

ОДНО ПОЛЕЗНОЕ УРАВНЕНИЕ

Объект исследования – уравнение вида

$$ww' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)w'^2 + P(w, z)w' + Q(w, z), \quad (1)$$

где $P(w, z) = \sum_{i=0}^2 a_i(z)w^{2-i}$; $Q(w, z) = \sum_{j=0}^4 b_j(z)w^{4-j}$,

и коэффициенты $a_i(z)$, $b_j(z)$ – аналитические (по Вейерштрассу) функции в некоторой области $D \subset \mathbb{C}$, которое Богословский Б.П. и Казаков В.А. (1993) назвали «близким по форме» к четвёртому уравнению Пенлеве.

Решается задача:

С помощью методов, изложенных в работах Еругина Н.П., Кондратени С.Г., Яблонского А.И., Лукашевича Н.А., Мартынова И.П., Шестакова А.А., Громака В.И., Дежурко Ю.И., Чичурина А.В., найти решения уравнения (1), обладающие заданными предельными свойствами.

В нашей работе находятся достаточные, а в ряде случаев и необходимые условия существования таких решений.

В частности, в процессе нахождения решений уравнения (1), обладающих предельным свойством $w(z) \rightarrow \infty$ при $z \rightarrow z_0$ ($z_0 \in D$), с помощью метода, основанного на редукции уравнения (1) к Брио - Буке – системе, возникает алгебраическое относительно k и r уравнение

$$k = a + \frac{a^2}{r - a},$$

где $a = \left(1 + \frac{1}{n}\right)$, n – некоторое фиксированное натуральное число, большее 1.

Кроме указанных в [1] случаев (1 – 4, стр.12), при $n = 2$ возможны ещё $k = 3$, $r = 3$.

Полученные результаты могут быть использованы при решении многих задач математического естествознания.

Литература. 1. Дежурко Ю.И., Петрукович Д.А., Страпко В.М. // Веснік Брэсцкага ун-та. 1999, № 6. С.11. 2. Громак В.И., Лукашевич Н.А. Аналитические свойства и решения уравнений Пенлеве. Мн., 1990. 3. Мячин В.Ф. // О системе двух уравнений Брио и Буке. // Вестн. ЛГУ. Серия матем. 1958. №7. С.88-102.