СЕКЦИЯ 6. АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

А. И. БАСИК, Е. В. ГРИЦУК
Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ СИСТЕМ ЧЕТЫРЕХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В $\mathbf{R}^3$

Рассмотрим систему четырех дифференциальных уравнений с частными производными вида

$$A_1\frac{\partial U}{\partial x_1}+A_2\frac{\partial U}{\partial x_2}+A_3\frac{\partial U}{\partial x_3}=0, \tag{1}$$

где A_j $(j=1,2,3)$ – действительные квадратные матрицы размера четыре, $U:\Omega\subset\mathbf{R}^3\mapsto\mathbf{R}^4$ – искомая четырехкомпонентная вектор-функция. Напомним, что (1) называется трехмерным аналогом системы Коши – Римана (кратко ТКР-системой), если каждая компонента произвольного непрерывно дифференцируемого ее решения удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta u=0$. Оказывается, необходимыми и достаточными условиями принадлежности системы (1) ТКР-типу является невырожденность матриц A_j $(j=1,2,3)$ и выполнение матричных равенств

$$A_k^{-1}A_j+A_j^{-1}A_k=0 \quad (k,j=1,2,3,\ k\neq j). \tag{2}$$

Следуя работе [1], нетрудно убедиться в справедливости следующего утверждения.

Теорема. *Каждая компонента произвольного непрерывно дифференцируемого решения системы (1) удовлетворяет бигармоническому уравнению* $\Delta^2 u=0$ *тогда и только тогда, когда матрицы невырождены и*

$$(A_k^{-1}A_j+A_j^{-1}A_k)^2=0 \quad (k,j=1,2,3,\ k\neq j). \tag{3}$$

Очевидно, что если выполняются равенства (2), то выполняются и равенства (3). Поэтому закономерен вопрос существования систем (1), удовлетворяющих условию теоремы и не принадлежащих ТКР-типу. Непосредственно можно убедиться, что система (1), характеристическая матрица которой имеет вид

$$A(\xi)=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\xi_1+\begin{pmatrix}0&1&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\xi_2+\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&1\\0&2&-1&0\end{pmatrix}\xi_3,$$

удовлетворяет условиям (3) и не удовлетворяет (2) и, следовательно, принадлежит заявленному в теореме классу.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Усс, А. Т. Краевая задача Римана – Гильберта для трехмерных аналогов системы Коши – Римана / А. Т. Усс // Докл. НАН Беларуси. – 2003. – Т. 47, № 6. – С. 10–15.

Е. В. ГОЛЕНКО
Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

РАСЧЕТ ПОПРАВКИ МОТТА ДЛЯ Z = 80 С ПОМОЩЬЮ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА LQZ

Для расчета потерь энергии релятивистских ионов в веществе необходим учет поправки Мотта [1]:

$$\Delta L_M = 2\pi \frac{\tilde{N}_e E_m}{\tilde{\zeta}} \int_{\theta_0}^{\pi} \left[\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right)_M - \left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right)_B \right] \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\theta d\theta, \tag{1}$$

где $\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right)_M$ и $\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right)_B$ – соответственно моттовское и борновское выражения для сечения рассеяния электрона на ядре. Здесь θ_0 – угол рассеяния, соответствующий энергии, выше которой можно пренебречь энергией связи электрона.

Ранее было получено аналитическое выражение для поправки Мотта при $\theta_0 \to 0$ с использованием аппроксимации LQZ [2] для вычисления нормированного моттовского сечения:

$$R(\theta) = \sigma_M / \tilde{\sigma}_R, \quad \tilde{\sigma}_R = \sigma_R(1-\beta^2), \tag{2}$$

$$\sigma_R \equiv \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R = \left(\frac{Ze^2}{2mv^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}. \tag{3}$$

$$R_{LQZ}(\theta; Z, E) = \sum_{j=0}^{4} a_j(Z,E)(1-\cos\theta)^{j/2}, a_j(Z,E) = \sum_{k=1}^{6} d_Z(j,k)(\beta-\bar{\beta})^{k-1}, \bar{\beta} = 0.7181287. \tag{4}$$

При $\theta \to 0, R_M(\theta) \to 1$ [4]

$$\Delta L_{MLQZ}(Z,\beta) = \frac{\beta^2}{2} + \sqrt{2}a_1(Z,\beta) + a_2(Z,\beta) + \frac{2\sqrt{2}a_3(Z,\beta)}{3} + a_4(Z,\beta) \tag{5}$$