

DEMCHUK I.E. Calculation of masonry shear strength perpendicular to the plane of horizontal mortar joints

Experimental and numerical studies of shear strength perpendicular to the plane of horizontal mortar joints of masonry from ceramic elements were carried out. Based on experimental results the value of the masonry initial shear strength perpendicular to the horizontal mortar joints is not less than 1,5 times higher than in shear parallel to the horizontal mortar joints were identified. Based on numerical calculations, diagrams of the dependence of the strength of masonry on the displacement perpendicular and parallel to the horizontal mortar joints from the level of compression of masonry were obtained. Analytical dependences to calculate the masonry shear strength perpendicular to the plane of the horizontal mortar joints taking into account its compression, as well as the ultimate value of the masonry shear strength were obtained.

УДК 624.073 (043)

Молош В.В.

ОБ УРАВНЕНИЯХ РАВНОВЕСИЯ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ В НАКЛОННОЙ ТРЕЩИНЕ, ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОДАВЛИВАНИЮ ПЛОСКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ БЕЗ ПОПЕРЕЧНОЙ АРМАТУРЫ

Большинство современных расчетных моделей, служащих для определения сопротивления срезу железобетонных элементов, базируются на положении о том, что в предельном состоянии наклонная трещина пересекает конструктивный элемент по всей его высоте, а сопротивление вызвано зацеплением поверхностей, контактирующих в трещине.

Предшествующие исследования [1] позволили экспериментально установить, что усилие, возникающее в результате зацепления контактирующих поверхностей в наклонной трещине, может составлять от 22% до 59% от полного поперечного усилия воспринимаемого элементом в зоне среза. Наиболее популярная в настоящее время модель расчета сопротивления срезу – модифицированная теория полей сжатия (MCFT), (англ. *Modified Compression Field Theory, MCFT*), разработанная Vecchio F.J. и Collins M.P. в 1986 – 1990 годах, – основанная на применении деформационного подхода, включает в качестве базового критерия разрушения величину касательных напряжений V_{ci} , вызванных зацеплением контактирующих поверхностей в наклонной трещине.

Величину касательных напряжений V_{ci} , зависящих от ширины раскрытия наклонной трещины, предложено определять по эмпирической зависимости следующего вида:

$$V_{ci} = \frac{0,18\sqrt{f'_c}}{0,3 + \frac{24w}{D_{max} + 16}}, \quad (1)$$

где f'_c – цилиндрическая прочность бетона при осевом сжатии, Н/мм²;

w – ширина раскрытия трещины среза;

D_{max} – максимальный размер крупного заполнителя.

Подобный подход также использовал при разработке собственной расчетной модели сопротивления срезу швейцарец Aurelio Muttoni [2], предложив ее в следующем виде:

$$\frac{V_{Rd}}{b_0 \cdot d \sqrt{f'_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{D_{max} + a_g}}, \quad (2)$$

где V_{Rd} – поперечная сила, действующая в критическом сечении при расчетах сопротивления продавливанию (срезу); b_0 – поперечный размер площади среза; f'_c ; d – эффективная рабочая высота плиты, определяемая расстоянием от нижней наиболее сжатой зоны плиты до центра тяжести растянутой арматуры; ψ – угол поворота сечения с наклонной трещиной; между действующей внешней поперечной силой V_{Ed} и углом поворота ψ предложена функциональная взаимосвязь «усилие – угол поворота» следующего вида:

$$\psi = 0,33 \frac{L \cdot f_{yd}}{d \cdot E_s} \left(\frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \right)^{3/2}; \quad (3)$$

L – расстояние между колоннами; f_{yd} – расчетное сопротивление продольной арматуры при осевом растяжении; E_s – модуль упругости арматурной стали; m_{Ed} – среднее значение расчетного изгибающего момента на единицу длины опорной полосы в районе колонны, $m_{Ed} = V_{Ed} / 8$; m_{Rd} – расчетный погонный изгибающий момент в сечении плиты в зоне соединения с колонной.

Модифицированная теория полей сжатия, в основу которой положен критерий (1), и модель Muttoni [2], обладающая схожей структурой и общей простотой, тем не менее имеют ряд недостатков. Основной из них – эмпирическая основа критериев разрушения, уйти от которой на данном этапе пока не удастся. Кроме того, в модифицированной теории полей сжатия некоторые допущения весьма спорны. Научная же мысль всегда устремляется к созданию общего метода, описывающего изучаемое физическое явление. Такой метод должен опираться на строго сформулированную теорию и ее, по возможности наиболее точное, математическое описание, позволяющее получить замкнутое решение.

