Сложность обратных задач заставляет почти всегда отказываться от рассмотрения устойчивости элементов , сечения которых еще не известны ; исключение составляют работы о стойках наименьшего веса Клаузена , Е. Л. Николаи , Н. Г. Ченцова , А. Ф. Смирнова .

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РЕБРИСТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЗКАХ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ

Амиро И.Я., Игнатюк В.И.

Рассматриваются тонкие изотропные круговые замкнутые цилиндрические подкрепленные оболочки, состоящие из собственно оболочки (обшивки) и ребер (стрингеров и шпангоутов). Ребра располагаются вдоль линий главных кривизн обшивки, и считается, что по линиям их контакта с обшивкой обеспечивается равенство перемещений в нормальном и тангенциальных направлениях и углов поворота и сдвига. Оболочки шарнирно оперты по краям и могут загружаться импульсными нагрузками осевого сжатия и внешнего давления, равномерно распределенного по поверхности оболочки. В качестве импульсных нагрузок здесь рассматриваются возрастающий треугольный импульс, при котором напряжения возрастают по линейному закону со скоростью $\gamma\left(\sigma=\gamma\cdot t\right)$; ступенчатый импульс, при действии которого в оболочке возникают некоторые напряжения σ_0 на интервале времени $0 \le t \le t_0$ и нулевые напряжения вне этого интервала; убывающий треугольный импульс, при котором для внезапно приложенной нагрузки напряжения, возникшие при приложении нагрузки , σ_0 убывают по линейному закону со скоростью $\gamma\left(\sigma=\sigma_0-\gamma\cdot t\right)$.

Описание обшивки выполняется в рамках общей технической теории тонких оболочек, а для расчета ребер используется теория криволинейных стержней. Ширина ребер и их жесткость на изгиб в плоскости, касательной к координатной поверхности, не учитываются. Докритическое состояние оболочки принимается безмоментным.

Задача устойчивости решается [2] энергетическим методом в линейной постановке при одночленной аппроксимации перемещений с учетом дискретности расположения ребер и их эксцентриситета. В выражении кинетической энергии оболочки учитываются только силы инерции, действующие в радиальных направлениях. Уравнение движения оболочки получено с помощью уравнения Лагранжа второго рода и имеет вид

$$\frac{d^2 w_i(t)}{dt^2}+\omega_{mn}^2\left(1-\frac{\sigma_x}{\sigma_{mnx}}-\frac{\sigma_y}{\sigma_{mny}}\right)w_i(t)=0\ , \qquad (i=1,2) \qquad (1)$$

где w_i – параметр перемещения точек оболочки в направлении нормали к срединной поверхности; σ_x, σ_y – соответственно продольные и радиальные сжимающие напряжения в оболочке; ω_{mn} – частота свободных колебаний, отвечающая рассматриваемой форме деформации оболочки; $\sigma_{mnx}, \sigma_{mny}$ – соответствующие этой форме деформации статические критические напряжения соответственно для осевого сжатия и внешнего давления; i = 1 здесь соответствует симметричному деформированию оболочки относительно начала отсчета, лежащего на одном из стрингеров, а i = 2 – кососимметричному ее деформированию относительно того же начала отсчета (далее индексы i для перемещений w опущены).

Определяя напряжения σ_x и σ_y через параметры внешних нагрузок осевого сжатия и внешнего давления и выражая их через один из параметров внешнего нагружения, который обозначим q и в качестве которого удобно принять внешнее давление по поверхности оболочки q_2, получим

$$\sigma_x + \sigma_y = q\frac{R}{h}\left(k_{q1}k_{FC} + k_{FШ}\right), \text{ где } k_{FC} = \frac{1}{2 + k \cdot F_C \;\; \pi R^2}\;;\; k_{FШ} = \frac{1}{1 + F_Ш \;\; h l_Ш}\;;$$

$k_{FC}, k_{FШ}$ – коэффициенты, учитывающие распределение нагрузок при вычислении напряжений на продольные и поперечные ребра (стрингеры и шпангоуты); k – число стрингеров; $F_C, F_Ш$ – площади сечений стрингеров и шпангоутов; h – толщина обшивки; $l_Ш$ – расстояние между шпангоутами; $k_{q1} = q_1 \;\; q = P_д \;\; \pi R^2 q$ – коэффициент, через который выражается нагрузка осевого сжатия (осевая сила $P_д$ или нагрузка, распределенная по площади торца оболочки q_1) через внешнее давление $q_2 (q_2 = q)$.

