КЛАССЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ ПРОИЗВОЛЬНОГО КОНЕЧНОГО ПОРЯДКА, НЕ ИМЕЮЩИЕ РЕШЕНИЙ С ЗАДАННЫМИ ПРЕДЕЛЬНЫМИ СВОЙСТВАМИ И ТРАНСЦЕНДЕНТНЫМИ КОМПОНЕНТАМИ

Андреюк И.С., Дежурко Ю.И., Страпко В.М.

Одной из важных задач аналитической теории дифференциальных уравнений является задача о выделении классов уравнений и систем,решения которых не имеют особенностей сложного характера.

Рассматриваются дифференциальные системы вида

$$\frac{dx_i}{dz} = f_i\,(x_1, x_2, \ldots, x_n, z) \quad (i=\overline{1,n}), \qquad (1)$$

где f_i - аналитические функции комплексных переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n, z$.

Получены достаточные условия отсутствия у таких систем решений с заданными предельными свойствами и трансцендентными компонентами. Приведем некоторые из полученных результатов.

Пусть $f_i = \sum_{j=-k}^{\infty} a_{ij}(x_2,\ldots,x_n,z)x_1^{-j}$, где (2)

k_i - неотрицательные целые числа; точка $N_0(x_{20},\ldots,x_{n0},z_0)$ принадлежит области го- ломорфности коэффициентов a_{ij} (здесь $x_{20},\ldots,x_{n0},z_0$ - конечные комплексные числа).

ТЕОРЕМА 1. Если $k_1>\max\{k_\nu+2\}(\nu=\overline{2,n})$ и $a_{1-k_1}(N_0)\neq 0$ или $k_1<2, k_\nu=0$ и хотя бы один из коэффициентов в разложении (2) отличен от нуля в точке N_0, то система (1) не имеет решений, обладающих предельным свойством $x_1(z)\to\infty$, $x_\nu(z)\to x_{\nu 0}$ при $z\to z_0$ и трансцендентными компонентами.

Пусть $f_i=\sum_{j,\mu} a_{ij\mu}(x_3,\ldots,x_n,z)x_1^{-j}x_2^{-\mu}$, где $j>-k_i, m>-l_i$ (k_i, l_i - неотрицательные целые числа); точка $K_0(x_{30},\ldots,x_{n0},z_0)$ принадлежит области голоморфности коэф- фициентов $a_{ij\mu}$; $x_1^{k_i}$ и $x_2^{l_i}$ входят только в слагаемые $a_{i,-k_i,-l_i}x_1^{k_i}x_2^{l_i}$. Тогда имеет место

ТЕОРЕМА 2. Если

$k_1\geq\max\{k_\nu+2\}, l_1=l_2\geq l_\tau(\nu=\overline{2,n};\tau=\overline{3,n}), a_{1,-k_1,-l_1}(K_0)\neq 0$

$a_{2,-k_2,-l_2}\neq 0$, то система (1) не имеет решений, обладающих предельным свойством $x_1(z)\to\infty$, $x_2(z)\to\infty$, $x_\tau(z)\to x_{\tau 0}$ при $z\to z_0$ и трансцендентными компонентами.

Аналогичные результаты получены для случаев, когда σ компонент решения ($3 < \sigma < n$) стремятся к бесконечности при $z \to z_0$.

ОБ ОДНОМ ВАРИАНТЕ МЕТОДА СТЕФФЕНСЕНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

Воронин Е.В., Мадорский В.М.

Для решения уравнения

$$f(x)=0, f(\Omega \subset \aleph \to X) \text{ , } \aleph \text{ - B-пространство} \qquad (1)$$

Стефенсен и Ульм [1] предложили локальный итерационный процесс, сходящийся с квадратичной скоростью и не требующий гладкости оператора *f*. В работе [2] построен процесс локально сходящийся с кубической скоростью при условиях, рассмотренных в [1]. В данной работе рассматривается нелокальный итерационный процесс вида

$$x_{n+1} = x_n - \beta_n \Delta x_n, \quad \Delta x_n = \left[f(x_n, y_n)\right]^{-1} f(x_n) \qquad (2)$$

$$y_n = x_n - \beta_n \Delta x_n, \quad \beta_n = \min\left(1, {w_n}\Big/\left(2\left\|f(x_n - \Delta x_n)\right\|\right)\right) \qquad (3)$$

$$w_{n+1} = (1-\beta_n)w_n + \beta_n^2 \left\|f(x_n - \Delta x_n)\right\|, \quad w_0 = \left\|f(x_0)\right\| \qquad (4)$$

Здесь $f(x_1, x_2)$ - первая разделенная разность оператора *f*, $f(x_1, x_2, x_3)$ - вторая разделенная разность оператора *f*, $x_1, x_2, x_3 \in \Omega$.

ТЕОРЕМА. Пусть в интересующей нас области Ω B-пространства $\aleph$ существует решение x^* уравнения (1) и выполняются условия:

$$\text{1. } \left\|\left[f(x_1, x_2)\right]^{-1}\right\| \le B; \text{ 2. } \left\|f(x_1, x_2, x_3)\right\| \le K; \text{ 3. } \left\|E - f(x_1, x_2)\right\| \le M.$$

Тогда процесс (2) - (4) со сверхлинейной скоростью сходится к x^*.
Доказательство теоремы аналогично приведенному в [3].

ЛИТЕРАТУРА.

1. Ульм С.Ю. Обобщение метода Стеффенсена для решения нелинейных операторных уравнений. ЖВМ и МФ, 1964, т.4, № 6, с. 1093-1097.

2. Лисковец О.А., Мадорский В.М., Силаев Н.В. Итерационные процессы без обращения со сверхлинейной или кубической скоростью сходимости. Препринт института матем. АН БССР, 1991, № 1, с. 1-17.

3. Мадорский В.М. Локализация решений нелинейных граничных задач. Известия ВУЗов, Математика, 1986, № 12, с. 45-51.