Более существенные результаты можно получить при рассмотрении реального предприятия, т.к. при обычном анализе сложно порой охватить весь комплекс процессов, протекающих на данном предприятии, и учесть все тонкости их протекания. Технология функционального моделирования позволяет рассматривать все процессы в совокупности и с учетом их особенностей.

Кроме использования разработанных таким образом моделей для формирования баз данных, их можно использовать для анализа использования рабочего времени и разработки должностных инструкций. Для анализа использования рабочего времени для функций определяются временные характеристики, на основе которых и производится собственно сам анализ.

Для разработки должностных инструкций на основе разработанной модели определяется перечень работ, выполняемых данным должностным лицом, а также определяется степень доступа к информации.

Из всего выше сказанного можно сделать вывод, что использование IDEF0-методологии для анализа и реинженеринга бизнес-процессов является достаточно перспективной областью научных исследований.

Литература:

1. Железко Б.А., Морозевич А.Н. Информационно-аналитические системы поддержки принятия решений. – Мн.: НИУ, 1999 г. – 140 с.
2. Маклаков С.В. BPWin и ErWin – Case-средства разработки информационных систем. – Москва: «Диалог-мифи», 1999 г. – 256 с.

ОЦЕНИВАНИЕ НАЧАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ АВТОРЕГРЕССИОННЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Зеневич Д.В.

Белорусский государственный университет, Минск, пр. Ф. Скорины, 4

Аннотация. В работе рассмотрен новый метод статистического оценивания начальных значений временных рядов, описываемых моделью авторегрессии.

Ключевые слова: авторегрессия, начальные значения, оценивание, МНК.

Пусть наблюдается временной ряд $\{x_t\}$, описываемый моделью авторегрессии порядка p ($AP(p)$):

$$x_t = \theta^{0\prime} X_{t-1} + \xi_t, \quad t = 1,2,\ldots,T, \tag{1}$$

где $X_{t-1}=(x_{t-1},...,x_{t-p})'$, $\theta^0\in\mathbf{R}^p$ – неизвестное истинное значение вектора коэффициентов авторегрессии, $\{\xi_t\}$ – н.о.р.с.в., $L\{\xi_t\}=N(0,\sigma^2)$, T – длительность наблюдения, " $'$ " – знак транспонирования. Для оценивания параметров модели (1) чаще всего используют метод наименьших квадратов (МНК) [1], [2]: $\hat\theta=\arg\min_{\theta}F(\theta,X_0)$, где $F(\theta,X_0)=\sum_{t=1}^{T}(x_t-\theta' X_{t-1})^2$. Явный вид этой оценки:

$$\hat\theta=A^{-1}a,\quad \text{где}\quad A=\sum_{t=1}^{T}X_{t-1}X'_{t-1},\quad a=\sum_{t=1}^{T}x_tX_{t-1} \tag{2}$$

Легко видеть, что вектор a и матрица A зависят от вектора начальных значений $X_0=(x_0,x_{-1},...,x_{1-p})'$, то есть $\hat\theta=\hat\theta(X_0)$. При теоретических исследованиях вектор X_0 предполагается заданным, хотя на практике он обычно неизвестен. Таким образом, задача оценивания параметров авторегрессии приводит к необходимости оценивания ее начальных значений.

Наиболее известны следующие методы оценивания начальных значений [3]:

1) изменить временные индексы: $x_{t-p}:=x_t$, $t=\overline{1,T}$; 2) положить $X_0:=\mathbf{E}\{X_0\}$; 3) присвоить $X_0:=(0,...,0)\in\mathbf{R}^p$; 4) построить "прогноз назад". Обычно в литературе применяют один из этих методов без каких-либо обоснований. Чаще всего используется 1-й метод, но из-за "усечения" временного ряда на p наблюдений он не очень хорош для коротких временных рядов ($T<4p$).

