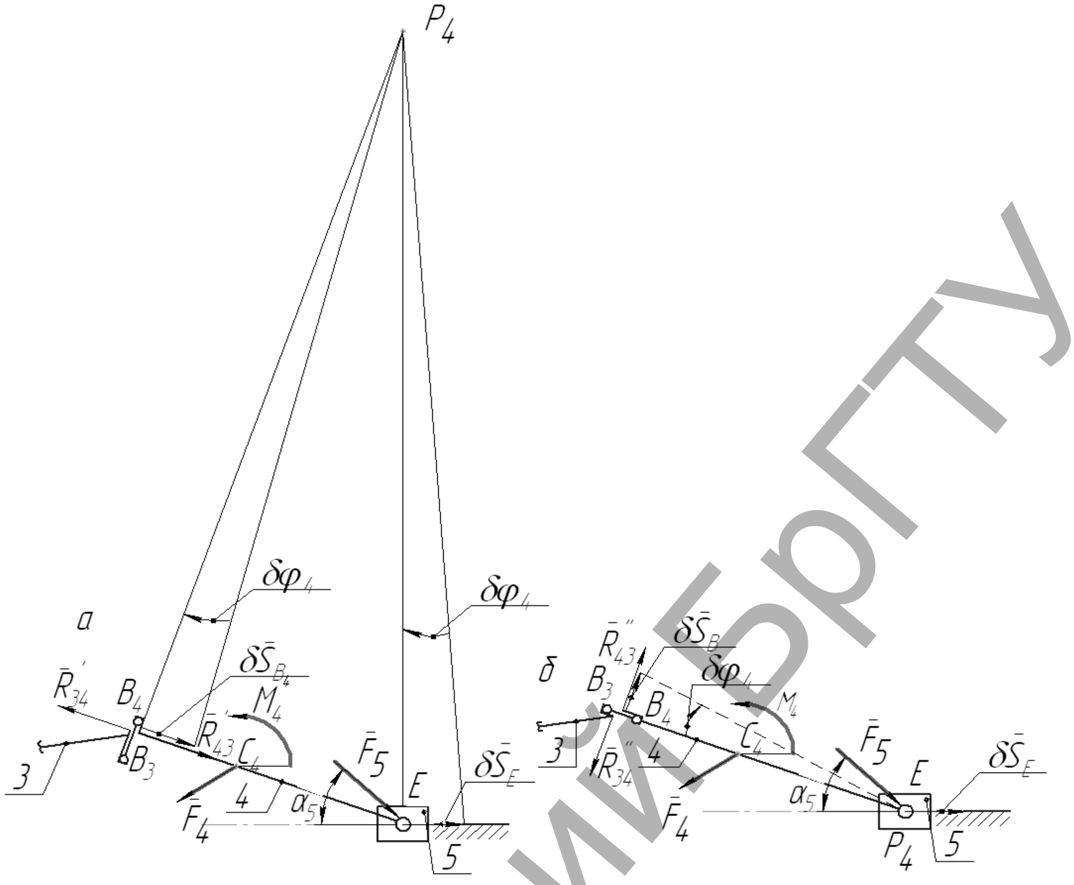


Рыс. 3. Разліковая мадэль для вызначэння рэакцыі сувязі В: а – мадэль для вызначэння R'_{43} ; б – мадэль для вызначэння R''_{43}

ўвядзенне ў ёй іншых абазначэнняў ужо абазначаных у тэарэтычнай механіцы велічынь. Раптоўна за кароткі прамежак часу ўводзіцца многа новых паняццяў, хоць частку з іх можна уводзіць паступова са станоўчым метадычным эфектам у тэарэтычнай механіцы. Ужо ў першым яго раздзеле "Статыка", як паказана ў рабоце [5], вельмі карысна ўвядзенне паняцця структурнай групы.

