4. Lazakovich N.V., Stashulenok S.P., Yufereva I.V. Stochastic differential equations in the algebra of generalized random processes. – Differential Equations, 1995, v. 31, No. 12, p. 2056-2058.
5. Lazakovich N.V., Stashulenok S.P. An approximation of the Itô and Stratonovich integrals by elements of direct product of algebras of generalized random processes. – Theory Probab. Appl., 1997, v. 41, No. 4, p. 695-715.
6. Egorov Yu.V. On the theory of generalized functions. – Uspekhi Mat. Nauk, 1990, v. 45, p. 3-40 (in Russian).
7. Ikeda N., Watanabe S. Stochastic differential equations and diffusion processes. – Amsterdam-Oxford-New York. 1981.

ПОЛУБРАУДЕРОВЫ ОПЕРАТОРЫ И СВЯЗАННЫЕ С НИМИ СПЕКТРЫ.

Северенчук Н.Б.

Белорусский государственный университет

Аннотация. В данной работе рассматриваются полубраудеровские операторы и спектры, порожденные этими операторами, имеющие приложения в теории устойчивости и теории возмущений дифференциальных операторов.

Ключевые слова. Полубраудеровы операторы, полубраудеровы спектры, операторы взвешенного среднего.

Пусть $R(T)$ - область значений оператора $T:X\to X$, где X-банахово пространство; $N(T)$ – его ядро. Обозначим числовые характеристики линейного оператора T следующим образом: $\mathrm{nul}(T):=\dim B(T)$; $\mathrm{def}(T):=\mathrm{codim}R(T)=\dim X/R(T)$; $\mathrm{ind}(T):=\mathrm{def}(T)-\mathrm{nul}(T)$, $\mathrm{a}(T)$ – подъем оператора T, т.е. наименьшее число $n\in\wedge\cup\{0\}$ такое, что $N(T^n)=N(T^{n+1})$; $\mathrm{d}(T)$ – спуск оператора T, т.е. наименьшее число $n\in\wedge\cup\{0\}$ такое, что $R(T^n)=R(T^{n+1})$.

Оператор $T\in B(X)$ называется верхним полубраудеровым, если $T\in\{T\in B(X):R(T)=\overline{R(T)},\mathrm{nul}(T)<\infty,\mathrm{a}(T)<\infty\}$; оператор $T\in B(X)$ называется нижним полубраудеровым, если $T\in\{T\in B(X):R(T)=\overline{R(T)},\mathrm{def}(T)<\infty,\mathrm{d}(T)<\infty\}$; оператор T называется браудеровым, если он является одновременно верхним полубраудеровым и нижним полубраудеровым. Впервые название «полубраудеровы операторы» было введено R. Harte в книге [1] (определение 7.9.1).

Приведем некоторые свойства полубраудеровых операторов:

Если X – банахово пространство и $S,T\in BL(X,X)$, $ST=TS$, то

1. S,T – верхние полубраудеровы $\Leftrightarrow$ ST – верхний полубраудеров;

2. S,T – нижние полубраудеровы $\Leftrightarrow ST$ – нижний полубраудеров;

3. T – верхний полубраудеров, S – компактный $\Rightarrow T+S$ – верхний полубраудеров;

4. T – нижний полубраудеров, S – компактный $\Rightarrow T+S$ – нижний полубраудеров.

Рассмотрим подмножества комплексной плоскости $\mathfrak{R}$, определяемые полуфредгольмовыми и полубраудеровыми характеристиками операторов $T-\lambda I$:

$$\Delta_1(T):=\{\lambda\in\mathfrak{R}: R(T-\lambda I)=\overline{R(T-\lambda I)}\};$$

$$\Phi^+(T):=\{\lambda\in\Delta_1(T):\mathrm{nul}(T-\lambda I)<\infty\};\ \Phi^-(T):=\{\lambda\in\Delta_1(T):\mathrm{def}(T-\lambda I)<\infty\};$$

$$B^+(T):=\{\lambda\in\Phi^+(T):\ a(T)<\infty\};\ B^-(T):=\{\lambda\in\Phi^-(T):\ d(T)<\infty\};\ B(T):=B^+(T)\cap B^-(T).$$

Эти множества, согласно V. Rakoevi, определяют соответствующие спектры: $\sigma_{ab}(T):=\mathfrak{R}\backslash B^+(T)$ – Браудеров существенный аппроксимативный точечный спектр оператора T; $\sigma_{db}(T):=\mathfrak{R}\backslash B^-(T)$ – Браудеров существенный аппроксимативный дефектный спектр оператора T; $\sigma_{eb}(T):=\mathfrak{R}\backslash B(T)$ – Браудеров существенный спектр оператора T [2].