Полагая, что в предельном состоянии трещина пересекает всю высоту конструктивного элемента, рассмотрим равновесие сил, действующих на одну его часть, отсеченную по наклонной трещине. Для простоты будем рассматривать плоскую задачу, а ширину конструктивного элемента в расчетах будем принимать равной длине критического периметра.

Изгиб конструктивного элемента будет возникать в результате действия пары сил V_{Ed} и $F_{c,y}$ (рисунок 1а), которая будет уравновешена парой, образованной силами $F_{c,x}$ и F_s и силами, вызванными зацеплением контактирующих поверхностей элемента в наклонной трещине. Здесь $F_{c,x}$ представляет равнодействующую усилий в сжатой зоне бетона (высота сжатой зоны бетона обозначена на рисунке 1а параметром x), а F_s – равнодействующую усилий в растянутой арматуре. Равнодействующую R_3 сил зацепления контактирующих поверхностей элемента в наклонной трещине будет иметь две составляющие: касательную F_t , направленную вдоль наклонной трещины противоположно направлению сдвига, и нормальную F_n , направленную перпендикулярно наклонной трещине.

Наиболее простая интерпретация задачи равновесия сил в сечении, проходящем по наклонной трещине, возможна при приведении всех сил в одну точку. Для этого воспользуемся методом, предложенным Пуансо, который заключается в замене силы эквивалентной ей совокупностью – геометрически равной ей силой, приложенной в центре приведения, и парой сил с моментом, равным моменту силы относительно центра приведения (рисунок 2а).

Предположим, что между силами $F_{c,x}$ и $F_{c,y}$ существует соотношение, зависящее от входных параметров конструктивного элемента: коэффициента продольного армирования, рабочей высоты плиты, прочности бетона. Геометрически это соотношение будет представлять тангенс угла наклона α , образованный этими силами (рисунок 2б), т. е.

Молош Виктор Викторович, к.т.н., доцент кафедры прикладной механики Брестского государственного технического университета. Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

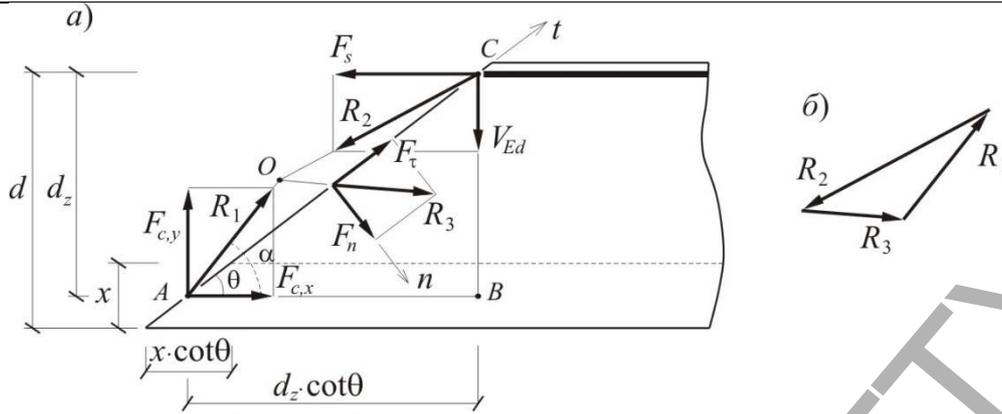


Рисунок 1 – Схема сил, действующих в наклонной трещине

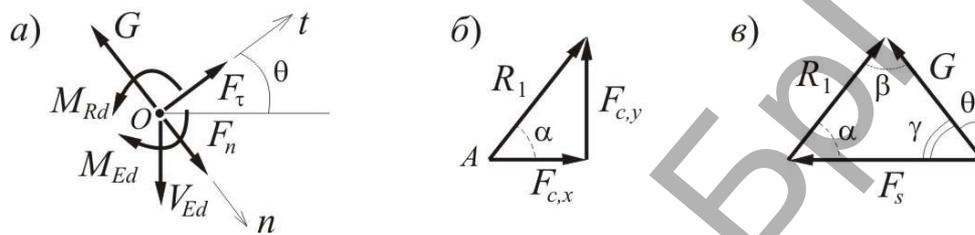


Рисунок 2 – Схема приведения сил, действующих в наклонной трещине, в точку

$$\tan \alpha = \frac{F_{c,y}}{F_{c,x}} = k. \quad (4)$$

Заменяем силы $F_{c,x}$, $F_{c,y}$ их равнодействующей R_1 (рисунок 2б), а силы R_1 и F_s в свою очередь – равнодействующей G (рисунок 2в). По физическому смыслу G представляет собой суммарную силу, которая «прижимает» два образованных трещиной бетонных блока при их совместном сдвиге. Величина силы G может быть определена из рисунка 2в, как