СПІС ВЫКАРЫСТАНЫХ КРЫНІЦ

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Фролов, К.В. Теория механизмов и механика машин / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов [и др.]; под ред. К.В. Фролова. – 4-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2003. – 496 с.
3. Машков, А.А. Теория механизмов и машин / А.А. Машков. – Минск: Выш. шк., 1971. – 471 с.
4. Русан, С.І. Асаблівасці методыкі выкладання прынцыпа магчымых прамяшчэнняў у тэхнічных універсітэтах / С.І. Русан // Теоретическая и прикладная механика: межвед. сб. науч.-метод. ст. – 2005. – № 18. – С. 234–240.
5. Русан, С.І. Структура плоскіх статычна вызначальных механічных сістэм / С.І. Русан. – Баранавічы: РВА БарДУ, 2007. – 70 с.

Материал поступил в редакцию 12.08.13

ZAYAC V.G., RUSAN S.I., TOLOCHINETS I.N. Alternative method of the analysis of flat lever mechanisms

In the article on an analytical method of power analysis of the flat lever mechanisms, alternative to a method of kinetostatics, is stated in the example. General equation of dynamics is assumed as basis of the method.

УДК 531.01-531.8

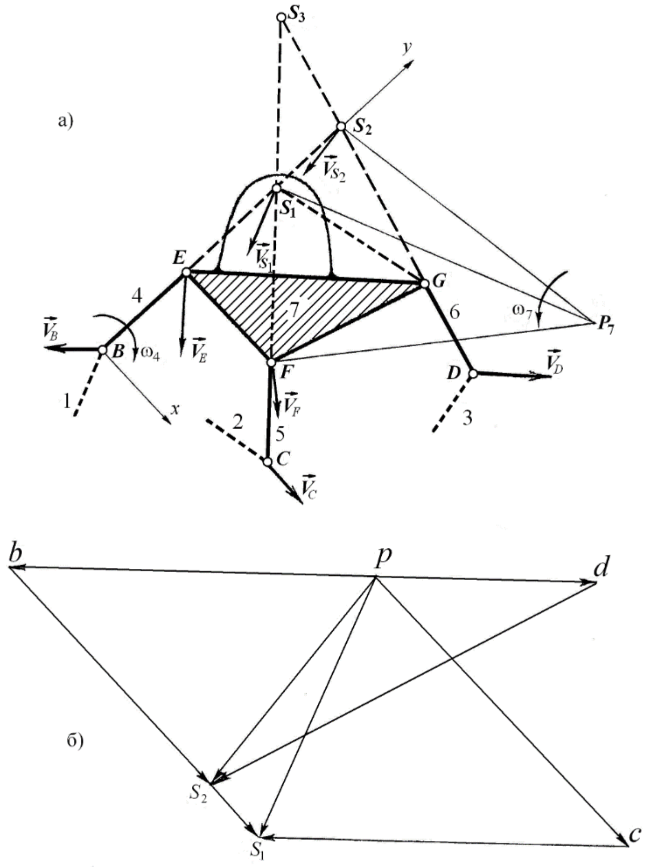
Русан С.І., Дрэмук У.А., Гаўрыленя А.К.

ГРАФААНАЛІТЫЧНАЯ РЭАЛІЗАЦЫЯ МЕТАДУ АСУРА

Агульныя заўвагі. Работы прафесара Пецярбургскага палітэхнічнага інстытута Л.В. Асура (1878–1920) па аналізу структуры механізмаў, надрукаваныя ў 1914–1918 гг., стварылі навуковы падмурак сучаснай дысцыпліны «Тэорыя механізмаў і машын». Графічны метад Асура паспяхова прымяняецца ў кінематычным аналізе так званых трохпавадковых груп. Як відаць з рысунка 1,а, трохпавадковая група ўяўляе складаную механічную сістэму з чатырох рухомых целаў: базізнага звяна 7 і павадкоў 4, 5, 6, з дапамогай якіх структурная група далучаецца да звенняў 1, 2, 3 асноўнага механізма.

Дрэмук У.А., *к.т.н., дацэнт, заг. каф. агульнанавуковых дысцыплін Баранавіцкага дзяржаўнага ўніверсітэта.*
Гаўрыленя А.К., *дацэнт каф. агульнанавуковых дысцыплін Баранавіцкага дзяржаўнага ўніверсітэта.*
Беларусь, 225410, г. Баранавічы, Брэсцкай вобласці, вул. Кароліка, 8.

