зволит больше времени и внимания уделить выполнению учащимися творческих заданий. Основным преимуществом электронного учебника является возможность индивидуализации изучения разработанного материала.

Электронный учебник может использоваться в средней общеобразовательной школе для учащихся 9-11 классов, а также в практике работы высшей школы: как при обучении студентов теме «Глобальная компьютерная сеть Internet», так и для самостоятельного изучения.

В данном исследовании рассматриваются теоретические предпосылки преподавания факультативного курса «Глобальная компьютерная сеть Internet»: проводится анализ изучения настоящей темы в базовой школе, приводится теоретическое обоснование программы факультатива. Описывается программа факультативного курса, возможности Internet в школе, а также инструкция пользователя.

Настоящий электронный учебник прошел апробацию на детских компьютерных курсах, а также на семинаре преподавателей информатики при Институте последипломного образования (УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»). Основные выводы, полученные в результате исследования, докладывались в ряде конференций.

Результаты апробации свидетельствуют о широкой содержательно-методической направленности факультативного курса. Это позволяет не только расширить возможности учителя в процессе преподавания, но и оказывает ему методическую помощь при проведении занятий.

ОБ ОЦЕНКЕ ПОРОГА СЕМИВАРИОГРАММЫ

Цеховая Т.В., БГУ, г. Минск

Рассмотрим стационарный случайный процесс $Y(s)$, $s \in Z(R)$, с математическим ожиданием $m = MY(s)$, $s \in Z(R)$, ковариационной функцией

$$R(s) = M[Y(t+s) - m][Y(t) - m], \quad t, s \in Z(R),$$

семивариограммой

$$\gamma(s)=\frac{1}{2}D[Y(t+s)-Y(t)],\quad t,s\in Z(R).$$

Исследованию свойств вариограммы, оценок вариограммы стационарных случайных процессов посвящены, например, работы [1, 2], где получены асимптотические выражения для вторых моментов и семиинвариантов высших порядков построенных статистик. Предельное распределение классической оценки вариограммы найдено в статье [3]. Оценки вариограммы внутренне стационарных случайных процессов изучались в [4]. Данная работа посвящена построению порога семивариограммы стационарных случайных процессов.

Теорема 1. Если составляющие $Y(s)$ и $Y(s+h)$ *случайного процесса* $Y(s)$, $s\in Z(R)$, *попарно некоррелируемы для* $h\geq h^*$, $h\in Z(R)$, h^* *– ранг семивариограммы* $\gamma(h), h\in Z(R)$, *то порог* $\gamma(h\,|\,h>h^*)$ *семивариограммы* $\gamma(h), h\in Z(R)$, *удовлетворяет соотношению*

$$\gamma(h\,|\,h>h^*)=R(0),\tag{1}$$

где $R(0)$ *– дисперсия рассматриваемого стационарного случайного процесса.*

Доказательство. Из определения вариограммы, свойств математического ожидания, получим

$$2\gamma(h)=M[Y(s+h)-m-Y(s)+m]^2=M[Y(s+h)-m]^2+M[Y(s)-m]^2-$$
$$-2M[Y(s+h)-m][Y(s)-m].$$

Используя определения ковариации, ковариационной функции, в силу стационарности рассматриваемого процесса, запишем

$$\gamma(h)=R(0)-\operatorname{cov}\{Y(s+h),Y(s)\}.$$

Поскольку для $h\geq h^*$ составляющие $Y(s)$ и $Y(s+h)$ рассматриваемого процесса попарно некоррелируемы, то $\operatorname{cov}\{Y(s+h),Y(s)\}=0$ и порог семивариограммы $\gamma(h\,|\,h>h^*)=R(0)$, что и требовалось доказать.

Отметим, что в качестве оценки дисперсии рассматриваемого процесса можно использовать оценку порога семивариограммы. Однако обратное верно не всегда.

Пусть $Y(s_1),Y(s_2),\ldots,Y(s_n)$ – n последовательных наблюдений за процессом

$Y(s)$, $s \in Z(R)$, $s_i \in Z(R)$, $i = \overline{1,n}$.

В качестве оценок математического ожидания и дисперсии процесса $Y(s)$, $s \in Z(R)$, рассмотрим статистики вида:

$$\overline{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y(s_i), \tag{2}$$

$$\widetilde{R}(0) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(Y(s_i) - \overline{m}\right)^2 \tag{3}$$

соответственно, где $s_i \in Z(R)$, $i = \overline{1,n}$.