$$G = R_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = F_{c,x} \frac{\tan \alpha}{\cos \theta} = F_{c,x} \frac{k}{\cos \theta}. \quad (5)$$

Заменяв силы $F_{c,x}$, $F_{c,y}$ и F_s равнодействующей G , получим систему из четырех сходящихся в одной точке сил. Уравнения равновесия всех сил на оси n и t и моментов, приложенных в точке O после произведенного приведения сил к общему центру и замен, будут иметь вид:

$$\begin{cases} \sum n = F_n - G + V_{Ed} \cos \theta = 0; \\ \sum t = F_\tau - V_{Ed} \sin \theta = 0; \\ \sum M = M_{Ed} - M_{Rd} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Обозначим

$$F_\tau = f_0 F_n, \quad (7)$$

где f_0 – коэффициент, учитывающий соотношение тангенциальной и нормальной составляющих силы зацепления контактирующих поверхностей бетона в трещине среза.

Коэффициент f_0 представляет собой не только коэффициент статического трения, вызванный смещением шероховатых поверхностей бетона. По причине того, что поверхность наклонной трещины имеет сложную геометрическую форму, коэффициент f_0 будет учитывать также возникающие в трещине силы зацепления ее контактирующих поверхностей. В связи с этим его фактическая величина будет зависеть от деформационных и прочностных характеристик и параметров, возникающих при сложном напряженно-деформированном состоянии конструктивного элемента под нагрузкой. В результате экспериментальных исследований [3] было установлено, что изменение коэффициента f_0 в зависимости от танген-

циального смещения контактирующих поверхностей δ , является нелинейным и имеет вид, приведенный на рисунке 3.

Тогда из решения системы (6) получим:

$$V_{Ed} = G \frac{f_0}{f_0 \cos \theta + \sin \theta} = F_{c,x} \frac{k}{\cos \theta} \cdot \frac{f_0}{f_0 \cos \theta + \sin \theta}, \quad (8)$$

где k – то же, что в формуле (4).

Соответственно предельная сила при сопротивлении продавливанию может быть получена как

$$V_{Rd} \geq V_{Ed}. \quad (9)$$

При проверке правильности вычисления силы V_{Rd} использовали результаты испытаний 18 плоских плит на продавливание, выполненных самостоятельно и результаты других исследований, по которым была сформирована выборка из 250 значений продавливающих сил [4].

Было установлено, что соотношение сил $k = F_{c,y} / F_{c,x}$ уменьшалось при повышении коэффициента продольного армирования. Величину коэффициента f_0 принимали равной 4,5, что является средней величиной от максимального значения f_0 , полученной по испытаниями опытных образцов с трещиной на сдвиг в работе [3]. При этом при коэффициенте продольного армирования $\rho_l = 0,0015$, величина k составила $k = 0,521$ (при $\alpha \approx 28^\circ$), при $\rho_l = 0,006$ – $k = 0,355$ (при $\alpha \approx 20^\circ$), при $\rho_l = 0,012$ – $k = 0,17$ (при $\alpha \approx 10^\circ$).

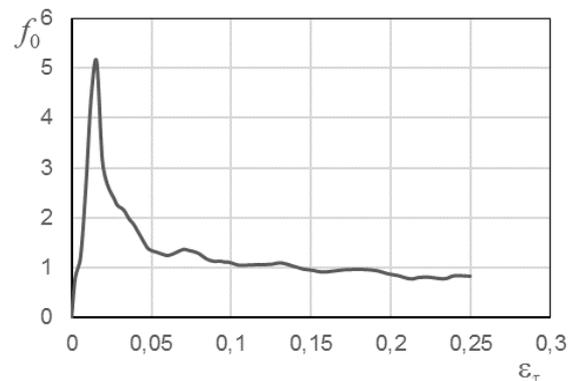


Рисунок 3 – Экспериментальная зависимость изменения величины коэффициента $f_0 = F_\tau / F_n$ от тангенциального перемещения δ контактирующих поверхностей в трещине среза

При этом коэффициент корреляции расчетных V_{calc} и экспериментальных V_{exp} значений продавливающих сил, полученный сравнением с данными собственного эксперимента, составил 0,966, а коэффициент вариации вектора ошибок V_{δ} , рассчитанный по методике [5], – 14,2 %. Результаты сравнения расчетных V_{calc} и экспериментальных V_{exp} значений продавливающих сил приведены на рисунке 4.

