

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СМЕЩЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ РЯДОВ

В.Ю. Цилиндь

Вычислительный центр, БПИ
Брест, Республика Беларусь

Рассмотрены вопросы определения смещения статистических параметров гидрологических рядов с целью улучшения качества предпроектных исследований и расчетов.

СМЕЩЕНИЕ, СТАТИСТИЧЕСКИЙ, ПАРАМЕТР, ГИДРОЛОГИЧЕСКИЙ, РЯД

Гидрологические расчеты связаны с получением информации, косвенно характеризующей сток в будущем, на основе данных многолетних наблюдений. Однако, из-за отсутствия достаточно длинных (стремящихся к бесконечности) рядов гидрометрических наблюдений, нет возможности расчетным путем определить теоретическую вероятность. Задача определения характерных расходов воды различной вероятности превышения (обеспеченности), в этом случае, сводится к нахождению эмпирического решения, приближенно выражающего неизвестный закон распределения вероятностей.

В гидрологии, для экстраполяции эмпирической кривой обеспеченности, применяется ряд типовых математических кривых распределения. Наиболее известные и часто используемые: биномиальная кривая распределения (кривая Пирсона III типа), трехпараметрическое гамма-распределение, разработанное С.Н. Крицким и М.Ф. Менкелем, распределение Гудрича и ряд других.

Основными статистическими параметрами кривых распределения вероятностей годового стока являются:

$$\text{среднеарифметическое значений ряда (норма) - } Q = \frac{\sum Q}{n}; \quad (1)$$

$$\text{характеристики изменчивости - } C_v = \sqrt{\frac{\sigma}{Q}}; \quad (2)$$

$$\text{и асимметричности - } C_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - Q)^3}{n\sigma^3}} \quad (3)$$

Однако, при непродолжительных рядах наблюдений, точность определения величин Q , C_v и C_s снижается, что вызывает их смещение относительно несмещенных значений Q' , C_v' , C_s' , вычисленных для достаточного ряда наблюдений. Кроме того, теоретически строгих рекомендаций для вывода уравнений кривых распределения вероятностей гидрологических характеристик нет, и за счет смещения основных статистических характеристик можно получить более точную их математическую аппроксимацию. Например, выбор расчетного значения коэффициента асимметрии (C_s) часто осуществляется при построении нескольких аналитических кривых обеспеченности, соответствующих различным величинам C_s , или C_s/C_v . В качестве расчетного принимается то значение рассматриваемого параметра, при котором достигается лучшее соответствие аналитической кривой расположению эмпирических точек. Математически задачу можно сформулировать следующим образом

$$S^2 = \sum_{i=1}^n (Q_{т.р. i} - Q_{э.р. i})^2 \rightarrow \min, \quad (4)$$

где S^2 - сумма квадратов отклонений; $Q_{т.р. i} = f(Q, C_v, C_s, p)$ и $Q_{э.р. i} = f(n, m, p)$ - ординаты, соответственно, теоретической и эмпирической кривых обеспеченности; p - обеспеченность.

По данным гидрометрических наблюдений вычисляются - норма годового стока (\bar{Q}), коэффициенты C_v и C_s (т.е. первый, второй и третий моменты эмпирической кривой распределения) и, с использованием таблиц интеграла соответствующей кривой обеспеченности, строится теоретическая кривая, которую можно экстраполировать до нужных пределов обеспеченности. Поскольку, на практике, длительность рядов наблюдений обычно небольшая, т.е. используется не генеральная, а выборочная совокупность малой длительности - значения статистических параметров - \bar{Q} , C_v , C_s имеют соответствующие ошибки ($\sigma_{\bar{Q}}$, σ_{C_v} , σ_{C_s}):

$$\sigma_{\bar{Q}} = \pm \frac{C_v}{\sqrt{n}} \cdot 100, \quad (5)$$

$$\sigma_{C_v} = \pm \sqrt{\frac{1 + C_v^2}{2n}} \cdot 100, \quad (6)$$

$$\sigma_{Cs} = \pm \frac{1}{Cs} \sqrt{\frac{6}{n} \cdot (1 + 6Cv^2 + 5Cv^2)} \cdot 100. \quad (7)$$

Таким образом, несмещенные величины статистических характеристик (Q' , Cv' , Cs') находятся в интервалах: минимальное ... максимальное значения соответствующего параметра.

Алгоритм поиска несмещенных параметров распределения величин годового стока рек в настоящей работе следующий.

