4. Поттосин Ю.В. Покрытие графа полными двудольными подграфами// Проектирование дискретных систем. – Минск, 1989. – С.72-84.

УДК 62–50

АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Капанов Н. А., Кузнецов А. П., Батура М. П.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Пусть дискретная система описывается следующим разностным уравнением n-го порядка :

$$x[k+n]=\sum_{m=0}^{n-1}c_m x[k+m]+\sum_{m=1}^{n-1}d_m F(x[k+m])+\sum_{m=0}^{n}p_m\lambda[k+m]+\sum_{m=0}^{n-1}q_m\xi[k+m],\qquad(1)$$

где λ, ξ–входные воздействия, причем ξ– случайной природы

Обычно при анализе удобнее оперировать с эквивалентной системой n разностных уравнений первого порядка. Введем вектор переменных состояния **X**[k]= $\{x_1, x_2,...,x_n\}$. В качестве компонентов вектора **X** выберем процесс $x[k]$ и его разности от первого до n-1 порядка:

$$\begin{aligned}
&x_1[k]=x[k],\\
&x_2[k]=\Delta x[k]=x_1[k+1]-x_1[k],\\
&x_3[k]=\Delta^2 x[k]=x_2[k+1]-x_2[k],\qquad\qquad (2)\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&x_n[k]=\Delta^{n-1}x[k]=x_{n-1}[k+1]-x_{n-1}[k]
\end{aligned}$$

Выразим значение $x[k+m]$через компоненты вектора переменных состояния:

$$x[k+m]=\sum_{i=0}^{m} C_m^i x_{i+1}[k] \qquad (3)$$

Подставляя (3) в (1) и (2), получим искомую систему разностных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x_1[k+1]=x_1[k]+x_2[k], \\ x_2[k+1]=x_2[k]+x_3[k], \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{n-1}[k+1]=x_{n-1}[k]+x_n[k], \\ x_n[k+1]=\sum\limits_{m=1}^{n} a_m x_m[k]+\sum\limits_{m=0}^{n-1} b_m F\left(\sum\limits_{i=0}^{m} C_m^i x_{i+1}[k]\right)+\sum\limits_{m=0}^{n} p_m \lambda[k+m]+\sum\limits_{m=0}^{n-1} q_m \xi[k+m] \end{cases} \qquad (4)$$

Описание дискретной системы с помощью уравнения (1) и уравнений (4) эквивалентно. В том случае, когда $\lambda[k]$– детерминированный процесс, а $\xi[k]$–дискретный белый шум, уравнение (1) определяет дискретную марковскую последовательность $x[k]$, $x[k-1]$,..., $x[k-n+1]$.Система уравнений (4) в тех же условиях определяет односвязный векторный n-мерный марковский процесс **X** $[k]$ с дискретным временем, анализ которого проще. Запишем уравнения (4) в матричной форме:

$$\mathbf{X}[k+1]=\mathbf{G}(\mathbf{X}[k],k)+\mathbf{L}[k], \qquad (5)$$

где

$$\mathbf{G}=\begin{bmatrix} x_1[k]+x_2[k] \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{n-1}[k+1]=x_{n-1}[k]+x_n[k] \\ \sum\limits_{m=1}^{n} a_m x_m[k]+\sum\limits_{m=0}^{n-1} b_m F\left(\sum\limits_{i=0}^{m} C_m^i x_{i+1}[k]\right)+\sum\limits_{m=0}^{n} p_m \lambda[k+m] \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdots\cdots \\ 0 \\ \sum\limits_{m=0}^{n-1} q_m \xi[k+m] \end{bmatrix}.$$

Плотность распределения вероятностей вектора состояний

Из уравнения (5) следует, что если $\xi[k]$–дискретный белый шум с нормальным распределением, то при известном **X** $[k]$ вектор **X** $[k+1]$ распределен по нормальному закону с вектором условных математических ожиданий:

$$\mathbf{m}[k+1] = M\{\mathbf{X}[k+1]/\mathbf{X}[k]\} = \mathbf{G}(\mathbf{X}[k],k) \qquad \textbf{(6)}$$

