НЕКОТОРЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО РАСЧЕТУ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РАМ

С.Д.Семенюк
ММИ, г. Могилев

Пространственные рамы рассчитываются теми же методами, что и плоские – методом сил и перемещений. Однако, число неизвестных здесь значительно больше, чем в плоских. Кроме того, вычисление всех величин, зависящих от деформаций стержней, сильно усложняется из-за увеличения числа различных внутренних силовых факторов в стержнях пространственных систем. Действительно, если в сечении стержня плоской рамы, находящейся под действием нагрузки, расположенной в ее плоскости, внутренних силовых факторов только три: изгибающий момент, поперечная и продольная сила, то в сечении стержня пространственной рамы их будет шесть: крутящий момент, продольная сила, два изгибающих момента и две поперечные силы, действующие в двух ортогональных плоскостях, содержащих ось стержня и главные оси инерции поперечного сечения.

Мы будем рассматривать рамы с жесткими узлами, образованные взаимно перпендикулярными стержнями постоянного сечения и достаточной гибкости, чтобы можно было пренебрегать деформациями растяжения-сжатия и сдвига по сравнению с деформациями изгиба.

Рассмотрим раму по рис. 1.1, *а*. Если рассчитывать такую раму методом сил, то основную статически определимую систему можно образовать, разрезав все ригеля так, чтобы получилась связанная система стержней без замкнутых контуров.

При статически определимом закреплении нижнего основания с помощью шести стержней основная система примет вид по рис.1.1, *б*.

Число лишних неизвестных окажется равным

$$Л = 6 \cdot P\,, \tag{1}$$

где P - число разрезов.

Из рис. 1.1, *б* видно, что перерезать без нарушения неизменяемости можно все ригеля, параллельные осям X и Y, кроме стержней, совпадающих с этими осями. Не режутся также стержни нижнего основания, параллельно одной из координатных осей - в нашем случае оси Y.

Нетрудно проследить структуру системы и убедиться в том, что от начала координат можно пройти к каждой из сторон любого разреза, двигаясь по неперерезанным стержням, причем к любой из сторон разреза ведет лишь один путь.

Согласно рис. 1.1, *б* число разрезов оказалось равным:

параллельно оси X: $2\times2\times4 = 16$ – по ригелям второго и третьего ярусов;
$3\times3\times2 = 18$ – по верхнему ярусу;
$2\times3 = 6$ – по нижнему ярусу.

Всего 40 разрезов, значит $Л = 6 \times 40 = 240$.

Если прикрепление к земле будет содержать лишние связи, то число неизвестных соответственно увеличится.

Поэтому, найденное число неизвестных является минимальным при расчете такой рамы методом сил.

Если рассчитывать такую раму методом перемещений, то число неизвестных определится выражением: $n = n_y + n_л$,

где $n_y = 3 \cdot У$ – число угловых перемещений, равное утроенному количеству жестких узлов;

$n_л = П - 6$, причем $П$ - число поясов, содержащих коаксиальные стержни.

Поэтому

$$n = 3 \cdot У + П - 6 \tag{2}$$

Очевидно, что $П = П_x + П_y + П_z$, где каждое слагаемое равно числу поясов, ориентированных параллельно соответствующим осям.

Согласно рис. 1.1, *в*.

$$У = 3 \cdot 3 \cdot 4 = 36,\ П_x = 3 \cdot 3 = 9,\ П_y = 4 \cdot 3 = 12,\ П_z = 3 \cdot 4 = 12,$$

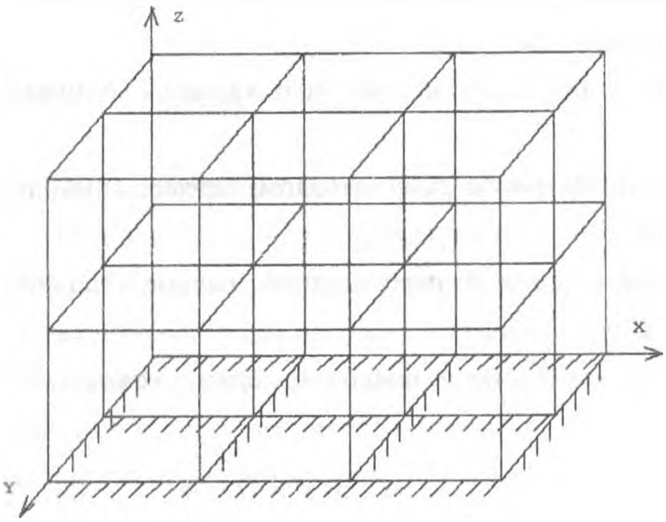
поэтому $П = 9 + 12 + 12 = 33$.

Общее число неизвестных перемещений при статически определимом опирании (6 внешних связей) будет $n = 3 \cdot 36 + 33 - 6 = 135$.

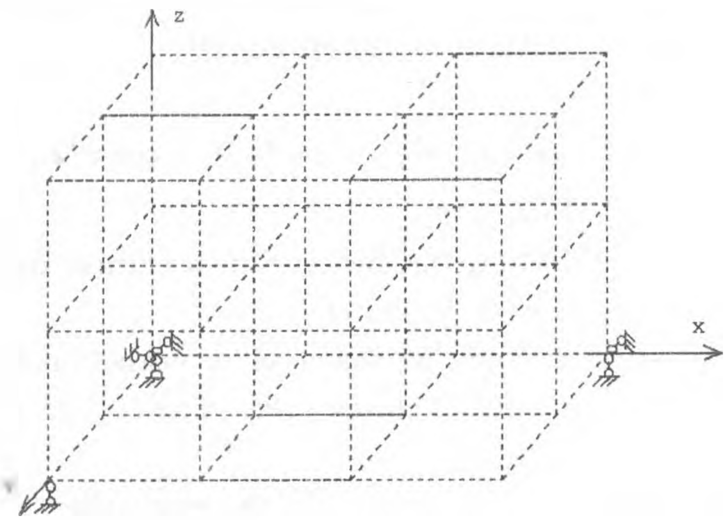
При статически неопределимом опирании число неизвестных окажется меньше на число лишних внешних связей. В общем случае, при $C_{оп} \geq 6$, число неизвестных перемещений будет $n = 3 \cdot У + П - C_{оп}$

Если рама обладает осями симметрии, то расчет может быть упрощен благодаря применению группировки неизвестных угловых перемещений.

а)



б)



в)