УДК 517.954

А. И. БАСИК, Е. В. ГРИЦУК
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ОБ ОДНОЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ЧЕТЫРЕХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В $\mathbf{R}^4$

Рассмотрим систему четырех дифференциальных уравнений с частными производными вида

$$A_1\frac{\partial U}{\partial x_1}+A_2\frac{\partial U}{\partial x_2}+A_3\frac{\partial U}{\partial x_3}+A_4\frac{\partial U}{\partial x_4}=0, \qquad (1)$$

где A_j $(j=1,2,3,4)$ – действительные квадратные матрицы размера 4×4, $U:\Omega\subset\mathbf{R}^4\mapsto\mathbf{R}^4$ – искомая четырехкомпонентная вектор-функция.

А. Т. Усс в своей работе [1] выделил класс четырехмерных аналогов системы Коши – Римана (кратко ЧКР-системы), т. е. класс систем вида (1), обладающих следующим свойством: каждая компонента произвольного непрерывно дифференцируемого ее решения удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta u=0$ в $\mathbf{R}^4$. Очевидно, что каждая гармоническая функция является и бигармонической. Поэтому закономерен вопрос существования систем (1) не принадлежащих классу ЧКР и удовлетворяющих условию: каждая компонента произвольного непрерывно дифференцируемого ее решения является бигармонической в $\mathbf{R}^4$ функцией.

Теорема 1. *Система* (1), *характеристическая матрица которой имеет вид*

$$A(\xi)=\begin{pmatrix}\xi_1 & \xi_2-\xi_3 & -\xi_2 & -\xi_4\\ \xi_3 & \xi_1-\xi_4 & \xi_4 & -\xi_2\\ \xi_2+\xi_3 & -2\xi_4 & \xi_1+\xi_4 & -\xi_2+\xi_3\\ \xi_4 & 2\xi_3 & \xi_2-\xi_3 & \xi_1\end{pmatrix},$$

является эллиптической и не принадлежит классу ЧКР-систем. Каждая компонента произвольного непрерывно дифференцируемого решения системы (1), (2) *удовлетворяет уравнению* $\Delta^2 u=0 \quad (x\in\Omega)$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Усс, А. Т. Гомотопическая классификация трех- и четырехмерных аналогов системы Коши – Римана / А. Т. Усс // Дифференциал. уравнения. – 2004. – Т. 40, № 8. – С. 1118–1125.