Обозначим Γ_n арифметическое среднее значение семивариограммы рассматриваемого процесса

$$\Gamma_n = \frac{1}{n^2}\sum_{i,j=1}^{n}\gamma(s_i - s_j),$$

$$s_i \in Z(R),\ i = \overline{1,n}.$$

Имеет место следующий результат.

Теорема 2. *Арифметическое среднее значение Γ_n семивариограммы процесса $Y(s)$, $s \in Z(R)$, удовлетворяет равенству*

$$\Gamma_n = M\widetilde{R}(0), \tag{4}$$

где $\widetilde{R}(0)$ – оценка дисперсии рассматриваемого процесса, задаваемая равенством (3).

Доказательство. *Используя* определение вариограммы, свойства математического ожидания, получим

$$\Gamma_n = \frac{1}{2n^2}\sum_{i,j=1}^{n} M[Y(s_i) - Y(s_j)]^2 =$$

$$= M[\frac{1}{2n^2}\sum_{i,j=1}^{n}(Y(s_i) - \overline{m})^2 - \frac{1}{n^2}\sum_{i,j=1}^{n}(Y(s_i) - \overline{m})(Y(s_j) - \overline{m}) + \frac{1}{2n^2}\sum_{i,j=1}^{n}(Y(s_j) - \overline{m})^2].$$

Рассмотрим отдельно *каждое* из трех слагаемых выражения, стоящего в квадратных скобках правой части последнего равенства. Преобразуем первое из них:

$$\frac{1}{2n^2}\sum_{i,j=1}^{n}(Y(s_i) - \overline{m})^2 = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(Y(s_i) - \overline{m})^2.$$

Аналогично запишем для третьего слагаемого:

$$\frac{1}{2n^2}\sum_{i,j=1}^{n}(Y(s_i)-\overline{m})^2=\frac{1}{2n}\sum_{j=1}^{n}(Y(s_j)-\overline{m})^2.$$

Учитывая вид (2) оценки математического ожидания, преобразуем второе слагаемое. Тогда

$$\frac{1}{n^2}\sum_{i,j=1}^{n}(Y(s_i)-\overline{m})(Y(s_j)-\overline{m})=\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}(Y(s_i)-\overline{m})\sum_{j=1}^{n}(Y(s_j)-\overline{m})=$$

$$=\frac{1}{n^2}(\sum_{i=1}^{n}Y(s_i)-\overline{m}n)(\sum_{j=1}^{n}Y(s_j)-\overline{m}n)=\frac{1}{n^2}(\overline{m}n-\overline{m}n)(\overline{m}n-\overline{m}n)=0.$$

Таким образом, объединяя полученные результаты, имеем

$$\Gamma_n=M[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y(s_i)-\overline{m})^2]=M\widetilde{R}(0).$$

Теорема доказана.

Заметим, что при решении многих практических задач соотношение (4) используется, например, для тестирования выбранной модели вариограммы.

Если $h\leq h^*$, то Γ_n есть арифметическое среднее небольшого числа значений равных порогу семивариограммы и большого числа значений, не превышающих порог. В этом случае (3) не является "хорошей" оценкой для порога семивариограммы [5].

В работах [6, 7] показано, что при решении практических задач статистику (3) можно использовать в качестве оценки порога семивариограммы тогда, когда h в три и более раз больше ранга h^* семивариограммы рассматриваемого процесса.

Литература. 1. Труш Н.Н., Цеховая Т.В. Исследование статистических свойств оценок вариограммы и ковариационной функции // Вести НАН Беларуси. Сер.1, Физ. Мат. Мех. – 2001. – №2.– С. 24-29. **2.** Труш Н.Н., Цеховая Т.В. Асимптотическое поведение семиинвариантов высших порядков оценки вариограммы // Вестник БГУ. Сер. 1., Физ. Мат. Мех. – 2001.– №2 .– С. 74-77. **3.** Цеховая Т.В. Предельное распределение оценки вариограммы стационарного случайного процесса // Вестник БГУ. Сер. 1, Физ. Мат. Мех. – 2002. –№1. – С. 104-105. **4.** Труш Н.Н., Цеховая Т.В. Оценки вариограммы стационарного случайного процесса // Вести НАН Беларуси. Сер.1, Физ. Мат. Мех. – 2002. – № 4. – С. 16-21. **5.** Barnes R. J. The Variogram Sill and the Sample Variance // Jour. Inter. Assoc. Math. Geol.– 1991.– Vol. 23, № 4.– P. 673-678. **6.** David M. Geostatistical Ore Reserve Estimation.– Elsevier Scientific Publishing.– New York, 1977. **7.** Journel A.G., Huijbregts C. J. Mining Geostatistics.– Academic Rress.– London, 1978.