Заключение

Результаты работы могут быть использованы в учебных целях, позволяя строить модели на базе АЦП/ЦАП с различным исполнительным оборудованием, не прибегая к сборке реальных схем, а также отрабатывать алгоритмы управления промышленным оборудованием на базе специализированных логических контроллеров.

Список цитированных источников

1. Интегральные микросхемы. Микросхемы АЦП и ЦАП: справочник / Г.И. Волович, В.Б. Ежов. – М.: Додэка-XX, 2005. – 432 с.: ил.

2. Самый информативный сервер микроэлетроника [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gaw.ru/html.cgi/txt/doc/dac/index.htm – Дата доступа: 01.04.2014.

УДК 519.2

Липовцев А.П., Антоник И.А.

Научные руководители: к.т.н., доцент Махнист Л.П.,

к.ф.-м.н., доцент Каримова Т.И.

О МОМЕНТАХ БИНОМИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И НЕКОТОРЫХ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ

Биномиальное распределение (распределение Бернулли) (например, в [1]) – распределение вероятностей случайной величины *X*, принимающей целочисленные значения $k = 0,1,2,\ldots,n$ с вероятностями соответственно

$$P(X=k) = p_k(n,p) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} = C_n^k p^k q^{n-k},$$

где $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ – биномиальный коэффициент, $0 \le p \le 1$ – параметр биномиального распределения ($q = 1-p$), называемый вероятностью положительного исхода.

Ряд распределения:

X	0	1	2	$\ldots$	k	$\ldots$	$n-2$	$n-1$	n
p_k	q^n	npq^{n-1}	$C_n^2 p^2 q^{n-2}$	$\ldots$	$C_n^k p^k q^{n-k}$	$\ldots$	$C_n^{n-2} p^{n-2} q^2$	$np^{n-1}q$	p^n

Начальным моментом n-го порядка ($n = 0,1,2,\ldots$) случайной величины называется $a_n = M\left(X^n\right)$. Отметим, что $a_0 = 1$, $a_1 = np$ – *математическое ожидание.*

Начальным факториальным моментом n-го порядка ($n = 0,1,2,\ldots$) случайной величины *X* называется $a_{[n]} = M\left(X^{[n]}\right) = M\left(X(X-1)\ldots(X-n+1)\right)$. Заметим, что $a_{[0]} = 1$, $a_{[1]} = np = M(X)$.

Найдем начальные факториальные моменты *m*-го порядка:

$$a_{[m]} = M\left(X^{[m]}\right) = M\left(X(X-1)\ldots(X-m+1)\right) = \sum_{k=0}^{n} k(k-1)\ldots(k-m+1) C_n^k p^k q^{n-k} =$$

$$= \sum_{k=m}^{n} k(k-1)\ldots(k-m+1)\frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k} = \sum_{k=m}^{n} n(n-1)\ldots(n-m+1)\frac{(n-m)!}{(k-m)!(n-k)!} p^k q^{n-k} =$$

$$= n^{[m]}\sum_{k=m}^{n} C_{n-m}^{k-m} p^k q^{n-k} = n^{[m]} p^m \sum_{k=m}^{n} C_{n-m}^{k-m} p^{k-m} q^{n-k} = n^{[m]} p^m \sum_{k=0}^{n-m} C_{n-m}^{k} p^k q^{n-m-k} = n^{[m]} p^m (p+q)^{n-m} = n^{[m]} p^m.$$

Тогда для *начальных факториальных моментов* m-го порядка *биномиального распределения* выполняется $a_{[m]} = n^{[m]} p^m$.