Репозиторий БрГТУ



а – кінематычная схема; б – графічная пабудова скорасцей υ_{S_1}, υ_{S_2}

Рыс. 1. Трохпавадковая група 4–7

З папярэдняга кінематычнага аналізу асноўнага механізма вызначаюцца скорасці і паскарэнні кінематычных параў далучэння *B*, *C*, *D*. Аднак пераход ад іх да базіснага звяна 7, калі карыстацца вядомай з тэарэтычнай механікі методыкай, выклікае значныя цяжкасці, паколькі ў агульным выпадку ўсе звенні групы выконваюць плоскапаралельны рух. Аналізуючы апісаную праблему, прафесар Асур заўважыў, што на звяне 7 існуюць тры пункты, кінематычныя характарыстыкі якіх можна знайсці, разглядаючы сістэму чатырох рухомых целаў як аднаго цвердага цела. Гэтыя пункты пазней назвалі *адмысловымі* (ці *пунктамі Асура*), а адпаведны метад кінематычнага аналізу – метадам Асура. Адмысловыя пункты знаходзяцца на пересячэнні восей павадкоў і належаць звяну 7. Сутнасць метаду Асура падрабязна выкладаецца ў падручніку [1, с. 96], аднак механічны сэнс пунктаў Асура не раскрываецца. Паводле метаду на пачатку графічна вызначаюцца скорасці і паскарэнні самых адмысловых пунктаў, а затым ўсіх астатніх пунктаў базіснага звяна. Пры поўным кінематычным аналізе планы скорасцей і паскарэнняў аказваюцца перанасычанымі кароткімі адрэзкамі ліній, што прыводзіць да зніжэння дакладнасці метаду. Між тым, з кінематыкі плоскага руху цела вядома, што калі скорасцей і паскарэнняў любога аб'екта становяцца агляднымі, калі для яго знойдзены імгненныя цэнтры кінематычных характарыстык. Таму нашы далейшыя намаганні скіраваны на іх пошук.

Графааналітычная методыка аналізу скорасцей. Ніжэй будзем выкарыстоўваць усе абазначэнні і тэрміны, прынятыя ў падручніку [1]. Захаваем без змянення і схему трохпавадковай групы (рыс. 1,а). Спадзяёмся, што гэта палепшыць карыстальнікам падручніка азнаямленне з прапануемымі ніжэй элементамі методыкі. На рысунку скорасці пунктаў *B*, *C*, *D* вядомы з папярэдняга аналізу, а скорасці адмысловых пунктаў S_1, S_2 вызначаем графічна метадам Асура, прымаючы ў якасці полюсаў пункты *B*, *C*, *D*. З пабудаванага плана скорасцей для пунктаў S_1, S_2 (рыс.1,б) пераносім на схему групы вектары $\vec{\upsilon}_{S_1}$, $\vec{\upsilon}_{S_2}$ у адвольным маштабе (скорасць $\vec{\upsilon}_{S_3}$ не спатрэбіцца). Знойдзем вуглавую скорасць ω_7. Паводле тэарэмы аб скорасцях у плоскім руху цела атрымліваем: $\vec{\upsilon}_{S_1} = \vec{\upsilon}_E + \upsilon_{S_1E}$, $\vec{\upsilon}_{S_2} = \vec{\upsilon}_E + \upsilon_{S_2E}$. Выключаем адгэтуль $\vec{\upsilon}_E$: $\vec{\upsilon}_{S_1} - \vec{\upsilon}_{S_1E} = \vec{\upsilon}_{S_2} + \vec{\upsilon}_{S_2E}$ альбо

$$\vec{\upsilon}_{S_2} - \vec{\upsilon}_{S_1} = \vec{\upsilon}_{S_2E} + \vec{\upsilon}_{S_1E}. \qquad (1)$$