По выражению (4), при минимальных статистических параметрах - Q_i , Cv_i , Cs_i

$$Q_i = \bar{Q} \cdot \left(1 - \frac{Cv_i}{\sqrt{n}}\right); \quad Cv_i = Cv \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1 + Cv^2}{2n}}\right); \quad Cs_i = Cs \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{6}{n} \cdot (1 + 6Cv^2 + 5Cv^4)}\right), \quad (7)$$

определяется остаточная дисперсия (S^2).

Затем, каждый из параметров, поочередно, получает приращение, равное его шагу варьирования, определяется дисперсия, проверяются условия:

$$S_i \leq S_{\min}; \quad (8)$$

$$Cs \cdot \sqrt{\frac{6}{n} \cdot (1 + Cv^2 + 5 \cdot Cv^4)} + \Delta Cs \cdot m < Cs + \sqrt{\frac{6}{n} \cdot (1 + Cv^2 + 5 \cdot Cv^4)}. \quad (9)$$

Если условия (8) и (9) выполняются, то Cs получает новое приращение, S_{\min} приравнивается к S_i и определяется значение дисперсии при новых параметрах. При невыполнении условий (8), (9), Cs получает значение

$$\left(Cs - \sqrt{\frac{6}{n} \cdot (1 + 6 \cdot Cv^2 + 5 \cdot Cv^4)} \right), \quad \text{а } Cv \quad - \quad \text{принимается равным}$$

$$\left(Cv - Cv \cdot \sqrt{\frac{1 + Cv^2}{n}} + \Delta Cv \cdot L \right) \quad \text{и рассчитывается новое значение остаточной}$$

дисперсии. Расчеты выполняются до полного перебора сочетаний статистических параметров годового стока в рассматриваемом диапазоне и отыскания минимальной дисперсии. Параметры (Q' , Cv' , Cs'), соответствующие минимуму остаточной дисперсии, принимаются за несмещенные.

При оценке степени смещения статистических характеристик и тесноты связи эмпирических точек с теоретической кривой распределения, исследованы ряды наблюдений за стоком более чем по 100 рекам Беларуси. Срав-

нения теоретических распределений, подбор оптимального соотношения параметров стока Q , C_v , C_s проводились при использовании критерия Фишера, с увеличением которого возрастает теснота связи эмпирической и теоретической кривых распределения. Графическая интерпретация этого положения представлена на рисунке 1. На оси Y представлены величины относительного (в сравнении с наибольшим значением) отклонения (ΔF) критерия Фишера (F) по каждому распределению. Для смещенных значений статистических характеристик, трехпараметрическое гамма-распределение и распределение Пирсона III дают аналогичные результаты (ΔF_{cp} равны, соответственно, 29,2% и 27%). Из результатов статистического анализа видно, что на 95% -ном уровне значимости не может быть принята гипотеза о различии их средних и дисперсий. Распределение Гудрича, на этом фоне, дает худший результат. Смещение \bar{Q} , C_v , C_s несколько улучшает результаты аппроксимации, доводя их до уровня значений смещенных характеристик двух других распределений. В случае трехпараметрического гамма-распределения, смещение статистических характеристик ряда значений стока позволяет снизить отклонение, практически, в два раза (с 29,2% до 15%). Однако, наилучшие результаты получены с использованием распределения Пирсона III, где относительное отклонение критерия Фишера для несмещенных значений составило 4,8%.

Исследования показывают, что в 57,5% случаев предпочтительнее оказывается распределение Пирсона III, в 28,5% случаев - трехпараметрическое гамма-распределение и в 15% - Гудрича. Выявить какие-либо связи между гидрографическими характеристиками водосборов и предпочтительным видом распределения вероятностей речного стока не удалось. Поэтому, выбор типа распределения, при расчетах обеспеченных величин стока, нами осуществляется с использованием статистических критериев, характеризующих степень тесноты связи теоретического распределения и эмпирической кривой обеспеченностей. Важное значение, при этом, имеет использование несмещенных оценок параметров кривой распределения.

Анализ корреляционной матрицы основных статистических параметров выборок (длины ряда - N , \bar{Q} , C_v , C_s , коэффициента автокорреляции - $R(1)$, соотношения - C_s/C_v) и необходимого смещения параметров распределения стока - S_Q , S_{C_v} , S_{C_s} , S_{C_s/C_v} дал возможность очертить круг факторов, на основании которых могут быть получены зависимости для введения соответствующих поправок на смещение (таблица 1).