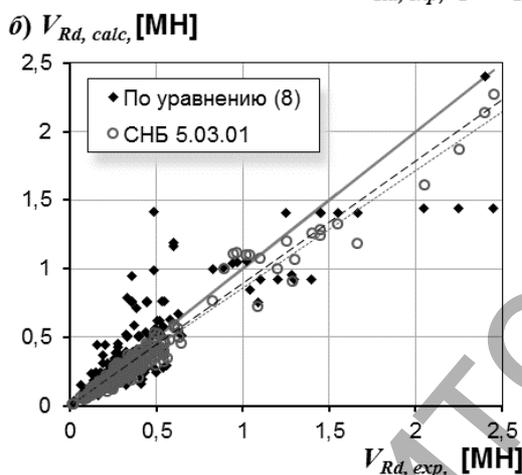
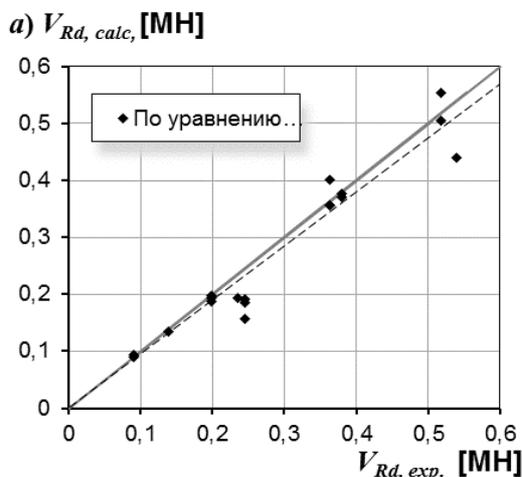


Рисунок 4 – Соотношение расчетных V_{calc} и экспериментальных V_{exp} значений продавливающих сил по выборке собственных экспериментальных данных (а) и других исследований (б)

Коэффициенты корреляции и вариации вектора ошибок расчетной модели, предлагаемой в СНБ 5.03.01 [6], полученные по выборке собственных экспериментальных данных, соответственно составили $r_{ik} = 0,682$ и $V_{\delta} = 43,6$ %. При сопоставлении расчетных и экспериментальных значений продавливающих сил по выборке данных других исследований коэффициент вектора ошибок составил: по уравнению (8) – $V_{\delta} = 35,6$ %, по модели СНБ 5.03.01 [6] – $V_{\delta} = 17,4$ %; коэффициент корреляции составил: по уравнению (8) – $r_{ik} = 0,871$, по модели СНБ 5.03.01 [6] – $r_{ik} = 0,979$.

Следует отметить, что при любых соотношениях сил $k = F_{c,y} / F_{c,x}$ при рассмотренной выше постановке задачи ломаная линия АОС (рисунок 1а), вдоль которой действуют равнодействующие R_1 и R_2 , будет проходить справа от гипотетической трещины среза (прямая АС на рисунке). Такая ее траектория получена расчетным путем. Фактическая траектория линии действия равнодействующих сил R_1 и R_2 вероятнее всего может проходить как справа, так и слева от прямой АС.

Несколько иной результат будет получен, если составить уравнения равновесия сил, не приводя их к общему центру.

Допустим, что распределение касательных напряжений в наклонной трещине равномерно по всей длине трещины и равнодействующая сил зацепления приложена в середине ее длины. То-

гда для сил, приведенных на рисунке 1а, получим следующие уравнения статического равновесия:

$$\begin{cases} \sum n = F_n + F_{c,x} \sin \theta + V_{Ed} \cos \theta - F_{c,y} \cos \theta - F_s \sin \theta = 0; \\ \sum t = F_t + F_{c,x} \cos \theta - V_{Ed} \sin \theta + F_{c,y} \sin \theta - F_s \cos \theta = 0; \\ \sum M = F_{c,y} d_z \cot \theta - F_{c,x} d_z - F_n d_z / 2 \sin \theta = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Сила $F_{c,x}$ может быть получена из расчета прочности нормального сечения, пересекающего элемент у грани колонны. Если допустим, что существующие между $F_{c,y}$ и $F_{c,x}$, а также между F_t и F_n соотношения (4) и (7) известны, то получим три неизвестных силы F_t , V_{Ed} и F_s , которые могут быть определены из системы уравнений (10).