МНК-оценка начальных значений

Для устранения произвола в выборе начальных значений авторегрессии предлагается новый метод, продолжающий идею получения МНК-оценок:

$$\hat X_0=\arg\min_{X_0}F(\hat\theta,X_0). \tag{3}$$

Займемся поиском явного вида оценки (3). Определим ($p\times p$)-матрицу сдвига S_k, у которой левый нижний $(p-k)\times(p-k)$-блок является единичной матрицей, а остальный элементы нулевые. Введем обозначения:

$$L=\sum_{t=0}^{p-1}x_{t+1}S_t;\quad G=G(X_0)=\sum_{t=0}^{p-1}(S_tX_0X_0'S_t'+S'_{p-t}X_pX_0'S_t'+S_tX_0X'_pS_{p-t}),$$

$$h=\sum_{t=0}^{p-1}x_{t+1}S'_{p-t}X_p+\sum_{t=p}^{T-1}x_{t+1}X_t,\quad K=\sum_{t=0}^{p-1}S'_{p-t}X_pX'_pS_{p-t}+\sum_{t=p}^{T-1}X_tX'_t.$$

Введем в рассмотрение любую матричную норму $\|\cdot\|_m$ и любую векторную норму $\|\cdot\|_v$, согласованные между собой. Определим величину $w=\|K\|_m^{-1}\|h\|_v^2$.

Теорема 1. Для МНК-оценки вектора начальных значений X_0 справедливо

$$\hat{X}_0 = Z^{-1}z + O(w)1_p, \tag{4}$$

где 1_p – матрица единиц, $z = LK^{-1}h - \sum_{t=0}^{p-1} h'K^{-1}S'_{p-t}X_pS'_tK^{-1}h$,

$$Z = \sum_{t=0}^{p-1}(S'_tK^{-1}hh'K^{-1}S_t + h'K^{-1}S'_{p-t}X_pS'_tK^{-1}L + L'K^{-1}S_tX'_pS_{p-t}K^{-1}h +$$

$$+ S'_tK^{-1}hX'_pS_{p-t}K^{-1}L + L'K^{-1}S'_{p-t}X_ph'K^{-1}S_t) - L'K^{-1}L.$$

Используя определение количества информации по Шеннону можно показать, что для гауссовского стационарного временного ряда с некоторого момента t_0 все последующие наблюдения не дают значимой информации об X_0. Это доказывает *невозможность* построения состоятельной оценки вектора X_0 по одной реализации $\{x_t\}$, $t=\overline{1,T}$

Обобщение модели: случай M реализаций

Рассмотрим следующую обобщенную модель. Пусть наблюдается M независимых реализаций процесса, описываемого моделью $AP(p)$ с фиксированным вектором начальных значений X_0, т.е.

$$x_t^{(m)} = \theta^{0\prime} X_{t-1}^{(m)} + \xi_t^{(m)}, \quad X_0^{(m)} = X_0, \quad m=\overline{1,M}; \quad t=\overline{1,T_m},$$

где M – номер реализации, каждая реализация удовлетворяет (1), ошибки независимы как внутри одного процесса, так и между ними: $E\{\xi_t^{(i)}\xi_{t'}^{(j)}\} = \sigma^2\delta_{tt'}\delta_{ij}$, δ_{ij} – символ Кронекера. Таким образом, неизвестны $2p+1$ параметров: $\theta^0, X_0 \in \mathbf{R}^p$, σ^2. Воспользовавшись методом максимального правдоподобия, используя обозначение $F_M = \sum_{m=1}^{M}\sum_{t=1}^{T}(x_t^{(m)} - \theta' X_{t-1}^{(m)})^2$, получаем оценки:

$$\hat{\theta} = \arg\min_{\theta} F_M(\theta, X_0), \quad \hat{X}_0 = \arg\min_{X_0} F_M(\hat{\theta}, X_0), \quad s^2 = F_M(\hat{\theta}, X_0)/\sum_{m=1}^{M} T_m - 1. \tag{5}$$

Явный вид оценок параметров такой расширенной модели строится аналогично случаю одной реализации. Добавим индекс $^{(m)}$ ко всем ранее полученным результатам для обозначения принадлежни результатов m-й выборке. Например, обозначим $A^{(m)}=\sum_{t=1}^{T}X_{t-1}^{(m)}X_{t-1}^{(m)'}$, $a^{(m)}=\sum_{t=1}^{T}x_t^{(m)}X_{t-1}^{(m)}$ для формулы (2). Тогда для обощенной модели все предыдущие результаты справедливы после добавления суммирования по m. Представим здесь только два результата.

