

прогибов от нагрузок и изменения размеров их сечений (радиуса r) в результате деформаций оболочек от действия внутреннего давления. Внешние усилия (изгибающие моменты, продольные и поперечные силы) при расчете воздулонесомых конструкций определяются по общим правилам строительной механики. В местах действия наибольших усилий производится проверка поперечных сечений по прочности, устойчивости и складкообразованию (деформациям) [2].

Сжато-изгибаемые элементы — пневматические стойки, пневматические арки с радиусом r рассчитываются:

а) по прочности сечений, параллельных образующей, на действие внутреннего давления по формуле

$$\sigma = P_d r \leq R_0; R_y;$$

б) по прочности сечений, перпендикулярных образующей, по формуле

$$\sigma = \frac{P_d \pi r}{\alpha} \leq R_0; R_y;$$

в) по устойчивости на действие наибольших изгибающих моментов и продольных сжимающих сил от расчетных нагрузок по формуле

$$M + \frac{N \cdot \pi \cdot r}{4} \leq \frac{P_d \pi^2 r^3}{4};$$

г) по складкообразованию по формуле

$$M + \frac{N r}{2} \leq \frac{P_d \pi r^2}{2}.$$

При этом необходимо помнить, что изгибающие моменты определяются с учетом дополнительных моментов от продольных сил, возникающих в результате прогиба элемента.

В настоящее время накоплен богатый опыт по расчету и конструированию пневматических конструкций. Возрастает объем выпуска синтетических волокон, разрабатываются и внедряются новые типы тканей с более высокими прочностными характеристиками, более экономичные и долговечные, что дает возможность широко применять пневматические строительные конструкции в сельском хозяйстве.

УДК 624.072.075.04

А. С. ХАМУТОВСКИЙ, И. С. СЫРОКВАШКО

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ С УЧЕТОМ УСЛОВИЙ УСТОЙЧИВОСТИ

В связи с интенсивным развитием сельского хозяйства значительно возрастает и объем сельскохозяйственного строительства. Важнейшей задачей при этом является максимальное

снижение материалоемкости конструкций. Применение методов оптимального проектирования позволяет получить наиболее выгодные решения проектов строительных конструкций.

Рассмотрим упругую дискретную конструкцию, для которой геометрия системы, форма поперечных сечений ($I_n = k_n F_n^m$), механические свойства материала, величины осевых внешних сил, приложенных в местах изменения сечений,— величины известные.

Отыскивается такое распределение материала, при котором объем конструкции минимален и выполняются условия устойчивости, прочности, а также конструктивные требования. Для решения этой задачи используются необходимые условия оптимальности дискретного принципа максимума [1, 4], для которого уравнения преобразования должны быть записаны в виде

$$X_i^n = T_i^n(X^{n-1}; \theta_j^n), \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, s; \\ j = 1, 2, \dots, t, \end{matrix}$$

где X_i^n — вектор переменных состояния на n -м этапе (фазовые координаты);

θ_j — вектор управляющих переменных.

Такому условию отвечают уравнения упругой линии сжато-изогнутого стержня [3], у которых за фазовые координаты приняты прогибы X_1^n , углы поворота X_2^n , изгибающие моменты X_3^n , недеформационная поперечная сила X_4^n , а за управляющие переменные — критические параметры v_n и погонные жесткости i_n . Для сжатого стержня эти уравнения после некоторых преобразований примут вид:

$$\left. \begin{aligned} X_1^n &= T_1^n(X^{n-1}; v_n) = X_1^{n-1} + X_2^{n-1} \frac{l_n}{v_n} \sin v_n - \\ &- X_3^{n-1} \frac{l_n}{f_n} (1 - \cos v_n) - X_4^{n-1} \frac{l_n^2}{f_n v_n} (v_n - \sin v_n); \\ X_2^n &= T_2^n(X^{n-1}; v_n) = X_2^{n-1} \cos v_n - X_3^{n-1} \frac{v_n}{f_n} \sin v_n - \\ &- X_4^{n-1} \frac{l_n}{f_n} (1 - \cos v_n); \\ X_3^n &= T_3^n(X^{n-1}; v_n) = X_2^{n-1} \frac{f_n}{v_n} \sin v_n + X_3^{n-1} \cos v_n + \\ &+ X_4^{n-1} \frac{l_n}{v_n} \sin v_n; \\ X_4^n &= T_4^n(X^{n-1}; v_n). \end{aligned} \right\} (1)$$