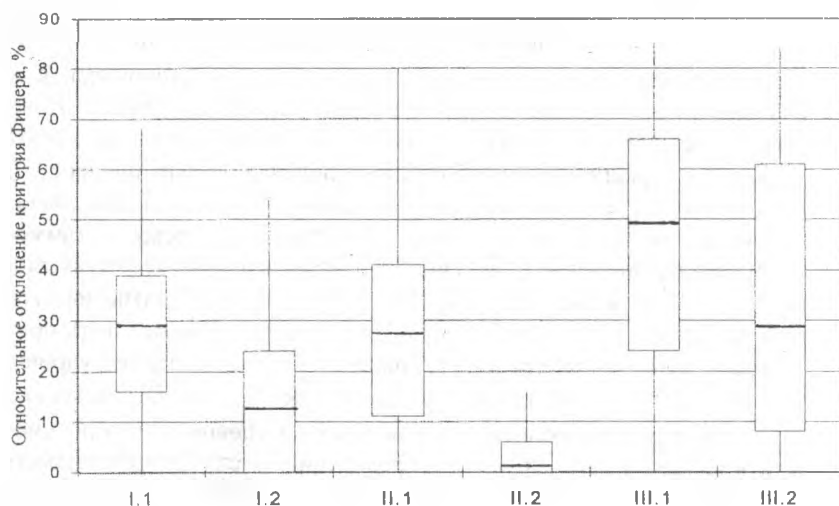


Рисунок 1 Относительное отклонение критерия Фишера при смещенных (1), несмещенных (2) значениях \bar{Q} , C_v , C_s и различных типах кривых распределения: I - трехпараметрическое; II - Пирсона-III; III - Гудрича.

Очевидно, что для трехпараметрического гамма-распределения смещение среднего значения стока (S_Q) в большей степени зависит от длины ряда (N) и коэффициента асимметрии (C_s). Однако, ввиду того, что смещение в среднем не превышает 3%, в практических расчетах им можно пренебречь.

Влияние гидрографических характеристик водосбора на смещение статистических параметров гидрологических рядов (S_i) четко прослеживается на водосборах с площадью до 3000 км². Наиболее тесными являются связи смещения (S_Q) с площадью водосбора, а также с его заболоченностью, заlesenностью и заозеренностью.

Таблица 1 Коэффициенты парной корреляции между смещением (S_i) параметров теоретических кривых распределения и статистическими характеристиками гидрологических рядов

Статистические характеристики рядов стока	S_Q	S_{Cv}	S_{Cs}	$S_{Cs/Cv}$
	Трехпараметрическое гамма-распределение			
N	-0,50	-0,47	0,02	0,04
Q	-0,36	-0,23	0,00	0,03
Cv	0,33	-0,12	0,36	0,38
Cs	0,53	0,17	-0,62	-0,64
R(1)	-0,27	-0,47	0,39	0,44
Cs/Cv	0,26	0,02	-0,67	-0,68
	Распределение Пирсона III типа			
N	0,24	-0,27	0,24	0,30
Q	-0,25	-0,03	0,20	0,22
Cv	0,33	-0,09	0,05	0,03
Cs	0,41	-0,44	-0,80	-0,81
R(1)	-0,08	-0,20	0,27	0,37
Cs/Cv	0,13	-0,46	-0,72	-0,69

Значительному смещению подвержены значения коэффициента вариации (Cv). Для исследованных гидрологических рядов S_{Cv} колеблется от 67% до 21%. При трехпараметрическом гамма-распределении наибольшее влияние на смещение S_{Cv} оказывает длина выборки (рисунок 2) и величина внутрирядной связи, характеризуемая коэффициентом автокорреляции - $R(1)$.