Из первого уравнения системы (10) может быть получено

$$F_n = F_{c,x} (k \cos \theta - \sin \theta) - V_{Ed} \cos \theta + F_s \sin \theta, \quad (11)$$

где k – то же, что в формуле (4).

Решая совместно первое и второе уравнения (10) и введя обозначение

$$\eta = \frac{f_0 \cos \theta + \sin \theta}{f_0 \sin \theta - \cos \theta}, \quad (12)$$

получим

$$F_s = V_{Ed} \eta - F_{c,x} (k \eta - 1). \quad (13)$$

Окончательно для допускаемой внешней продавливающей силы будет получено выражение

$$V_{Rd} = V_{Ed} = F_{c,x} \frac{k(\eta + \cot \theta) - 2}{\eta - \cot \theta}. \quad (14)$$

В этом случае было установлено, что соотношение сил $k = F_{c,y} / F_{c,x}$ также уменьшалось при повышении коэффициента продольного армирования. При коэффициенте продольного армирования $\rho_l = 0,0015$, величина k составила $k = 0,63$ (при $\alpha \approx 32^\circ$), при $\rho_l = 0,006$ – $k = 0,57$ (при $\alpha \approx 30^\circ$), при $\rho_l = 0,012$ – $k = 0,532$ (при $\alpha \approx 28^\circ$). При этом коэффициент корреляции расчетных V_{calc} и экспериментальных V_{exp} значений продавливающих сил, полученный сравнением с данными собственного эксперимента, составил $r_{ik} = 0,98$, а коэффициент вариации вектора ошибок $V_{\delta} = 10,9$ %. Те же параметры, полученные при сопоставлении расчетных и экспериментальных значений продавливающих сил по выборке данных других исследований, составили $r_{ik} = 0,881$ и $V_{\delta} = 35,9$ %.

С учетом значений коэффициентов f_0 и k формула (8) может иметь следующий вид:

$$V_{Ed} = f_s A_s \frac{4,5k}{4,5 \cos^2 \theta + 0,5 \sin 2\theta}, \quad (15)$$

где $k = 0,521$ при $\rho_l = 0,0015$; $k = 0,355$ при $\rho_l = 0,006$; $k = 0,17$ при $\rho_l = 0,012$; промежуточные значения коэффициента k могут быть получены линейной интерполяцией.

Формула (14) будет иметь вид:

$$V_{Rd} = V_{Ed} = f_s A_s \frac{k(\eta + \cot \theta) - 2}{\eta - \cot \theta}. \quad (16)$$

Результаты сравнения расчетных V_{calc} и экспериментальных V_{exp} значений продавливающих сил по уравнению (14) или (16) приведены на рисунке 5.

Следует отметить, что такая относительно небольшая ошибка моделей, полученная при сопоставлении расчетных значений продавливающих сил с результатами собственных экспериментальных исследований, связана с тем, что калибровку моделей выполняли по собственным экспериментальным данным. Каждая из рассматриваемых расчетных моделей [по уравнениям (15) и (16)] является статически неопределимой в общем случае. Соотношение сил $k = F_{c,y} / F_{c,x}$ принимали, опираясь на результаты экспериментальных исследований.