Если же в стержне продольная сила равна нулю, то

$$\left. \begin{aligned} X_1^n &= T_1^n(X^{n-1}; i_n) = X_1^{n-1} + X_2^{n-1} l_n - X_3^{n-1} \frac{l_n}{2i_n} - X_4^{n-1} \frac{l_n^2}{6i_n}; \\ X_2^n &= T_2^n(X^{n-1}; i_n) = X_2^{n-1} - X_3^{n-1} \frac{1}{i_n} - X_4^{n-1} \frac{l_n}{2i_n}; \\ X_3^n &= T_3^n(X^{n-1}; i_n) = X_3^{n-1} + X_4^{n-1} l_n; \\ X_4^n &= T_4^n(X^{n-1}; i_n). \end{aligned} \right\} (2)$$

Здесь $\nu_n = (l_n f_n / EI_n)^{1/2}$ — критический параметр; $f_n = l_n N_n$, $i_n = EI_n / l_n$ — погонная жесткость, N_n — продольная сжимающая сила в n -м элементе.

Для некоторых конструкций в зависимости от промежуточных условий уравнения преобразования (1) и (2) можно упростить. Например, для неразрезных балок, если жесткость в пределах каждого пролета постоянная, из условия равенства нулю прогибов на опорах ($X_1^1 = X_1^2 = \dots = X_1^n = 0$) можно из уравнений преобразования исключить поперечную силу, оставив за фазовые координаты изгибающие моменты и углы поворота [5].

Для приведения целевой функции $V = \sum l_n F_n$ к стандартному виду дискретного принципа максимума [6] вводится еще одна фазовая координата X_5^n — суммарный объем n участков

$$X_5^n = X_5^{n-1} + \frac{B_n}{\nu_n^{2/m_n}} \text{ — для сжатых стержней;}$$

$$X_5^n = X_5^{n-1} + a_n i_n^{1/m_n} \text{ — для стержней, у которых } N_n = 0, \text{ где } b_n = l_n (l_n f_n / k_n E)^{2/m_n}; a_n = l_n (l_n / k_n E)^{1/m_n}.$$

Чтобы найти оптимальное управление, необходимо составить функции Гамильтона H_n и ввести сопряженный вектор Z^n [1, 4].

Любую стержневую систему, учитывая характер соединения элементов в узле, можно описать с помощью четырех основных способов (условно — ступеней) (рис. 1). Для каждой ступени запись уравнений преобразования, гамильтониан H_n , способ нахождения сопряженного вектора Z^n имеют свои особенности. Например, для связывающей ступени

$$X_i^n = T_i^n(X^{n-1}; \theta_n); H_n = \sum_{i=1}^s Z_i^n T_i^n(X^{n-1}; \theta_n); Z_i^{n-1} = \partial H_n / \partial X_i^{n-1}; \quad (3)$$

для разделительной

$$\left. \begin{aligned} X_i^{n'} &= T_i^{n'}(X^{n-1}; \theta_n); X_i^{n''} = T_i^{n''}(X^{n-1}; \theta_n); \\ H_n &= \sum_{i=1}^{s'} Z_i^{n'} T_i^{n'}(X^{n-1}; \theta_n) + \sum_{i=1}^{s''} Z_i^{n''} T_i^{n''}(X^{n-1}; \theta_n); \\ Z_i^{n-1} &= \partial H_n / \partial X_i^{n-1}; \end{aligned} \right\} (4)$$