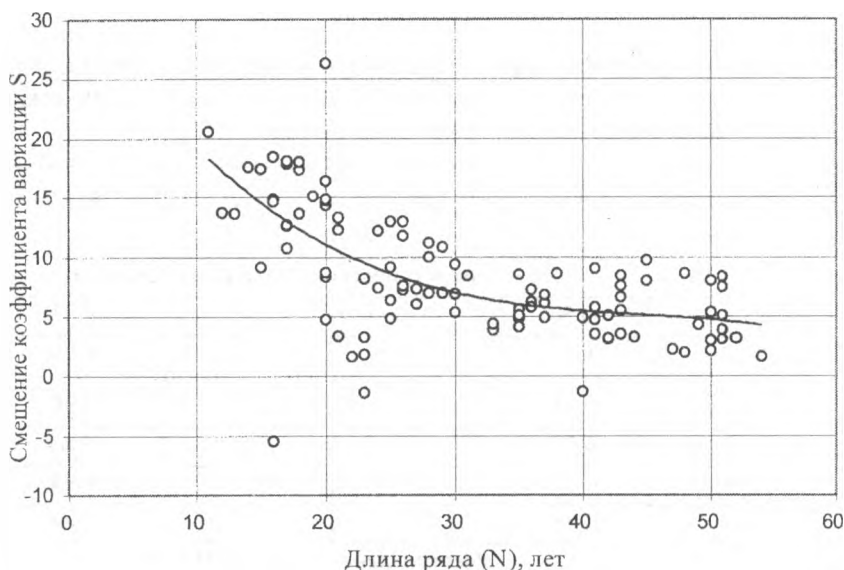


Рисунок 2 Зависимость смещения коэффициента вариации (S_{cv}) от длины ряда (N) для случая трехпараметрического гамма-распределения.

Как видно из графика (рисунок 2), более точное соответствие кривой трехпараметрического гамма-распределения эмпирическим данным наблюдается при увеличении полученных по формуле (5) значений C_v на 5%, при длине ряда - 50 лет, и до 15%, при 15-ти летнем ряде наблюдений. При исследовании влияния на смещение (S_{cv}) продолжительности ряда наблюдений, необходимо учитывать временную приуроченность выборки к полупериоду цикличности многолетних колебаний годового стока.

Смещение коэффициента асимметрии (S_{Cs}) хорошо коррелируется с величиной смещенных характеристик C_s (таблица 1). В случае распределения Пирсона III, связь смещения коэффициента асимметрии (S_{Cs}) со значениями смещенных оценок C_s может быть описана логарифмически убывающей зависимостью.

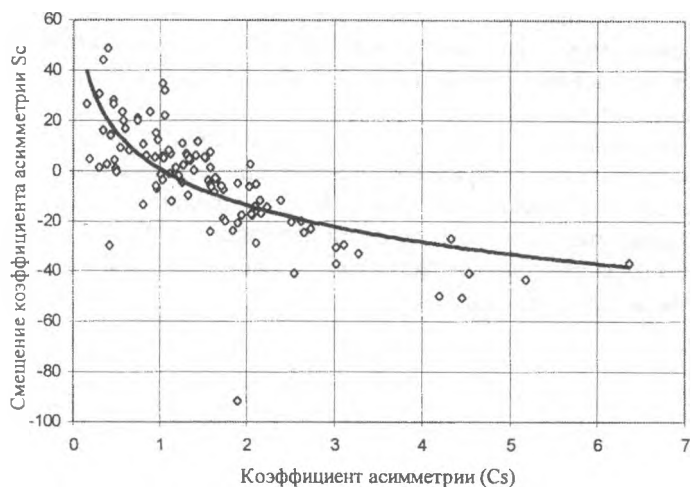


Рисунок 3 Зависимость смещения коэффициента асимметрии (S_{Cs}) от смещенной величины Cs' (распределение Пирсона III).

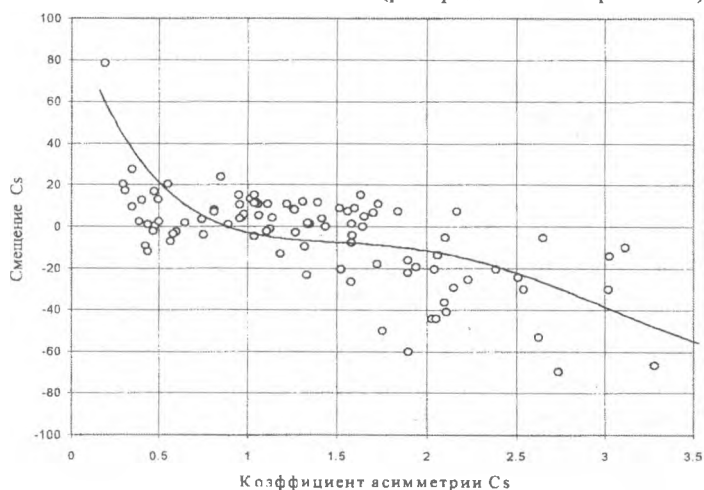


Рисунок 4 Зависимость смещения коэффициента асимметрии (S_{Cs}) от величины смещенных оценок Cs' (трехпараметрическое гамма-распределение).

Как видно из рисунка 3, смещенные и несмещенные значения коэффициента асимметрии совпадают только при $C_s=1$. Корректировка значений коэффициента асимметрии позволяет приблизить кривую распределения к эмпирическим точкам.