$$\hat{\theta}=A_M^{-1}a_M\,,\quad \text{где}\quad A_M=\sum_{m=1}^{M}A^{(m)},\; a_M=\sum_{m=1}^{M}a^{(m)}.$$

Теорема 2. Пусть наблюдается M реализаций процесса авторегрессии с общим вектором начальных значений X_0. Тогда МНК-оценка (3) вектора X_0 с точностью до $O(w_M)$ имеет вид $\hat{X}_0=Z_M^{-1}z_M+O(w_M)1_p$;

где $Z_M=\sum_{m=1}^{M}Z^{(m)}$, $z_M=\sum_{m=1}^{M}z^{(m)}$, $w_M=\sum_{m=1}^{M}w^{(m)}$, а величины $Z^{(m)}$, $z^{(m)}$, $w^{(m)}$ определяются согласно теоремы 1.

Численные эксперименты

Результаты теорем 1, 2 проверялись во время многочисленных компьютерных экспериментов. При этом генерировалось N случайных авторегрессионных временных рядов, после этого вычислялось отклонение $\Delta_i=\|\hat{X}_0^{(i)}-X_0\|^2$, где $\hat{X}_0^{(i)}$ – оценка вектора X_0 в i-м эксперименте, и проводилось усреднение $\Delta=\sum_{i=1}^{N}\Delta_i$. Ниже представлены результаты экспериментов с моделью $AP(2)$ при $\theta^0=(1.1447,-0.3237)'$, $X_0=(6.6903,4.1429)'$, $\sigma^2=63.6982$, $T_m=20$, $t=\overline{1,M}$.

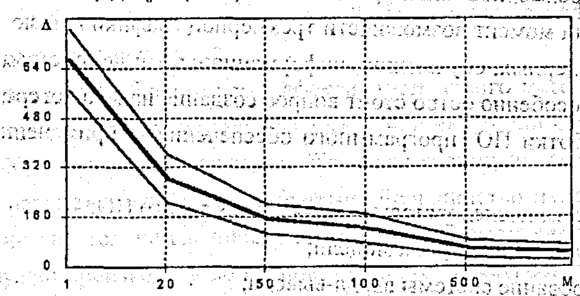

Рис. Зависимость $\Delta(M)$ с 95% доверительными интервалами.

Результаты экспериментов показывают применимость предложенного метода оценивания начальных значений в практических приложениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А., Енюков И.С. Прикладная статистика. – М., 1983.

2. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. – М., 1976.
3. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. – М., 1974.
4. Kharin Yu.S., Zenevich D.V. *Robastness of Autoregressive Forecasting under Misspecified Model.* Computer Data Analysis & Modeling. Proceedings of the V-th Int. Conf. Minsk, BSU, 1998, pp. 120–126.

КОНСОЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РЕСУРСАМИ В ЗАДАЧАХ ПОСТРОЕНИЯ ТРЕХМЕРНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Бахтизин В.В., Круглов Д.Г.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г.Минск, 220027, ул.П. Бровки 6

Аннотация: В данной статье рассматривается задача повышения качества библиотек визуализации трехмерной графики в реальном масштабе времени. Приводится метод ускорения и упрощения этапа тестирования и отладки графической модели, основанный на консольном управлении.

Ключевые слова: Библиотеки визуализации трехмерной графики, отладка и тестирование трехмерной модели, объектно-ориентированное построение библиотеки.

В последние годы системы визуализации трехмерной графики получили небывалое развитие. Бурный рост производительности персональных компьютеров сделал трехмерное моделирование доступным широкому кругу пользователей. В данный момент возможности трехмерной графики во всю используются в ряде инженерных, обучающих, информационных и демонстрационных систем. По этому особенно остро стоит вопрос создания надежных средств автоматизации разработки ПО (программного обеспечения) с применением трехмерной графики.

Перечислим последовательность создания такого ПО:

- проектирование трехмерной модели;
- программирование системы ввода-вывода;
- создание трехмерных графических ресурсов;
- тестирование и отладка модели;
- сдача в эксплуатацию.

В рассмотренной последовательности остановимся подробнее на этапе тестирования и отладки модели. Завершающая стадия работы над трехмерной моделью – одна из самых сложных. Связанно это с тем, что система ввода-