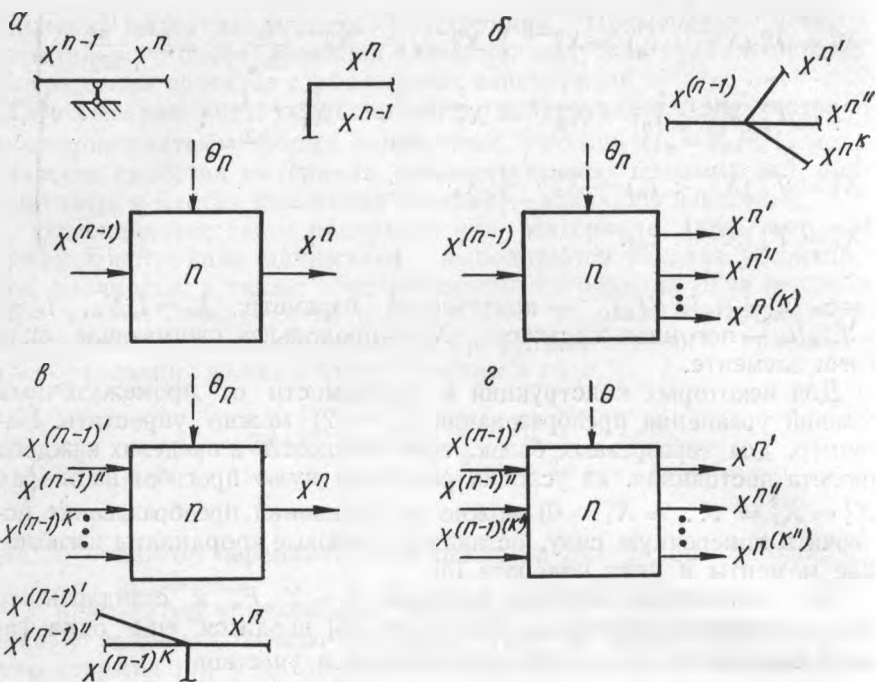


Рис. 1. Четыре основных типа ступеней:
 а—связующая, б—разделительная, в—смесительная, г—сложная.

для смесительной

$$\left. \begin{aligned}
 X_i^n &= T_i^n (X^{(n-1)'}; X^{(n-1)''}; \theta_n); & H_n &= \sum_{i=1}^s Z_i^n T_i^n (X^{(n-1)'}; \\
 & & & X^{(n-1)''}; \theta_n); \\
 Z_i^{(n-1)'} &= \partial H_n / \partial X_i^{(n-1)'}; & Z_i^{(n-1)''} &= \partial H_n / \partial X_i^{(n-1)''};
 \end{aligned} \right\} (5)$$

для сложной

$$\left. \begin{aligned}
 X_i^{n'} &= T_i^{n'} (X^{(n-1)'}; X^{(n-1)''}; \theta_n); & X_i^{n''} &= T_i^{n''} (X^{(n-1)'}; \\
 & & & X^{(n-1)''}; \theta_n); \\
 H_n &= \sum_{i=1}^{s'} Z_i^{n'} T_i^{n'} (X^{(n-1)'}; X^{(n-1)''}; \theta_n) + \\
 & + \sum_{i=1}^{s''} Z_i^{n''} T_i^{n''} (X^{(n-1)'}; X^{(n-1)''}; \theta_n); \\
 Z_i^{(n-1)'} &= \partial H_n / \partial X_i^{(n-1)'}; & Z_i^{(n-1)''} &= \partial H_n / \partial X_i^{(n-1)''}.
 \end{aligned} \right\} (6)$$

Для всех случаев оптимальные управления находятся из условий

$$\partial H_n / \partial \theta_n = 0. \quad (7)$$

Учитывая конкретные граничные условия для фазовых координат, сопряженного вектора и исключая их из уравнений (1) — (2), (3) — (6), (7), приходим к системе нелинейных трансцендентных уравнений, которая при наличии сжимающей продольной силы в последнем s -м элементе имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} A &= 0; \\ \frac{\partial A / \partial v_n}{\partial A / \partial v_s} &= \frac{m_s b_n v_s^{2/m_s+1}}{m_n b_s v_n^{2/m_n+1}}; \\ \frac{\partial A / \partial i_k}{\partial A / \partial v_s} &= - \frac{m_s a_h}{2 b_s m_k} i_k^{1/m_k-1} v_s^{2/m_s+1} \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Если же в последнем элементе $N_s = 0$, то

