГО РЕШЕНИЯ ДЛЯ ИТЕРАТИВНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Матысик О.В., БрГУ, г. Брест

Рассматривается в гильбертовом пространстве H уравнение

$$Ax=y \qquad (1)$$

с ограниченным положительным самосопряженным оператором A, для которого нуль является собственным значением (случай неединственности решения уравнения (1)).

Для отыскания решения используется итерационный процесс

$$x_{n+1} = \left(E - \alpha A^2\right)x_n + \alpha Ay, \quad x_0 = 0, \tag{2}$$

который в случае приближенной правой части y_δ : $\|y - y_\delta\| \le \delta$ примет вид

$$x_{n+1,\delta} = \left(E - \alpha A^2\right)x_{n,\delta} + \alpha Ay_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0.$$

Ранее изучен случай единственности решения и в предположении, что точное решение уравнения (1) истокопредставимо, доказана сходимость метода (2) и получены оценки погрешности.

Покажем, что метод (2) пригоден для решения линейных уравнений и тогда, когда его решение неединственно.

Обозначим через $N(A) = \{x \in H \mid Ax = 0\}$, $M(A) = H - N(A)$, т.е. $M(A)$ – ортогональное дополнение ядра $N(A)$ до H.

Пусть $P(A)x$ – проекция $x \in H$ на $N(A)$, а $\Pi(A)x$ – проекция $x \in H$ на $M(A)$. Справедлива

Теорема. Пусть $A \ge 0$, $y \in H$, $0 < \alpha < \frac{2}{\|A\|^2}$, тогда для итеративного процесса (2) верны следующие утверждения:

а) $Ax_n \to \Pi(A)y$, $\|Ax_n - y\| \to I(A, y) = \inf\limits_{x \in H} \|Ax - y\|$,

б) (2) сходится тогда и только тогда, когда уравнение $Ax = \Pi(A)y$ разрешимо.

В последнем случае $x_n \to P(A)x_0 + \bar{x}$, где $\bar{x}$ – минимальное решение уравнения (1).

Замечание. Так как у нас $x_0 = 0$, то $x_n \to \bar{x}$, т.е процесс (2) сходится к нормальному решению, т.е. к решению с минимальной нормой.

О КРИТЕРИИ ПОИСКА НАБОРА “ШАБЛОНОВ” ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ БИНАРНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Милованова И.С., БГУ, г. Минск

1. Введение

В настоящее время в информационных системах для защиты информации широко начали использоваться криптографические алгоритмы. Надежность криптографических алгоритмов определяется качеством бинарных последова-