```
write('Введите необходимое кол-во элем-ов - ');readln(m);
{Вычисление коэффициентов по формуле трапеций:}
writeln('По формулам трапеций получаем следующие значения:');
s:=0;
for i:=1 to x-1 do
s:=s+y[i];
a0:=(y[0]/2+y[x]/2+s)/x;
writeln('A0=',a0);
for j:=1 to m do begin
s:=0;
for i:=1 to x-1 do
s:=s+y[i]*cos(6.28*i*j/x);
am:=2*(y[0]+s)/x;
writeln('A',j,'=',am);
s:=0;
for i:=1 to x-1 do
s:=s+y[i]*sin(6.28*i*j/x);
bm:=2*s/x;
writeln('B',j,'=',bm);
end;
end.
```

### Литература

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.3. – М.:Наука,1969.

## АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ГИДРОМЕТЕОЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ ОПТИМИЗАЦИИ АППРОКСИМИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ

Валуев В.Е., Волчек А.А., Мешик О.П.
Брестский политехнический институт

В статье представлены критерии оптимизации аппроксимирующей функции при анализе временных рядов гидрометеоэлементов

**Ключевые слова:**Синусоидальная, аппроксимация, полиноминальная, интерполяция, фурье - анализ, остаточная, дисперсия.

Рациональное природопользование возможно при всестороннем учете сложных взаимодействий природных и антропогенных процессов, в реализации которых участвует множество климатических факторов. Известно, что используемые характеристики - производные климата, имеют большую пространственно-временную изменчивость (природные процессы протекают в динамической системе) и это обстоятельство учитывается при построении математических моделей. Временные ряды этих характеристик непрерывные или дискретные. Например, температуру воздуха за определенный период можно представить непрерывным временным рядом и искусственно трансформировать в некоторую последовательность средних суточных (декадных, месячных и других) значений, представляющих дискретный временной ряд. Атмосферные осадки на опорной сети фиксируются в дискретные моменты времени и представляют собой, в явном виде, дискретный временной ряд. При математическом моделировании, в этом случае, важно определить временной масштаб, т.е. период времени, для которого решается задача, и количество точек, подлежащих обработке. В качестве расчетного периода часто принимается год, и в расчетах используются среднесуточные величины гидрометеоэлементов, оценка значений которых, заданных на дискретном множестве точек, и экстраполяция их на всю область определения функции непрерывного аргумента возможна с использованием соответствующего математического аппарата (например, интерполяционных многочленов Лагранжа и Ньютона, сплайнов и полиномов различных степеней, средней квадратической аппроксимации, цепей Маркова, синусоидальной аппроксимации, разложения в ряд Фурье). Большинство временных рядов гидрометеохарактеристик являются нестационарными квазислучайными последовательностями. Их среднее значение и дисперсия изменяются во времени, в зависимости от которого находится и функция распределения. Значения ($X_i$) временного ряда являются взаимосвязанными, между ними прослеживается четкая корреляция, постепенно затухающая в течение определенного периода времени, различного для конкретного гидрометеоэлемента. Для прогностической оценки и восстановления пропусков в рядах наблюдений можно на практике формализовать Марковские процессы различных порядков

$$X_i = \sum_{k=1}^{n} a_i X_{i-k}, \qquad (1)$$

где $X_i$ - значение гидрометеовеличины в момент времени (i); $a_i$ - коэффициенты, определяемые особенностями временной структуры исследуемого ряда; n - порядок Марковского процесса; $X_{i-k}$ - значения гидрометеовеличины в предыдущие моменты времени (i-k). При исследовании характеристик климата (рисунок) целесообразно использовать синусоидальную аппроксимацию, полиноминальную интерполяцию или Фурье - анализ, так как их временные ряды содержат периодическую составляющую. В случае наличия большого числа гармоник во временном ходе значений гидрометеовеличин, следует использовать степенной полином вида

$$f(X) = \sum_{i=0}^{n} a_j \cdot X^i , \qquad (2)$$

где $a_j$ - постоянные коэффициенты; n - показатель степени полинома. Эмпирический или теоретический временной ряд можно разложить в ряд Фурье, сумма которого является функцией периода (2π)

$$f(X) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cdot \cos nX + b_n \cdot \sin nX) , \qquad (3)$$

где $a_0$, $a_n$, $b_n$ - коэффициенты Фурье, n - порядок гармоники.

