щенные окрестности являются регулярными слоениями. Для каждой орбиты определяется структурная алгебра, получаемая факторизацией алгебры Ли слоеных векторных полей по соответствующему идеалу. Показано, что структурная алгебра всякой орбиты лежит в центре алгебры Ли всех слоеных сечений соответствующего нормального векторного расслоения. В случае инвариантного слоения на однородном пространстве построенная структурная алгебра совпадает со структурной алгеброй Мальцева инвариантного слоения.

С использованием структурной алгебры трансверсального замыкания слоя, строится, стандартным образом, ряд производных слоений (возможно с особенностями).

Литература

1 Piatkowski A. A stability theorem for foliations with singularities. Rospr. Mat., 1988, N267, 1-52.

2 Wolac R., Cordero L. Examples of foliations with foliated geometric structures. Pacific J. Math., 1990, 142, N2, 265-276.

S-СОПРЯЖЕННЫЕ ОПЕРАТОРЫ К ЛИНЕЙНЫМ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ОПЕРАТОРАМ

И. В. Пархимович

Факультет водоснабжения и гидромелиорации, БПИ
Брест, Республика Беларусь

Строятся в замкнутой форме S-сопряженные операторы к линейному интегро-дифференциальному оператору с интегрируемыми в квадратах параметрами и довольно общими двухточечными краевыми условиями.

ОПЕРАТОР, СЕМЕЙСТВО ОПЕРАТОРОВ, С ИНТЕГРИРУЕМЫМ КВАДРАТОМ, СОПРЯЖЕННЫЙ

В гильбертовом пространстве H [1] соотношение $(\mathrm{Tu}, \mathrm{v}) = (\mathrm{Su}, \mathrm{v}^*)$ (T и S - линейные операторы и D(T)=D(S)), определяет либо S-сопряженный оператор $\mathrm{T}_\mathrm{S}^*\mathrm{v} = \mathrm{v}^*$, если область значений $\mathrm{R}(\mathrm{S})$ оператора *S* плотна в H, либо семейство S-сопряженных операторов $\left\{T_s^* v\right\} = T_s^* v + \sum_{i=1}^{d} c_i w_i$, где $\sum_{i=1}^{d} c_i w_i$ — дефектное подпространство оператора S. Имеет место [1].

Теорема. Нулевое многообразие семейства S-сопряженных операторов $\left\{T^*\right\}_s^*$ (или S-сопряженного оператора T_S^*) совпадает с дефектным подпространством оператора T.

Построим S-сопряженный оператор к интегро-дифференциальному с двухточечными локально-интегро-дифференциальноми условиями. При построении сопряженных операторов «исходным материалом» является формула Лагранжа, получаемая интегрированием по частям функционала $\int_a^b A_n u dx$, где A_n — интегро-дифференциальный оператор. При этом, порядок производной $u^{(i)}$ понижается до функции *u*, а от выражений $P_i v$, $\int_a^b K_i(y,x) v(y) dy$ берутся производные, что требует естественного ограничения гладкости на коэффициенты P_i и ядра $K_i(y,x)$ по x.

Если же допустить, что у интегро-дифференциального оператора

$$A_n u = u^{(n)}(1) + \sum_{i=1}^{n} P_i(x) u^{(n-i)}(x) + \sum_{i=0}^{n} \int_a^b K_i(x,y) u^{(n-i)}(y) dy$$

с $D(A_n) = L_2^n[a,b]$ - коэффициенты P_i и ядра $K_i(y,x)$ с интегрируемым квадратом, то в прежнем виде получить формулу Лагранжа не представляется возможным.

Однако, если интегрировать по частям таким образом, чтобы порядок производной $u^{(i)}$ повышался до $u^{(n)}$, и от выражений $P_i v$ и $\int_a^b K_i(y,x) v(y) dy$ брать интегралы, то получим для интегро-дифференциального оператора A_n при любых $u \in L_2^n[a,b]$ и любых $v \in L_2(a,b)$ аналог формулы Лагранжа.

$$\int_a^b A_n uvdx = \sum_{i=1}^{n} u^{(n-i)}(b)Q_i[v] + \int_a^b u^{(n)} A_s^* vdx,$$