Для трехпараметрического гамма-распределения установлены нелинейные связи смещений коэффициента асимметрии (S_{cs}) со смещенной величиной C_s' и соотношением C_s/C_v (рисунки 4, 5). Представленная на рисунке 5 кривая, характеризуется двумя точками перегиба (при $C_s=0,5$ и $C_s=1,5$).

Более тесная связь наблюдается между смещением соотношения S_{C_s/C_v} и смещенными значениями C_s/C_v .

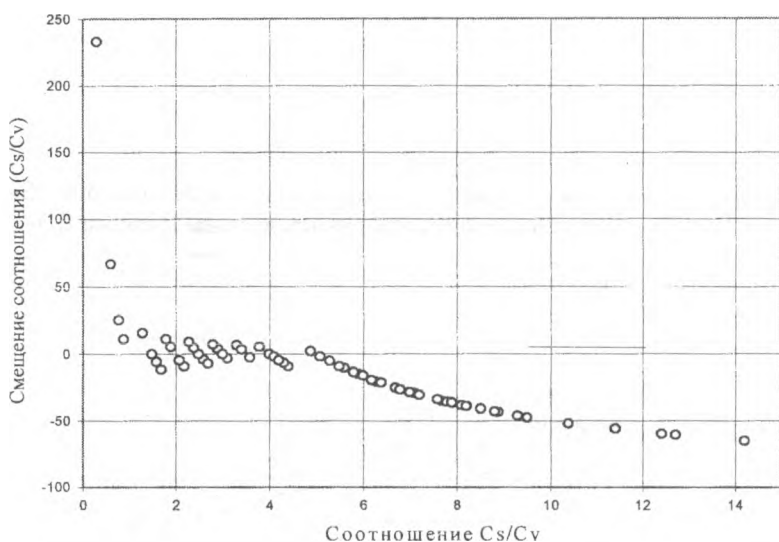


Рисунок 5 График связи смещения (S_{C_s/C_v}) с величиной соотношения C_s'/C_v' .

Использование полученных в настоящей работе зависимостей при разработке машинных программ для определения вида и параметров кривых распределения годового стока позволяет сократить время поиска оптимальных соотношений - Q , C_v , C_s , и C_s/C_v . В случае ручного счета, введение поправок на смещение основных статистических характеристик годового стока позволяет повысить точность гидрологических расчетов, в целом.

Литература

- 1 Андреев В.Г. Внутригодовое распределение речного стока. - Л.: Гидрометеиздат, 1960.-327с.
- 2 Ресурсы поверхностных вод СССР. - Л.: Гидрометеиздат, 1968 - т.5. - ч.1 - 718 с.

**ГИДРОЛОГО-КЛИМАТИЧЕСКИЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ
РЕСУРСОВ КЛИМАТА—ОСНОВА РАЗМЕЩЕНИЯ
ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ КОМПЛЕКСОВ
НА ТЕРРИТОРИИ БЕЛАРУСИ**

В.В. Лукша

Факультет водоснабжения и гидромелиорации, БПИ
Брест, Республика Беларусь

Рассматриваются вопросы гидролого-климатической оценки ресурсов климата, с экологической точки зрения, при размещении производственных комплексов, прогнозной оценки изменений природной среды при антропогенном воздействии на ее компоненты.

ГИДРОЛОГО-КЛИМАТИЧЕСКИЕ, СОСТАВЛЯЮЩИЕ, КЛИМАТ, РАЗМЕЩЕНИЕ, ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ, КОМПЛЕКСЫ, ТЕРРИТОРИЯ, БЕЛАРУСЬ

В прошлом, всеми сферами экономической деятельности управляло государство. При этом, Беларуси отводилась роль "сборочного конвейера Союза". Республика специализировалась на трудоемких и требующих высокой квалификации видах промышленной деятельности (машиностроении, текстильной, деревообрабатывающей промышленности, производстве мясо-молочной, нефте-химической продукции, минеральных удобрений и др.). Беларусь была нетто – импортером энергии, продукции металлургии и сельского хозяйства и нетто - экспортером машин, оборудования и ряда потребительских товаров. Поэтому, вопрос о размещении производственных комплексов на территории Беларуси, с учетом гидролого - климатических условий природной Среды, не был достаточно корректно проработан, в качестве доминант выступали частные факторы (наличие производительных сил, обеспеченность производства водными ресурсами и полезными ископаемыми и т.д.).