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A / \partial v_n}{\partial A / \partial i_s} &= - \frac{2 m_s b_n}{m_n a_s} \cdot \frac{1}{i_s^{1/m_s-1} v_n^{2/m_n+1}} \\ \frac{\partial A / \partial i_k}{\partial A / \partial i_s} &= \frac{m_s a_h}{m_k a_s} \frac{i_k^{1/m_k-1}}{i_s^{1/m_s-1}} \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Здесь $A = f(v; i)$ — уравнение устойчивости. Найденные из уравнений (8) или (9) оптимальные критические параметры и погонные жесткости должны удовлетворять конструктивным требованиям и условию прочности

$$v_n \leq (i_n^{m_n+1} \cdot \sigma_0^{m_n} / k_n E f_n^{m_n-1})^{1/2}.$$

Рассмотрим систему, показанную на рис. 2, а. Для нее уравнения преобразования на первом этапе записываются по (1). Однако в конце этого участка прогиб известен:

$$X_1^1 = X_0^1 / (r_{11} + T/h).$$

Поэтому, используя первое уравнение системы (1), можно найти поперечную силу и подставить ее в оставшиеся уравнения. В этом случае фазовыми координатами будут изгибающие моменты, углы поворота и объем системы. На втором участке уравнения преобразования принимают вид:

$$X_2^2 = X_2^1; \quad X_3^2 = - \frac{1}{2} X_3^1 = - 3i_2 X_2^1; \quad X_5^2 = X_5^1 + a_2 i_2^{1/m_2}.$$

Здесь T — следящая сила, $f_1 = h(P + T)$; $i_2 = 2EI_2/d$. Для каждого участка как для соединительной ступени составляется гамильтониан H_n и отыскивается по (3) сопряженный вектор Z^n . Оптимальные управления находим по (7). Теперь, учитывая (1), (3), (7) и граничные условия

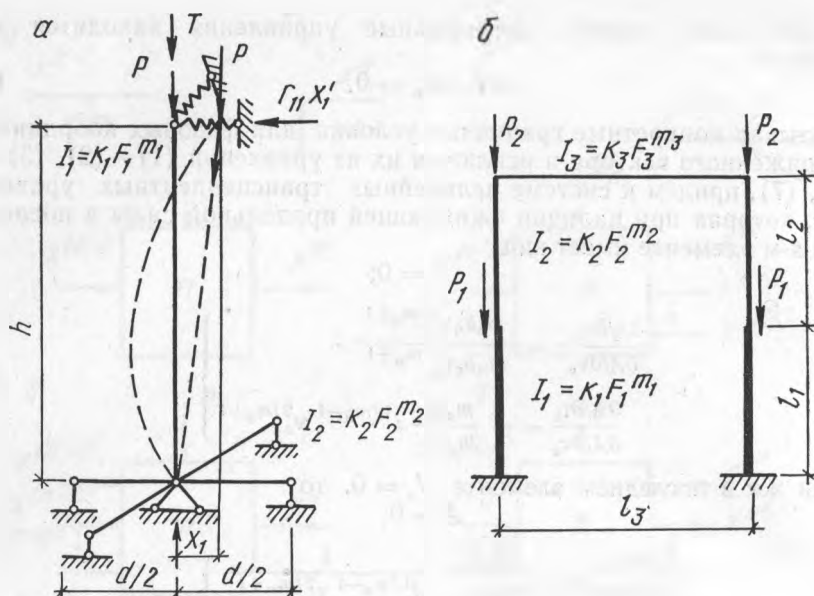


Рис. 2. Схемы конструкций.

