

DRGANIA CHAOTYCZNE UKŁADÓW MECHANICZNYCH Z TARCIEM WZBUDZANYCH SIŁĄ HARMONICZNĄ

Układy mechaniczne z tarcie, na które działa wymuszenie harmoniczne mogą przy różnych wartościach parametrów układu drgać quasi-okresowo, okresowo lub chaotycznie. Drgania chaotyczne takich układów charakteryzują się nieokresowym przebiegiem rozwiązania w czasie, w przestrzeni fazowej nieistnieją cykle graniczne (tj. trajektorie zamknięte), mapa Poincaré jest zbiorem o nieskończonej ilości punktów, funkcja gęstości spektralnej ma charakter rozmyty oraz funkcja autokorelacji nie jest okresowa. Można też badać wartość maksymalnego wykładnika Lapunowa, którego dodatnia wartość świadczy o występowaniu drgań chaotycznych w układzie. Rozważany będzie tu prosty układ mechaniczny o jednym stopniu swobody składający się z ciała o masie m zamocowanego do nieliniowej sprężyny, ułożonego na ruchomej taśmie poruszającej się z prędkością V_0 . Układ taki opisuje następujące równanie różniczkowe zwane "równaniem ruchu":

$$m\ddot{x} + k_0x + k_1x^3 = mg[\mu_0 \operatorname{sgn}(v_0 - \dot{x}) - \alpha(v_0 - \dot{x}) + \beta(v_0 - \dot{x})^2] + P_0 \cos \omega t$$

Równanie to zostało rozwiązane numerycznie przy użyciu metody Runge-Kutta-Mersona. W wyniku tych obliczeń otrzymano dwie wielkości: przemieszczenie i prędkość, które pozwoliły na zbudowanie charakterystyk określających charakter ruchu danego układu. Charakterystyki chaotyczne otrzymano dla następujących wartości parametrów: $m = 1, k_0 = 0, k_1 = 10^4, \alpha = 0.05, \beta = 0.02, \mu_0 = 0.6, v_0 = 1, P_0 = 10.5, \omega = 23$ i zerowych warunków początkowych. Dla danego układu zastosowano też metodę zwiaczajnych odwzorowań komórkowych, które pozwalają na wykrycie przedziałów warunków początkowych dla drgań okresowych oraz przedziałów gdzie zbiór komórek okresowych jest duży i można przypuszczać, że jest on atraktorem ruchu chaotycznego. Należy wtedy zastosować inne metody badania chaosu. Badano też wpływ warunków początkowych na ruch układu i okazało się, że ich zmiana w dość szerokim zakresie nie powoduje zmiany charakteru ruchu. Zmiany warunków początkowych dokonano przy stałych parametrach dla równań ruchu. Można więc przypuszczać, że dużo większy wpływ na charakter ruchu ma zmiana wartości parametrów. Takim parametrem będzie np. P_0 opisujący amplitudę wymuszenia. Jego zmiana może powodować zmianę ruchu chaotycznego na okresowy czy quasi-okresowy.

References

- [1] Feeny, B., *Chaos and friction*, PhD thesis, Cornell University, 1990.
- [2] Moon, F. C., *Chaotic Vibrations*, Wiley-Interscience, New York, 1987.
- [3] Pękała, W., *Pakiet programów CHAOS do obliczania charakterystyk układów chaotycznych*, IX Conference METODY KOMPUTEROWE W MECHANICE, Kraków-Rybro 1989.
- [4] Verhulst, F., *Nonlinear differential equations and dynamical systems.*, Springer-Verlag, Berlin, 1989.