Тогда уравнение движения (1) можно представить в виде

$$\frac{d^2 w}{dt^2} + \omega_{mn}^2\left(1 - \frac{q}{q_{mn}}\right)w = 0 \;, \qquad (2)$$

который учитывает возможность действия как отдельно осевого сжатия, либо внешнего давления, так и возможность их совместного действия в заданном соотношении.

Для характера движения ребристой цилиндрической оболочки, описываемого уравнениями (1), (2), существенное значение имеет закон изменения внешней нагрузки (напряжений) во времени.

Для решения задачи устойчивости при динамическом нагружении необходимо определить время действия и соответствующие значение нагрузки , при которых становится возможным интенсивное развитие прогибов .

Ниже рассматриваются три выше указанных случая нагружения , для которых получены выражения для критического времени и критических давлений.

1. Для быстро возрастающего во времени по линейному закону со скоростью γ нагружения $(q = \gamma \cdot t)$ в уравнении (2) введем обозначение $t = t_{mn} + q_{mn}/\gamma$, где q_{mn}/γ – время, необходимое для того, чтобы усилие достигло статического критического давления q_{mn}. Тогда уравнение (2) примет вид

$$\frac{d^2 w}{dt^2} - b_{mn} t_{mn} w = 0 , \tag{3}$$

где $b_{mn} = \gamma\omega_{mn} / q_{mn}$.

Решение уравнения (3) можно представить в виде

$$w = C_0\left(1 + \frac{b_{mn} t_{mn}^3}{2\cdot 3} + \frac{b_{mn}^2 t_{mn}^6}{2\cdot 3\cdot 5\cdot 6} + \ldots\right) + C_1\left(1 + \frac{b_{mn} t_{mn}^4}{3\cdot 4} + \frac{b_{mn}^2 t_{mn}^7}{3\cdot 4\cdot 6\cdot 7} + \ldots\right), \tag{4}$$

где C_0 и C_1 определяются из начальных условий (при $t_{mn} = 0$), причем C_0 равно амплитуде начального прогиба , а C_1 - амплитуде начальной скорости .

Анализ решения (4) показывает , что оно представляет собой ряд по степеням куба

$t_{mn}\sqrt[3]{b_{mn}}$. Поскольку эта величина начинает сильно возрастать после того , как она достигнет значения равного единице , то за критерий динамической потери устойчивости целесообразно принять условие $t_{mn}\sqrt[3]{b_{mn}} = 1$, что и сделано в работе [1]. Тогда с учетом принятых обозначений для критического времени и критического давления получим выражения

$$t_{кр} = \sqrt[3]{\frac{q_{mn}}{\gamma\omega_{mn}^2}} + \frac{q_{mn}}{\gamma} ; \qquad q_{кр} = \sqrt[3]{\frac{q_{mn}\gamma^2}{\omega_{mn}^2}} + q_{mn} \tag{5}$$

2. При действии ступенчатого импульса , когда на интервале времени $0 \le t \le t_0$ возникает давление q_0, которое равно 0 вне этого интервала , монотонное возрастание прогибов возможно , как показывает анализ уравнения (2) , при $q_0 > q_{mn}$ (при $q_0 < q_{mn}$ движение оболочки будет колебательным). Введя обозначение $a_{mn} = \omega^2\left(\frac{q_0}{q_{mn}} - 1\right)$, уравнение (2) получим в виде

$$\frac{d^2 w}{dt^2} - a_{mn} w = 0 . \tag{6}$$

а его решение при нулевой начальной скорости можно записать в форме

$$w = C_0\left(1 + \frac{a_{mn}t^2}{2!} + \frac{a_{mn}^2 t^4}{4!} + \ldots\right), \tag{7}$$

которая представляет зависимость прогибов от времени по степеням квадрата $t\sqrt{a_{mn}}$. Возрастать существенно эта величина будет при $t\sqrt{a_{mn}} > 1$, поэтому для определения критического времени здесь получим [1] зависимость

$$t_{кр} = \sqrt{\frac{q_{mn}}{\left(q_0 - q_{mn}\right)\omega_{mn}^2}} \tag{8}$$

3. При действии треугольного убывающего импульса , когда внезапно приложенная нагрузка убывает по линейному закону $q = q_0 - \gamma \cdot t$, уравнение движения (2) получим в виде

$$\frac{d^2 w}{dt^2} - (a_{mn} - b_{mn} t)w = 0\,, \tag{9}$$

где для a_{mn} и b_{mn} сохранены принятые выше обозначения .