$X_3^0 = X_5^0 = 0$; $X_3^2 = -3i_2 X_2^1$; $Z_2^2 = 0$; $Z_5^2 = -1$; $Z_2^0(v; i) = 0$,
получим уравнения (9), где

$$A = \frac{f_1 v_1}{r_{11} h + T} - h(v_1 - \operatorname{tg} v_1) - \frac{f_1}{6i_2} \operatorname{tg} v_1 \left(\frac{f_1}{r_{11} h + T} - h \right) = 0.$$

Определив из последнего выражения i_2 и подставив это значение во второе уравнение системы (9), получим

$$\begin{aligned} v_1^{2/m_1+1} &= \left[\frac{h(P - r_{11}h) \operatorname{tg} v_1}{f_1 v_1 - h(r_{11}h + T)(v_1 - \operatorname{tg} v_1)} \right]^{\frac{m_2+1}{m_1}} \cdot \frac{(v_1 \operatorname{tg} v_1 - \sin^2 v_1)}{\operatorname{tg} v_1 \sin^2 v_1} = \\ &= \frac{m_2 h}{m_1 d} \left(\frac{f_1 h}{k_1 E} \right)^{\frac{1}{m_1}} \cdot \left(\frac{12 k_2 E}{f_1 d} \right)^{\frac{1}{m_2}}. \end{aligned}$$

Отсюда находится оптимальный критический параметр v_1 . Если считать, что сечения элементов выполнены из тонкостенных труб постоянной толщины δ_1, δ_2 (в этом случае $m_1 = m_2 = 3$) и, кроме того, $T = 0$, $r_{11} = \infty$, $\frac{k_2}{k_1} = \left(\frac{\delta_1}{\delta_2} \right)^2$, то получим формулу, приведенную в [2].

Пример. Для рамы, показанной на рис. 2, б, при косимметричной форме потери устойчивости и $m_1 = m_2 = 1$, $P = 500$ кН, $l_1 = l_2 = l_3/2 = 2$ м, $\sigma_0 = 2 \cdot 10^5$ кН/м², $E = 2 \cdot 10^8$ кН/м², $k_1 = k_2 = = 0,0012 = \text{const}$ найти минимальный объем.

В этом случае оптимальное управление находится из уравнений (9), но

$$A = 6i_3 \left(\frac{v_1}{f_1} \operatorname{tg} v_1 + \frac{v_2}{f_2} \operatorname{tg} v_2 \right) - \frac{f_2 v_1}{f_1 v_2} \operatorname{tg} v_1 \operatorname{tg} v_2 - 1 = 0.$$

Решая полученную систему трех нелинейных уравнений, находим: $F_1=0,006$; $F_2=0,00319$; $F_3=0,00338$ м², $V=0,05027$ м³. Отметим, что для этой же рамы, но постоянного сечения $V=0,05421$ м³.

Изложенная выше методика позволяет получить аналитические зависимости для определения оптимального управления, а следовательно, минимальной массы конструкций, с учетом ограничений по устойчивости, прочности, а также конструктивных требований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болтянский В. Г. Оптимальное управление дискретными системами. М., «Наука», 1973.
2. Воеводин А. А. К расчету шпренгельной стойки на минимум веса.— «Строительная механика и расчет сооружений», 1972, № 5.
3. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Расчетно-теоретический М., Госстройиздат, 1973.
4. Фан Лянь-цень, Вань Чу-сен. Дискретный принцип максимума. М., «Мир», 1967.
5. Хамутовский А. С. О расчете оптимальных многопролетных стержней. Тезисы докладов IX конференции молодых ученых и специалистов Прибалтики и Белоруссии по проблемам строительных материалов и конструкций. Минск, ИСИА Госстроя БССР, 1977.
6. Хамутовский А. С. Об оптимальном проектировании стоек ступенчато-переменного сечения. «Вопросы строительства и архитектуры», вып. VII. Мн., «Высэйшая школа», 1977.

УДК 624.014.072.2

Н. Н. МУРАШКО

РАСЧЕТ УЗЛОВ СТАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК В КОНСТРУКЦИЯХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Применение легких металлических конструкций с элементами в виде замкнутых профилей для сельскохозяйственных производственных зданий и сооружений является прогрессивной областью строительства. В связи с этим особого внимания заслуживают конструкции, выполненные из тонкостенных электросварных или бесшовных труб. Узлы соединения таких конструкций решаются как в виде бесфасоночных сопряжений цилиндрических оболочек, так и посредством системы продольно-поперечных ребер [2].

Целесообразность применения круглых труб в объектах сельскохозяйственного строительства определяется, с одной стороны,