

$$y'' = |M(x)|^n \cdot const$$

где  $n$  - показатель, определяемый геометрией сечения. Например, для балки прямоугольного сечения, оптимизируемой за счет изменения ее ширины, имеем  $n = 0$ , и тогда изогнутая ось представляет собой дуги окружностей, кривизна которых зависит только от принятой высоты сечения данного участка балки и заданной долговечности.

В качестве примера приводится задача о симметричной трехопорной балке, нагруженной равномерно-распределенной нагрузкой. Оптимизация проведена для балки, участки которой имеют постоянную высоту и переменную ширину или, наоборот, переменную высоту и постоянную ширину. При этом для соседних участков высота (ширина) может быть неодинаковой. Определена геометрическая форма, вес, максимальные прогибы балок. Из расчетов следует, что выгиб в весе может составлять более 100%, а жесткость оптимальной балки может оказаться даже выше жесткости балки постоянного сечения с такими же уровнями нагрузки и максимальных напряжений.

Рассмотрен также ряд более сложных задач.

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТРЕЩИНЫ ПО СЕЧЕНИЮ СТЕРЖНЯ ПРИ ЧИСТОМ ИЗГИБЕ

Холодарь Б.Г.

Известно, что долговечность материала зависит от характера напряженного

состояния, что объясняется различным влиянием гидростатической и девиаторной части напряженного состояния на скорость разрушения и рекомбинации структуры связей в материале.

В простейшем случае одноосного растяжения-сжатия это можно математически выразить в виде

$$\alpha_p \sigma = (\alpha_r + \alpha_s) \sigma, \quad \sigma > 0$$

$$\alpha | \sigma | = (-\alpha_r + \alpha_s) | \sigma |, \quad \sigma < 0$$

где  $\alpha_p, \alpha_c, \alpha_r, \alpha_s$  - структурные коэффициенты (положительные). Индексы "р", "с", "г", "д" обозначают соответственно - расширение, сжатие, гидростатический, девиаторный.

Влияние напряженного состояния на долговечность можно проиллюстрировать на примере движения трещины по сечению балки при чистом изгибе и на основе полученного решения построить ускоренную методику определения структурных параметров материала.

В качестве кинетического уравнения развития поврежденности использовано уравнение вида

$$\dot{\omega} = \nu(1 - \omega) \exp\left(\frac{2\sigma}{1 - \omega}\right), \quad \nu = \text{const.}$$

При решении задачи сечение (прямоугольное) стержня разбивалось на слои одинаковой толщины, внутри которых поврежденность  $0 \leq \omega \leq 1$  считалась одинаковой во всех точках. При достижении поврежденностью в слое  $\omega = 1$  слой считался разрушенным.

В зависимости от значений  $k = \alpha_c / \alpha_p$  трещина может развиваться симметрично относительно середины сечения ( $k=1$ ) или несимметрично, причем от разрушения растянутой части сечения. При  $k < 0,6$  фронт трещины является односторонним, картина разрушения, естественно, зависит и от действующего в сечении момента.

В целом расчеты показывают, что долговечность при изгибе может превышать долговечность при растяжении ( $\sigma_{изг} = \sigma_{раст}$ ) примерно в 1,05-1,25 раза, то есть время "долома" стержня при неизменном моменте составляет 5-25% от времени появления признаков трещины в поверхностном слое, увеличиваясь с ростом нагрузки (момента) и уменьшаясь с

ростом соотношения  $k = \frac{\alpha_c}{\alpha_p}$ . Эксперименты подтверждают такой ре-

зультат.