Основные термины и определения, а также другие существенные спектры, связанные с указанными выше множествами, рассматриваются в работах Еровенко В.А. (см., например, [3]).

Некоторые свойства существенных спектров $\sigma_{ab}(T)$ и $\sigma_{db}(T)$ исследовались в работе J. Zemánek [4]. Эти спектры, порожденные полубраудеровыми операторами естественно также называть полубраудеровыми существенными спектрами.

Рассмотрим для примера операторы взвешенного среднего:

Пусть $A\in B(X)$, где X – банахово пространство последовательностей l_p, $1\le p\le\infty$ или c. Зададим оператор A с помощью нижней треугольной матрицы с элементами $a_{nk}=p_k/P_n$, $k\le n$, где $p_k\ge 0$, $p_0>0$, $P_n=\sum_{k=0}^{n} p_k$, удовлетворяющими условиям:

$$\lim p_n/P_n=\delta,\ 0<\delta<1 \text{ для } A\in B(X), \text{ где } X=l_p,\ 1\le p\le\infty \text{ или } X=c \qquad (1)$$

$$\lim np_n/P_n=\alpha>1/p,\ \lim n(np_n/P_n-(n+1)p_{n+1}/P_{n+1})=0 \text{ для } A\in B(l_p),\ 1<p<\infty \qquad (2)$$

Так для полубраудеровых существенных спектров операторов взвешенного среднего $A\in B(l_p)$, $1\le p\le\infty$ или $A\in B(c)$ при условии, что матрица A удовлетворяет условию (1) и диагональ матрицы A не содержит бесконечное число одинаковых элементов справедливо:

$$\sigma_{ab}(A)=\{\lambda\in\Re : |\lambda-1/(2-\delta)|=(1-\delta)/(2-\delta)\},$$

$$\sigma_{db}(A)=\sigma_{eb}(A)=\{\lambda\in\Re : |\lambda-1/(2-\delta)|\leq(1-\delta)/(2-\delta)\}.$$

Автором были рассмотрены и другие случаи, связанные с изменением условий, накладываемых на оператор, а также другие существенные спектры, связанные с этими операторами.

Литература

1. Harte R. // Invertibility and Singularity for Bounded Linear Operators. Marsel Dekker, New York. 1988. 590P.
2. Rakoevi V. Semi-Browder operators and perturbations // Studia mathematica. 1997. Vol.122. №2. P.131-137.
3. Еровенко В.А. О теореме Вейля для существенных спектров Като и Фредгольма замкнутых операторов в банаховом пространстве // Весці НАН Беларусі. Сер. физ.-мат. навук. 1998. №1. С.18-23.
4. Zemánek J. Compressions and the Weyl-Browder spectra // Proceedings of the Royal Irish Academy. 1986. Vol.86A. №1. P.57-62.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ, ОПИСЫВАЕМЫХ AFRIMA- МОДЕЛЬЮ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

Лобач И.В.

Белорусский государственный университет

г. Минск

This paper develops a state space modeling for long-range dependent data. It is shown that by using the Kalman filter, the exact likelihood function can be computed recursively in a finite number of steps.

Ключевые слова: временные ряды, фильтр Калмана-Бьюси, ARFIMA-модель.

Эмпирический анализ эволюции финансовых, экономических, социологических и многих других индексов обычно начинается с построения вероятностно-статистической модели. В общей теории временных рядов имеется целый арсенал разнообразных "стандартных" линейных моделей, среди которых в первую очередь необходимо назвать[1] такие, как MA(q), AR(p), ARMA(p, q), ARFIMA(p, q, d). Данные модели широко используются, особенно в предполо-