ОБ ОДНОМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА *P*-ТИПА

Сидоревич М.П., Мошинский Н.И.

Рассматривая дифференциальное уравнение второго порядка вида

$$w'' + R(z,w)w'^2 + L(z,w)w' + M(z,w) = 0, \qquad (1)$$

где $R(z,w), L(z,w), M(z,w)$ - рациональные относительно w функции с аналитическими по z коэффициентами, причем

$$R(z,w) = P^{-1}(z,w) \cdot \frac{\partial P(z,w)}{\partial w}, \; P(z,w) \text{ - полином по } w.$$

Введем в (1) параметр λ, положив $z - z_0 = \lambda\tau$. Будем иметь

$$\frac{d^2w}{d\tau^2} = -R(z_0 + \lambda\tau, w)\left(\frac{dw}{d\tau}\right)^2 + \lambda\{\ldots\}. \qquad (2)$$

При $\lambda \to 0$ из (2) получим "упрощенное" уравнение

$$\frac{d^2w}{d\tau^2} = -R(z_0, w)\left(\frac{dw}{d\tau}\right)^2,$$

интеграл которого имеет вид

$$\frac{dw}{d\tau} = C \cdot \exp(-\int R(z_0,w)dw) = C \cdot \exp(-\int \frac{\partial P(z_0,w)/\partial w}{P(z_0,w)}dw) =$$

$\dfrac{C}{P(z_0,w)}$, где C - постоянная интегрирования.

Чтобы функция $w(\tau)$ не содержала подвижных критических особых точек, т.е. чтобы уравнение (1) принадлежало к P-типу, необходимо выполнение условия: многочлен $P(z,w)$ не должен содержать w, что будет иметь место, если $R(z,w) \equiv 0$.

Дальнейшее исследование уравнения (1) на принадлежность его к классу уравнений P-типа приведено в [1,2].

ЛИТЕРАТУРА.

1. Айнс Э. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Харьков: ГНТИУ, 1939.

2. Голубев В.В. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М. - Л. 1956.