и матрицей условных взаимных корреляционных функций

$$\mathbf{D}[k+1] = M\{(\mathbf{X}[k+1]-\mathbf{m}[k+1])(\mathbf{X}[k+1]-\mathbf{m}[k+1])^{\mathrm{T}}/\mathbf{X}[k]\} = M\{\mathbf{L}[k]\mathbf{L}^T[k]\} (7)$$

Поскольку вектор $\mathbf{L}[k]$ имеет только n-ю ненулевую компоненту то матрица взаимных корррелиционных функций имеет вид

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_n^2 \end{bmatrix}, \qquad \textbf{(8)}$$

где

$$\sigma_n^2 = \sigma_\xi^2 \sum_{m=0}^{n-1} q_m^2 .$$

Поэтому первые n-1 компонент вектора **X** $[k+1]$ как следует из уравнения (5),однозначно определяются вектором **X** $[k]$:

$$x_i[k+1]=G_i(\mathbf{X}[k],k),\ \overline{i=1,n-1}.$$

Случайное приращение с дисперсией σ_n^2 имеет лишь последняя компонента $x_n[k+1]$. С учетом этого плотность вероятности перехода марковского процесса $X(t)$ из состояния $\mathbf{X}[k]$ в состояние $\mathbf{X}[k+1]$содержит произведение n–1 δ - функций и одномерного гауссовского распределения:

$$\begin{aligned} w(\mathbf{X}[k+1]/\mathbf{X}[k]) = {} & \frac{1}{\sigma_n\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_n^2}((x_n[k+1])-G_n(\mathbf{X}[k],k))^2\right\}\times \\ & \times\delta(x_1[k+1]-G_1(\mathbf{X}[k],k))\times\ldots \\ & \ldots\times\delta(x_{n-1}[k+1]-G_{n-1}(\mathbf{X}[k],k)) \end{aligned} \qquad (9)$$

На основании соотношения Чепмена–Смолуховского можно составить рекуррентное уравнение для плотности вероятностей вектора X[*k*]:

$$w_{k+1}(\mathbf{X})=\int_{\Omega}\mathrm{w}(\mathbf{X}/\mathbf{Z})w_k(\mathbf{Z})d\mathbf{Z} \qquad (10)$$

В стационарном режиме, если он существует уравнение (10) переходит в интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода относительно стационарного распределения $w_{cm}(\mathbf{X})$.

Следует отметить, что в выражении (10) после интегрирования остаются только одномерные интегралы. Интегральные уравнения (10) решаются в общем случае численно [1]. Одним из приоритетных методов их решения является метод Бубнова–Галеркина. В соответствии с этим методом приближенное решение n-го порядка определяется в виде суммы n слагаемых вида: $C_n(N)\Psi_n(\mathbf{X})$, где $\Psi_n(\mathbf{X})$–полная система ортогональных на некотором интервале функций. Коэффициенты $C_n(N)$определяются из условия ортогональности невязки исходного уравнения ко всем координатным функциям $\Psi_n(\mathbf{X})$, $n=\overline{0,n}$,что в итоге приводит к системе линейных алгебраических уравнений[3] :

Литература

1. Прикладные математические методы анализа в радиотехнике / Под ред. Г. В. Обрезкова. – М.: Высшая школа, 1985.
2. Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. – М.: Физматгиз, 1962.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АППАРАТА МАРКИРОВАННЫХ ГРАФОВ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ АВТОМАТОВ

Лялько А. П.

Брестский политехнический институт

При создании широкого класса цифровых систем управления возникает необходимость разработки устройств, реализующих параллельные алгоритмы логического управления. В настоящей статье приводится обзор метода описания поведения управляющего автомата с использованием частных случаев сетей Петри. Использование маркированных графов или сетей Петри является не единственно возможным способом описания поведения параллельного автомата (УА). Так, в работе [1] описывается механизм использования языка параллельных граф-схем алгоритмов (ПГСА) для описания параллельного алгоритма управления. Данный способ относится к классу композиционно-автоматных форм описания поведения УА. Его особенностью является представление параллельной граф-схемы алгоритма (ГСА) совокупностью одновременно выполняемых последовательных ГСА, методы синтеза УА по которым достаточно хорошо изучены и подробно