где $$Q_i[v] = \sum_{j=i}^{n} (-1)^{j-i} \int_a^b \frac{(b-t)^{j-1}}{(j-i)!} \left[p_j(t)v(t) + \int_a^b K_j(y,t)v(y)dy \right] dt,$$

$$\begin{aligned} A_{s_0}^* v = v(x) + \sum_{i=1}^{n} (-1)^i \int_a^x \frac{(x-t)^{i-1}}{(i-1)!} p_i(t)v(t)dt + \\ + \int_a^b \left[K_0(y,x) + \sum_{i=1}^{n} (-1)^i \int_a^x \frac{(x-t)^{i-1}}{(i-1)!} K_i(y,t)dt \right] v(y)dy. \end{aligned} \qquad (1)$$

Функционально $Q_i[v]$, как легко видеть, линейно независимы на $L_2[a,b]$.

Из аналога формулы Лагранжа следует теорема.

Теорема. Пусть коэффициенты p_i и ядра K_i интегро-дифференциального оператора

$$Au \begin{cases} A_n u = u^{(n)}x + \sum_{i=1}^{n} p_i(x)u^{(n-i)}(x) + \sum_{i=0}^{n} \int_a^b K_i(x,y)u^{(n-i)}(y)dy \\ u^{i-1}(b) = 0 \quad (i = 1,2 \ldots n) \end{cases}$$

с интегрируемым квадратом. Тогда интегральный оператор $A_{s_0}^*(1)$ с областью определения $D\left(A_{s_0}^*\right) = L_2[a,b]$ является S_0-сопряженным к A, где

$$S_0 u: \begin{cases} D^n u \\ u^{(i-1)}(b) = 0 \quad (i = 1,2,\ldots n). \end{cases}$$

Для построения S-сопряженного оператора к интегро-дифференциальному оператору

$$A_{III}u:\begin{cases} A_n u = u^n(x) + \sum\limits_{i=1}^{n} p_i(x) u^{(n-i)}(x) + \sum\limits_{i=0}^{n}\int\limits_a^b K_i(x,y) u^{(n-i)}(y)dy \\ R_k(u) = \sum\limits_{i=1}^{n} \alpha_{ki} u^{(i-1)}(a) + \beta_{ki} u^{(i-1)}(b) + \sum\limits_{i=1}^{n+1}\left(u^{(i-1)}, \varphi_{ki}\right) = 0, \\ (k = 1,2\ldots m). \end{cases}$$

с коэффициентами p_i, функциями φ_{ki} и ядрами K_i с интегрируемым квадратом применяется аналог формулы Лагранжа и метод последовательных сужений и расширений оператора на конечное число измерений [2,3]. В результате получаем S-сопряженный оператор

$$A^{*}_{3s}v:\begin{cases} v(x) + \sum\limits_{i=1}^{n}(-1)^i \int\limits_a^x \frac{(x-t)^{i-1}}{(i-1)!} p_i(t) v(t) dt + \\ + \int\limits_a^b \left[K_0(x,y) + \sum\limits_{i=1}^{n}(-1)^i \int\limits_a^x \frac{(x-t)^{i-1}}{(i-1)!} K_i(y,t) dt \right] v(y) dy - \\ - \sum\limits_{k=1}^{q}\sum\limits_{i=1}^{n} u_k^{n-i}(b) Q_i(v) w_k(x) + \sum\limits_{k=1}^{n}\sum\limits_{i=1}^{n} u_{n-m+d+q+k}(b) Q_i(v) x, \\ V_s v = \sum\limits_{i=1}^{n} u_{q+s}^{(n-i)}(b) Q_i(v) = 0,\ (s = 1,2,\ldots n-m+d). \end{cases}$$

В итоге, получаем семейство S-сопряженных операторов к оператору A_{III}

$\{A_{III}v\}^{*}_{s} = A^{*}_{3s}v + \sum\limits_{u=1}^{d} c_k \varphi_k$, где φ_k — составляющие преобразованных краевых условий оператора A_{III}.

Литература

1 И. В. Пархимович. О построении S-сопряженных операторов к интегро-дифференциальным. ДУ, 8, №8, 1972.

2 Ю. К. Ландо. Об индексе и нормальной разрешимости интегро-дифференциальных операторов. ДУ, 4, №6, 1968.

3 Ю. К. Ландо. Краевые задачи для интегро - дифференциальных уравнений. Автореферат докторской диссертации. Минск, 1969.