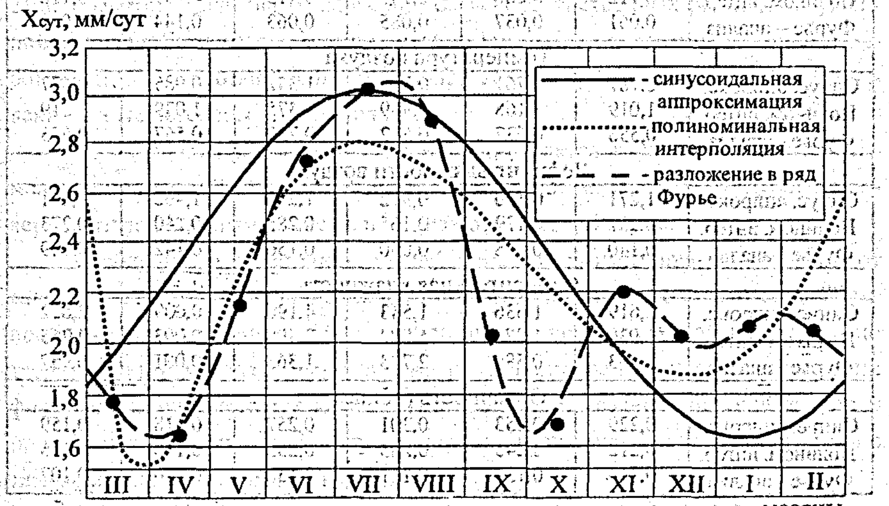


Рисунок. Среднесуточное количество атмосферных осадков в пункте Минск (точками показаны значения среднемесячного количества осадков в привязке к их суточному ходу).

При выборе способа аппроксимации для конкретного временного ряда следует руководствоваться критериями математической статистики (коэффициентом корреляции, F-критерием Фишера, остаточной дисперсией и другими). Как показали наши исследования, наиболее достоверная оценка оптимизируемой функции осуществляется по минимуму остаточной дисперсии, значения которой приведены в таблице. Из материалов таблицы видно, что описание временных рядов основных гидрометеоэлементов предпочтительно проводить рядами Фурье. Для температур воздуха возможно использование синусоидальной аппроксимации, так как во временном ходе слабо выражены гармонические колебания эмпирических точек.

Остаточная дисперсия различных аппроксимирующих функций гидрометеоэлементов на территории Беларуси

Таблица 1

| Способ аппроксимации | Значения остаточной дисперсии | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Минск | Брест | Гродно | Гомель | Витебск | Могилев |
| Атмосферные осадки | | | | | | |
| Синус. аппрокс. | 0,180 | 0,145 | 0,202 | 0,213 | 0,263 | 0,149 |
| Полином. интер. | 0,112 | 0,068 | 0,157 | 0,115 | 0,157 | 0,110 |
| Фурье – анализ | 0,061 | 0,037 | 0,085 | 0,063 | 0,144 | 0,060 |
| Температура воздуха | | | | | | |
| Синус. аппрокс. | 0,787 | 0,761 | 0,808 | 1,342 | 0,985 | 0,677 |
| Полином. интер. | 1,019 | 1,168 | 0,939 | 1,375 | 1,039 | 1,219 |
| Фурье - анализ | 0,556 | 0,637 | 0,512 | 0,750 | 0,567 | 0,655 |
| Дефицит влажности воздуха | | | | | | |
| Синус. аппрокс. | 1,271 | 0,820 | 0,912 | 1,282 | 1,462 | 1,291 |
| Полином. интер. | 0,257 | 0,179 | 0,165 | 0,285 | 0,260 | 0,273 |
| Фурье - анализ | 0,140 | 0,098 | 0,090 | 0,156 | 0,142 | 0,149 |
| Относительная влажность | | | | | | |
| Синус. аппрокс. | 2,619 | 1,636 | 1,543 | 4,196 | 0,009 | 2,822 |
| Полином. интер. | 1,930 | 1,080 | 5,084 | 2,498 | 0,003 | 1,755 |
| Фурье - анализ | 1,053 | 0,589 | 2,773 | 1,363 | 0,001 | 0,957 |
| Облачность (общая) | | | | | | |
| Синус. аппрокс. | 0,229 | 0,253 | 0,301 | 0,257 | 0,118 | 0,159 |
| Полином. интер. | 0,212 | 0,245 | 0,203 | 0,253 | 0,140 | 0,196 |
| Фурье - анализ | 0,116 | 0,134 | 0,111 | 0,138 | 0,076 | 0,107 |

Установленные аппроксимирующие функции способствуют разработке имитационных моделей природных процессов, динамика которых может экстраполироваться на любой по продолжительности период. Большинство аппроксимирующих функций апробировано нами при решении прикладных задач рационального природопользования в условиях крупномасштабных мелиораций сельскохозяйственных земель.