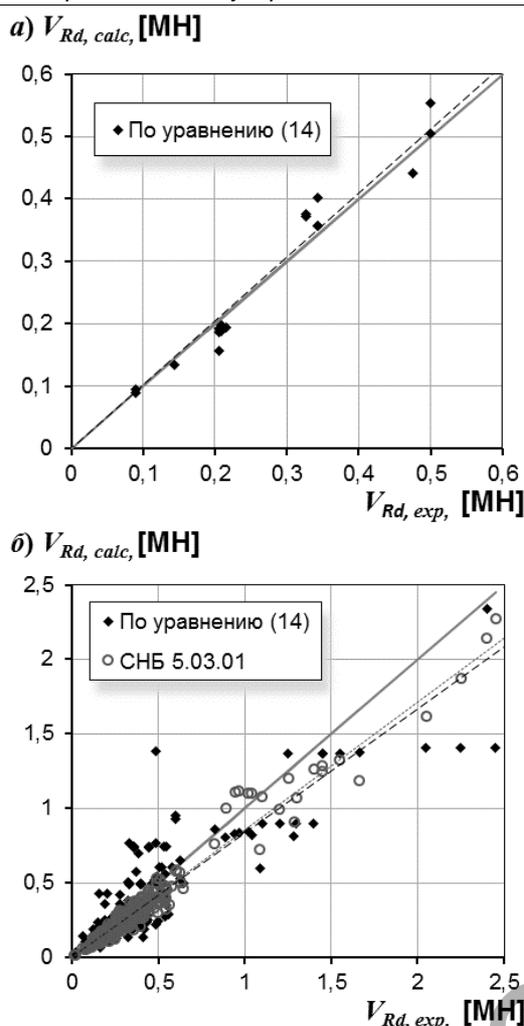


Рисунок 5 – Соотношение расчетных V_{calc} и экспериментальных V_{exp} значений продавливающих сил по выборке собственных экспериментальных данных (а) и других исследований (б)

Большая степень неточностей в сопоставлении расчетных и экспериментальных значений продавливающих сил вызвана нелинейным распределением внутренних усилий, деформаций и свойств материалов в процессе сопротивления продавливанию. Уравнения (15) и (16), обладая относительной простотой, позволяют получить относительно грубую оценку сопротивления плоских железобетонных плит продавливанию. Точный расчет может быть реализован с применением дополнительно уравнений совместности деформаций и перемещений, а также зависимостей, описывающих физические свойства материалов.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Тур, В.В. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил / В.В. Тур, А.А. Кондратчик. – Брест : БГТУ, 2000. – 400 с.
2. Muttoni, A. Behavior of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement / A. Muttoni, J. Schwartz // IABSE Colloquium. – Zurich, Switzerland, 1991. – v. 62. – P. 703–708.
3. Молош, В. В. Сопротивление срезу железобетонных конструктивных элементов за счет зацепления контактирующих поверхностей в трещине / В. В. Молош, А. Е. Желткович // Вестник Брест. гос. тех. ун-та. Стр. и арх. – 2016. – № 1. – С. 46–53.
4. Молош, В.В. Сопротивление срезу при продавливании самонапряженных плоских железобетонных элементов без поперечного армирования: дис. к-та тех. наук : 05.23.01 / В.В. Молош. – Брест, 2000. – 225 л.
5. Основы проектирования строительных конструкций = Основы проектирования будауничных канструкцый : ТКП EN 1990-2011. – Введ. 15.11.2012. – Минск : СЕН/ТС 250 «Конструкционные Еврокоды» : Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2011. – 70 с.
6. Бетонные и железобетонные конструкции = Бятонныя і жалезабятонныя канструкцыі : СНБ 5.03.01-2003. – Введ. 20.06.2002. – Минск : РУП «Стройтехнорм» : Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2003. – 146 с.

Материал поступил в редакцию 29.01.2017

MOLOSH V.V. On equations of equilibrium of forces acting in an inclined crack in determining the resistance of pressing flat ferro-concrete plates without transverse reinforcement

The article briefly describes the provisions on which modern approaches to determining the resistance of flat reinforced concrete slabs to punching are based. A new look at the compilation of equilibrium equations in the calculation of flat reinforced concrete slabs without transverse reinforcement for punching is outlined. The main prerequisites, which served as the reason for considering the new equilibrium equations, are noted. On the basis of the obtained equations, new simplified models for calculating the resistance to the flattening of flat slabs of monolithic reinforced concrete slabs based on the equations of equilibrium of a rigid body without deformation are proposed. The main results of the estimation of the accuracy of the computational models on the background of the experimental data of our own experimental studies and the studies of other authors are given.

УДК 624.012.36/.4(0.43. 3)

Кривицкий П.В., Матвеев Н.В.

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК С ПОЛОГО ОТОГНУТОЙ АРМАТУРОЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ПРОЛетах СРЕЗА

Введение. В практике строительства получение новых конструктивных и технологических решений железобетонных конструкций неразрывно связано с выполнением натурных экспериментальных

исследований. Внедрение математического моделирования железобетонных конструкций в виде конечно-элементных объектов [1] позволяет существенно сократить продолжительность исследований.

Кривицкий Павел Васильевич, к.т.н., доцент кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.

Матвеев Никифор Викторович, аспирант кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.