Уводзім сістэму восей каардынат *Bxy* (рыс. 1,а). Знаходзім праекцыю роўнасці (1) на вось *Bx*: $\upsilon_{S_2x} - \upsilon_{S_1x} = \upsilon_{S_2Ex} - \upsilon_{S_1Ex}$, дзе $\upsilon_{S_1Ex} = \omega_7 \cdot S_1E$, $\upsilon_{S_2Ex} = \omega_7 \cdot S_2E$. Таму $\upsilon_{S_2x} - \upsilon_{S_1x} = \omega_7 (S_2E - S_1E) = \omega_7 \cdot S_1S_2$. Адсюль $\omega_7 = (\upsilon_{S_2x} - \upsilon_{S_1x}) / S_1 \cdot S_2$. Тут ω_7 – вуглавая скорасць базіснага звяна 7; υ_{S_1x}, υ_{S_2x} – праекцыі скорасцей на вось *Bx*.

На перасячэнні перпендыкуляраў да вектароў $\vec{\upsilon}_{S_1}$, $\vec{\upsilon}_{S_2}$, пабудаваных у пунктах S_1 и S_2, атрымліваем імгненны цэнтр скорасцей P_7. Скорасць ω_7 накіроўваем у напрамку вектараў $\vec{\upsilon}_{S_1}$, $\vec{\upsilon}_{S_2}$, г. зн. супраць ходу стрэлкі гадзінніка. Цяпер скорасць любога пункта M_i звяна 7 будуецца і вылічваецца элементарна з дапамогай цэнтра P_7: $\upsilon_{M_i} = M_iP_7 \cdot \omega_7$. Напрыклад, $\upsilon_F = FP_7 \cdot \omega_7$; вектар $\vec{\upsilon}_F$ перпендікулярны да адрэзка FP_7. Без разлікаў можна ўбачыць на рысунку 1,а, што максімальную скорасць на звяне 7 мае пункт *E*, мінімальную – пункт *G*. Поле скорасцей звяна 7 паводле класіфікацыі, прыведзенай у рабоце [2], уяўляе сабою лінейнае цэнтральнае поле. Яго ўраўненне мае выгляд:

$$\upsilon_{M_i} = \rho_i \cdot \omega_7, \qquad (2)$$

дзе $\rho_i = M_i \cdot P_7$. Вуглавыя скорасці павадкоў лёгка вызначаюцца праз скорасці іх канцоў. Напрыклад, $\omega_4 = (\upsilon_{Bx} - \upsilon_{Ex}) / l_{BE}$.

Знаходзім праекцыю роўнасці (1) на вось *By*: $\upsilon_{S_2y} - \upsilon_{S_1y} = 0$; адсюль $\upsilon_{S_2y} = \upsilon_{S_1y}$. Як бачым, для скорасцей пунктаў S_1, S_2 выконваецца тэарэма аб роўнасці праекцый скорасцей на прамую, што праходзіць праз іх. Студэнтаў не можа не зацікавіць пытанне, якую роднасць маюць адмысловыя пункты S_1, S_2, S_3 з ужо вядомымі ў кінематыцы цэнтрамі. Каб адказаць на гэта пытанне, прымем на рысунку 1,а $\upsilon_B = \upsilon_C = 0$ – павадкі *BE*, *CF* замацаваны да стойкі. Тады пункт S_1 на плане скорасцей сумясціцца з полюсам *P* (г. зн. $\upsilon_{S_1} = 0$), а пункт S_1 стане імгненным цэнтрам скорасцей звяна 7. Таму пункт S_1 можна назваць *умоўным імгненным цэнтрам скорасцей* (неабходная ўмова, як мы бачылі, – $\upsilon_B = \upsilon_C = 0$). Тое самае можна сказаць і аб пунктах S_2, S_3.

