Extension of a system by its integrability conditions is called completion. The quasilinear systems of Cauchy-Kowalevskaya type form a particular family of involutive systems.

In this talk we present some recent achievements in development of constructive methods for completion to involution of linear PDEs. The general involutive approach is based on the concept of involutive monomial division which is defined for the monomial set associated with the set of leading derivatives with respect to some ranking chosen. Every particular division provides for each equation in the system the self-consistent separation of variables into multiplicative and non-multiplicative. The completion to involution is achieved by combining of non-multiplicative prolongations with multiplicative reductions.

In addition to their role as canonical bases of differential ideals, linear and quasilinear (orthonomic) involutive systems allow one to pose of an initial value problem providing uniqueness of its solution and to determine the structure of arbitrariness in general analytical solution. To illustrate this technique by an important example we consider the Navier-Stokes equations in R^2 for an incompressible fluid and determine the functional arbitrariness in their general analytic solution.

As another important application of the involutivity we consider the Lie symmetry analysis of nonlinear differential equations and show that by completion to involution of the determining linear PDEs for Lie symmetry generators one can easy find the size of symmetry group without explicit integration of the determining equations.

Б.А.Годунов, Л.Т.Мороз (Беларусь, г. Брест)

РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Рассматривается задача отыскания для $a \leq x \leq b$ решения задачи

$$y'' + p(x)\,y' + q(x)\,y = f(x), \quad y(a) = A_0\,, \quad y(b) = B_0\,. \qquad (1)$$

I. Пусть E - банахово пространство функций, определённых на некотором замкнутом ограниченном множестве Ω с границей $\Gamma\Omega$ и E_0 - подпространство пространства E функций, принимающих на $\Gamma\Omega$ фиксированное значение. Пусть вполне нерперывный линейный оператор A преобразует Ω в себя, $A = I_{\Gamma\Omega} + A_2$, $\rho\,(A_2)<1$, $A_2(\Gamma\Omega)=0$. Тогда верна

Теорема 1.Последовательные приближения $x_{n+1}=Ax_n+f$ $(n = 0, 1, 2,\dots)$ *с оператором* $A = I_{\Gamma\Omega} + A_2$ *в пространстве* E_0 *сходятся к решению* x *уравнения* $x = Ax + f$ *при любом* $f \in E$ *и любом* $x_0 \in E_0$.

Условие $A(\Gamma\Omega)=I_{\Gamma\Omega}$ соотвествует граничным условиям

II. Пусть $x_k = a + kh$, $k = 0, 1,\dots,n$; $h = (b - a)/n$; $y_k=y(x_k)$, $p_k=p(x_k)$, $q_k=q(x_k)$, $f_k=f(x_k)$. Отыскание решения задачи (1)в узлах x_k сводится к решению системы Y=AY+f, где $У=(A_0, y_1, \dots, y_{n-1}, B_0)$, $f= (0, d_1 f_1, d_2 f_2, \dots, d_{n-1} f_{n-1}, 0)$, $d_k = \dfrac{h^2}{h^2 q_k - 2}$, $k = 1, 2, \dots, n-1$,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a_{10} & 0 & a_{12} & & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1,n-2} & 0 & a_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

где $a_{k,k-1} = \dfrac{1-0{,}5hp_k}{2-h^2q_k}$, $a_{k,k+1} = \dfrac{1+0{,}5hp_k}{2-h^2q_k}$, k = 1, 2, …, n-1.

В простанстве R^{n+1} матрица A определяет линейный оператор, удовлетворяющий условиям теоремы 1, если h выбрано достаточно малым. Поэтому последовательные приближения $У_{n+1} = АУ_n + f$ (n = 0, 1, 2,….) с точностью $O(h^4)$ определяют решение задачи (1) в узлах сетки.

В заключение приведём результаты решения задачи

$$x^2 y'' + x y' + (x+1) y = x^4 + 10x^3,\ y(0{,}5) = 0{,}125,\ y(1) = 1.$$

В качестве узлов сетки взяты x_k : 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1.

№ итер.	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
0	0,125	0,300	0,475	0,650	0,825	1,000
64	0,125	0,216347	0,343468	0,512422	0,729259	1,000
65	0,125	0,216347	0,343467	0,512421	0,729259	1,000
66	0,125	0,216347	0,343467	0,512421	0,729259	1,000

Точное решение $y=x^3$ задачи (2) в узлах сетки принимает значения

0,125; 0,216; 0,343; 0,512; 0,729; 1,000.

Т.А.Голдобина (Беларусь, г. Гомель)

СИСТЕМЫ С ЛИНЕЙНОЙ ОБОБЩЕННОЙ ОТРАЖАЮЩЕЙ ФУНКЦИЕЙ

Пусть дана система дифференциальных уравнений $\dot{x} = X(t,x), t \in I, x \in D \subset R^n$ с непрерывно дифференцируемой правой частью, и пусть $\varphi(t;t_0,x_0)$ – ее общее решение в форме Коши. По аналогии с отражающей функцией (ОФ) [1] рассматривается обобщенная отражающая функция $F(t,x) = \varphi(\alpha(t),t,x)$. Как оказалось, для того, чтобы основные