Для движения системы , вызванного ее отклонением с амплитудой C_0 , решение уравнения (9) можно представить в виде

$$w = C_0\left[1 + \frac{a_{mn}t^2}{2!}\left(1 - \frac{b_{mn}t}{3a_{mn}}\right) + \frac{a_{mn}^2 t^4}{4!}\left(1 - \frac{4b_{mn}t}{5a_{mn}}\right) + \ldots\right], \tag{10}$$

из анализа которого условие, соответствующее началу интенсивного развития прогибов можно записать в форме

$$a_{mn}t^2\left(1 - \frac{b_{mn}t}{3a_{mn}}\right) = 1 \tag{11}$$

Из условия $q_0 - \gamma \cdot t = q_{mn}$ можно определить время, соответствующее уменьшению сжимающих напряжений до σ_{mn}: $t = (q_0 - q_{mn})/\gamma$, подставляя которое в (11) с учетом принятых обозначений для a_{mn} и b_{mn} получим зависимость

$$q_{0кр} = q_{mn} + \sqrt[3]{\frac{3q_{mn}\gamma^2}{2\omega_{mn}^2}}\,, \tag{12}$$

определяющую в соответствии с принятым подходом критическое сочетание начального значения внезапно приложенной нагрузки и скорости ее падения .

Ниже приведены результаты определения критических параметров импульсных нагрузок осевого сжатия и внешнего давления рассмотренных видов для цилиндрической оболочки с характеристиками:

$R = 20$ см, $L = 50$ см, $h = 0{,}4$ мм, $E = 6{,}67 \cdot 10^4$ МПа,

$\rho_0 = 0{,}26 \cdot 10^3$ кг м^3, подкрепленной с внешней стороны 16 стрингерами размером $6 \times 6 \times 0{,}4$ мм и с внутренней стороны 3 шпангоутами такого же размера.

Для осевого сжатия (статическая критическая осевая нагрузка равна $P_{кр}^{ст} = 20{,}97$ кН $\left(\sigma_{кр}^{ст} = 83{,}88 \text{ МПа}\right)$ при $n = 6, m = 4$) получено :

– для треугольного возрастающего импульса со скоростью возрастания осевых сжимающих напряжений

$$\gamma = 1 \cdot 10^5 \text{ кПа/с} \ - \ P_{кр}^{дин} = 32{,}28 \text{ кН } (\sigma_{кр}^{дин} = 129{,}12 \text{ МПа}), n = 8, m = 8;$$

– для ступенчатого импульса

$$\text{с } \ P_0 = 33{,}91 \text{ кН } (\sigma_{кр}^{дин} = 135{,}63 \text{ МПа}) \ - \ t_{кр} = 1{,}48 \text{ с}, n = 8, m = 8;$$

– для треугольного убывающего импульса

$$\left(\gamma = 1 \cdot 10^5 \text{ кПа с}\right) \ - \ P_{0кр}^{дин} = 33{,}26 \text{ кН } (\sigma_{кр}^{дин} = 133{,}09 \text{ МПа}), n = 8, m = 8.$$

Для внешнего давления (статическое критическое давление равно $q_{кр}^{ст} = 182{,}5$ кПа $\left(\sigma_{кр}^{ст} = 91{,}02 \text{ МПа}\right), n = 5, m = 1$) получено :

– для треугольного возрастающего со скоростью $\gamma = 2 \cdot 10^2$ кПа с импульса

$$- \ q_{кр}^{дин} = 254{,}36 \text{ кПа} (\sigma_{кр}^{дин} = 127{,}18 \text{ МПа}), n = 12, m = 4;$$

– для ступенчатого импульса

$$\text{с } \ q_0 = 270 \text{ кПа} (\sigma_0 = 135 \text{ МПа}) \ - \ t_{кр} = 2{,}13 \text{ с}, n = 12, m = 4;$$

– для треугольного убывающего импульса

$$\left(\gamma = 2 \cdot 10^2 \text{ кПа с}\right) \ - \ q_{0кр}^{дин} = 277{,}02 \text{ кПа } (\sigma_{0кр}^{дин} = 138{,}51 \text{ МПа}), n = 12, m = 4.$$

Литература

1. Амиро И. Я., Заруцкий В. А. Теория ребристых оболочек. – К.: Наук. думка, 1980. – 368 с. – (Методы расчета оболочек : в 5-и т. ; т. 2).

2. Игнатюк В. И. Устойчивость многослойных цилиндрических ребристых оболочек при динамическом нагружении / БИСИ. – Брест, 1980. – 23 с. – Деп. в ВИНИТИ 12.01.81, №135-81.