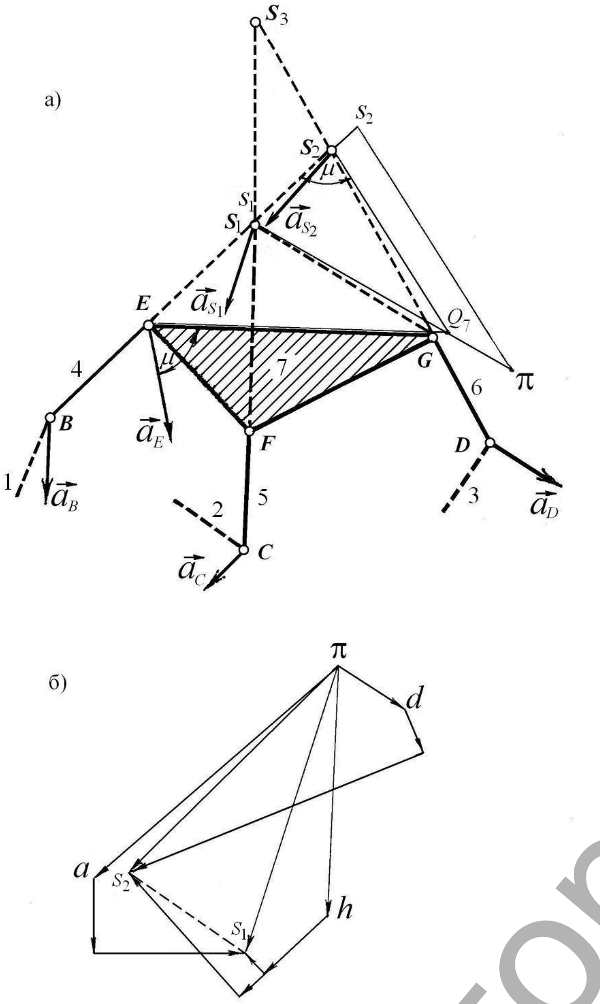
Графааналітычная методыка аналізу паскарэнняў. Разгледзім тую ж, што і на папярэднім рысунку, структурную групу (рас. 2,а). Паскарэнні пунктаў *B*, *C*, *D* ужо вядомы з аналізу асноўнага механізма. Прымаючы гэтыя пункты ў якасці полюсаў, запісваем:

$$a_{S_1} = a_B + a^n_{S_1B} + a^\tau_{S_1B}, \quad a_{S_1} = a_C + a^n_{S_1C} + a^\tau_{S_1C};$$

$$a_{S_2} = a_B + a^n_{S_2B} + a^\tau_{S_2B}, \quad a_{S_2} = a_D + a^n_{S_2D} + a^\tau_{S_1D}; \qquad (3)$$

Репозиторий БрГТУ

$$a_{S_3} = a_C + a^n_{S_3C} + a^\tau_{S_3C}, \quad a_{S_3} = a_D + a^n_{S_3D} + a^\tau_{S_3D}.$$



Рыс. 2. Вызначэнне імгненнага цэнтра паскарэнняў Q_7 (а) і графічнае вызначэнне паскарэнняў $a_{S_1} \cdot a_{S_2}$ (б)

Рашаем сістэму ўраўненняў (3) графічна шляхам пабудовы плана паскарэнняў. На рысунку 2,б паказана вызначэнне паскарэнняў a_{S_1}, a_{S_2} адмысловых пунктаў S_1, S_2, дзе яны прадстаўлены вектарамі πs_1, πs_2. Затым знаходзім імгненны цэнтр паскарэнняў Q_7 у абсалютным руху звяна 7. Для гэтага выкарыстоўваем тэарэму падобнасці, паводле якой трохвугольніку $s_1 s_2 \pi$ на плане паскарэнняў адпавядае падобны трохвугольнік на плане структурнай групы 4–7. Напачатку на схеме групы будуем павёрнуты трохвугольнік $s_1 s_2 \pi$. Каб пры гэтым пазбегнуць вымярэння вуглоў, пабудову выконваем наступным чынам: ад пункта S_1 па адрэзку $S_1 S_2$ адкладваем даўжэйшы адрэзак $s_1 s_2$, узяты з плана паскарэнняў; з дапамогай засечак з пунктаў s_1, s_2 адрэзкамі $s_1\pi$, $s_2\pi$ знаходзім вяршыню π трохвугольніка $s_1 s_2 \pi$ (рыс. 2,а).

