y_{i0} к $y(x_i)$ $(i=1,2,\dots,n-1)$. Такой вид Y_0 и матрицы С обеспечивают выполнение граничных условий у каждой итерации Y_k.

Далее заметим, что за счет выбора малого шага h числа c_{1i} и c_{2i}, при достаточно "хороших" p(x) и q(x) (например, $|p(x)|\le\alpha,\ |q(x)|\le\beta,\ x\in[a,b]$), можно сделать меньше единицы.

Тогда верна

Теорема. Если *h* достаточно мало, то последовательные приближения (5) сходятся к решению системы (3), при любом начальном приближении вида $Y_0=\left(A, y_{10}, y_{20}, \dots, y_{n-1,0}, B\right)$, и, тем самым, будут достаточно близки к решению задачи (1)...(2) на сети.

Отметим, что наложение условий на $p(x)$ и $q(x)$ позволяет эффективно выписать границы малости шага сети h.

Кроме того, вид матрицы С позволяет модифицировать метод (5), используя, для отыскания очередной координаты вектора Y_{k+1}, уже найденные с меньшим или большим индексом *i*, что ускоряет процесс сходимости.

Литература

1 Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И. Вычислительные методы высшей математики. Т. 2, Мн.: Выш. шк. 1975.

СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ПЕРВОГО УРАВНЕНИЯ ПЕНЛЕВЕ (P_1)

Н. П. Зизелюк

Факультет водоснабжения и гидромелиорации, БПИ
Брест, Республика Беларусь

Получено двухпараметрическое семейство решений первого уравнения Пенлеве с некоторыми начальными условиями.

УРАВНЕНИЕ, ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ, ПЕНЛЕВЕ

Для P_1
$$w''=6w^2+z\ , \tag{1}$$

в действительной области, построим двухпараметрическое семейство решений, обладающих некоторым свойством (8). Рассмотрим уравнение

$$v''^2 = 4v'^3 + 2zv' - 2v\ . \tag{2}$$

Общие решения уравнений (1) и (2) удовлетворяют уравнению связи

$$w'^2 = 4w^3 + 2zw - 2v \tag{3}$$

где
$$w \equiv v'\ . \tag{4}$$

Общее решение уравнения (1) имеет вид:

$$w = \frac{1}{(z-z_0)^2} - \frac{z_0}{10}(z-z_0)^2 - \frac{1}{6}(z-z_0)^3 + h(z-z_0)^4 + \dots\ , \tag{5}$$

где z_0 и h — const.

Для уравнения (3) общее решение

$$v = -\frac{1}{z-z_0} + 14h - \frac{z_0}{30}(z-z_0)^3 - \frac{1}{24}(z-z_0)^4 + \frac{h}{5}(z-z_0)^5 + \dots \tag{6}$$

Сравнив (5) и (6), положим

$$v = b(z-z_0)w \tag{7}$$

где b — const.

Тогда (7) и $v' = b\big(w + (z-z_0)w'\big)$; $v'' = b\big(2w' + (z-z_0)(6w^2+z)\big)$ удовлетворяют уравнению (2)

$$b^2\big(2w' + (z-z_0)(6w^2+z)\big)^2 = 4b^3\big(w + (z-z_0)w'\big)^3 +$$
$$+ 2zb\big(w + (z-z_0)w'\big) - 2b(z-z_0)w;$$

Из последнего уравнения, используя (3) и (7), получим

$$\begin{aligned} &w'[4b(z-z_0)(6w^2+z) - 12b^2(z-z_0)w^2 - \\ &-4b^2(z-z_0)^3\big(4w^3+2zw-2b(z-z_0)w\big) - 2z(z-z_0)] = \\ &= 2z_0w + 4b^2\Big(w^3 + 3w(z-z_0)^2\big(4w^3+2zw-2b(z-z_0)w\big)\Big) - \\ &- b\big(16w^3+8zw-8b(z-z_0)w\big) - b(z-z_0)^2(6w^2+z)^2. \end{aligned} \tag{8}$$

Подставив (8) и (7) в (3), получим искомое двухпараметрическое семейство решений уравнения P_1.

Литература

1 В. В. Голубев. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений. М. Л. 1950.

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

М. П. Сидоревич, И. М. Сидоревич

Факультет водоснабжения и гидромелиорации, БПИ
Брест, Республика Беларусь

Указано групповое свойство решений некоторых специальных нелинейных уравнений четвертого порядка и метод отыскания общего интеграла этих уравнений.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ, УРАВНЕНИЯ, РЕШЕНИЕ, ГРУППОВЫЕ, СВОЙСТВА

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$2u''' + 24uu'' + 13u'^2 + 98u^2u' + 49u^4 = 0. \qquad (1)$$

Если (1) [1] имеет полярное решение

$$u(z) = \frac{\alpha_{-1}}{z - z_0} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - z_0)^n,$$

то вычет полюса z_0 равен: $\alpha_{-1} = 1; \frac{3}{7}; \frac{4}{7}$. Положим в (1) $xu = vx'$, где v — некоторое действительное число, получим

$$\begin{gathered} 2x^2x^{(IV)} + 8(3v-1)x^2x'x''' + (13v-6)x^2x''^2 + \\ + 2(7v-3)(7v-4)xx'^2x'' + (v-1)(7v-3)(7v-4)x'^4 = 0. \end{gathered} \qquad (2)$$

Отсюда при $v = 1$ будем иметь уравнение