Праз пункт S_2 праводзім лінію, паралельную да адрэзка $s_2\pi$. На перасячэнні яе з адрэзкам $S_1\pi$ знаходзім імгненны цэнтр паскарэнняў Q_7 звяна 7. Далейшае даследаванне поля паскарэнняў выконваем з дапамогай гэтага цэнтра. Заўважым, што геаметрычны трохвугольнік $S_1 S_2 Q_7$ павёрнуты адносна трохвугольніка паскарэнняў на некатары вугал μ. Такіж вугал утварае вектар паскарэння любога пункта M_i звяна 7 з напрамкам $M_i Q_7$. Поле паскарэнняў базіснага звяна 7, як і яго поле скорасцей, уяўля лінейнае цэнтральнае поле з цэнтрам у пункце Q_7. Яго ўраўненне можна прадставіць формулай:

$$a_{M_i} = \rho_i \cdot k, \qquad (4)$$

дзе $\rho_i = M_i Q_7$. Напрамак вектара $\vec{a}_{M_i}$ вызначаецца вуглом μ, які знаходзіцца з формулы: $tg\mu = \varepsilon_7 / \omega_7^2$. Пастаянны параметр k вызначаем з формулы $a_{S_1} = Q_7 S_1 \sqrt{\varepsilon_7^2 + \omega_7^4}$: $k = \sqrt{\varepsilon_7^2 + \omega_7^2} = a_{S_1} / Q_7 S_1$. Значэнне k можна знайсці непасрэдна па формуле $k = \sqrt{\varepsilon_7^2 + \omega_7^4}$, у якой ω_7 ужо вызначана ў аналізе скорасцей, а велічыня ε_7 вызначаецца праз паскарэнні пунктаў S_1, S_2, як і ε_4 (гл. ніжэй). Каб вызначыць вуглавыя паскарэнні павадкоў 4, 5, 6, спачатку знаходзім паскарэнні пунктаў E, F, G. Тады для кожага з іх будуць вядомы паскаэнні двух пунктаў, што дазволіць прымяніць методыку, выкладаемую ў курсе тэарэтычнай механікі. Так, напрыкад, для звяна BE атрымліваем: $\vec{a}_E = \vec{a}_B + \vec{a}^n_{BE} + \vec{a}^\tau_{BE}$. Спраектаваўшы вектарную роўнасць на напрамак BE, вызначым a^τ_{BE}, а затым знойдзем вуглавое паскарэнне: $\varepsilon_4 = a^\tau_{BE} / BE$. Даследаванне поля паскаэнняў звяна 7 актуальна ў тым выпадку, калі яно ўяўляе пласціну, пры вывучэнні напружанага стану якой неабходна ўлічваць поле сіл інерцыі. Заўважым, што тут імгненныя цэнтры скорасцей і паскарэнняў вызначаліся набліжана. Для больш дакладнага іх вызначэння можна звярнуцца да распрацовак [3, 4].

СПІС ВЫКАРЫСТАНЫХ КРЫНІЦ

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Русан, С.І. Альтэрнатыўны метад вывучэння паскарэнняў у плоскім руху цела. / С.І. Русан // Теоретическая и прикладная механика: межвед. сб. науч.-метод. ст. – 2005. – №1 8. – С. 230–234.
3. Тарасов, В.К. Графические методы определения положения мгновенного центра ускорений / Механика: науч. исслед. и уч.-метод. разраб. – 2010. – Вып. 4. – С. 169–177.
4. Тарасов, В.К. Различные методы определения МЦС / В.К. Тарасов, В.П. Смирнов // Механика: науч. исслед. и уч.-метод. рараб. – 2011. – Вып. – С. 244–250.

Материал поступил в редакцию 29.11.13

RUSAN S.I., DREMUK U.A., HAURYLENIA A.K. Graphoanalitical implementation of the Assures method

The article offers a graphic-analytical method of the analysis of velocities and accelerations in the structural arrangements of the third class groups. Assur's points, instant centers of velocities and accelerations are used in the analyses.

Репозиторий БрГТУ