Следовательно,

$a_{[1]} = n^{[1]} p = np$, $a_{[2]} = n^{[2]} p^2 = n(n-1)p^2$,

$a_{[3]} = n^{[3]} p^3 = n(n-1)(n-2)p^3$,

$a_{[4]} = n^{[4]} p^4 = n(n-1)(n-2)(n-3)p^4$,

$a_{[5]} = n^{[5]} p^5 = n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)p^5$,

$a_{[6]} = n^{[6]} p^6 = n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)p^6, \ldots$

Следует отметить, что в общем случае начальные факториальные моменты n-го порядка случайной величины X связаны с ее начальными моментами соотношением [3]:

$$a_{[n]} = M\left(X^{[n]}\right) = M\left(X(X-1)\ldots(X-n+1)\right) = \sum_{m=1}^{n} M\left(S_m^{(n)} X^m\right) = \sum_{m=1}^{n} S_m^{(n)} a_m,$$

где $S_i^{(n)}$ – числа Стирлинга первого рода.

Начальные моменты n-го порядка случайной величины X связаны с ее начальными факториальными моментами соотношением

$$a_n = M\left(X^n\right) = M\left(a_0^{(n)} X^{[n]} + a_1^{(n)} X^{[n-1]} + \ldots + a_{n-1}^{(n)} X^{[1]}\right) = \sum_{m=1}^{n} a_m^{(n)} a_{[m]},$$

где коэффициенты $a_i^{(n)}$ – числа Стирлинга второго рода.

Тогда для биномиального закона:

$a_1 = a_{[1]} = np$ – математическое ожидание,

$a_2 = a_{[2]} + a_{[1]} = n(n-1)p^2 + np$,

$a_3 = a_{[3]} + 3a_{[2]} + a_{[1]} = n(n-1)(n-2)p^3 + 3n(n-1)p^2 + np$,

$a_4 = a_{[4]} + 6a_{[3]} + 7a_{[2]} + a_{[1]} = n(n-1)(n-2)(n-3)p^4 + 6n(n-1)(n-2)p^3 + 7n(n-1)p^2 + np$,

$a_5 = a_{[5]} + 10a_{[4]} + 25a_{[3]} + 15a_{[2]} + a_{[1]} =$

$= n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)p^5 + 10n(n-1)(n-2)(n-3)p^4 +$

$+ 25n(n-1)(n-2)p^3 + 15n(n-1)p^2 + np$,

$a_6 = a_{[6]} + 15a_{[5]} + 65a_{[4]} + 90a_{[3]} + 31a_{[2]} + a_{[1]} =$

$= n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)p^6 + 15n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)p^5 +$

$+ 65n(n-1)(n-2)(n-3)p^4 + 90n(n-1)(n-2)p^3 + 31n(n-1)p^2 + np$.

Отметим, что для начальных моментов m-го порядка *биномиального распределения* выполняется

$$a_m = \sum_{i=1}^{m} a_i^{(m)} a_{[i]} = \sum_{i=1}^{m} a_i^{(m)} n^{[i]} p^i,$$

где коэффициенты $a_m^{(n)}$ – числа Стирлинга второго рода.

Начальные моменты n-го порядка случайной величины X можно найти так:

$$a_n = \sum_{m=1}^{n} \frac{T_m^{(n)}}{m!} a_{[m]},$$

где коэффициенты $T_m^{(n)}$ – последовательность A019538 в OEIS (англ. On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, Энциклопедия целочисленных последовательностей). $T_m^{(n)}$ могут быть получены с помощью рекуррентной формулы $T_m^{(n)} = m\left(T_{m-1}^{(n-1)} + T_m^{(n-1)}\right)$, полагая $T_m^{(n)} = 0$, если $m < 1$ или $m > n$.

Для биномиального закона распределения последняя формула будет иметь вид:

$$a_n = \sum_{m=1}^{n} \frac{T_m^{(n)}}{m!} n^{[m]} p^m .$$

Центральным моментом n-го порядка случайной величины *X* называется $m_n = M\left((X - M(X))^n\right)$. Очевидно, что $m_0 = 1$, $m_1 = 0$, $m_2 = D(X)$. Центральные моменты *n*-го порядка случайной величины *X* связаны с ее начальными моментами соотношением [3]:

$$m_n = M\left((X - M(X))^n\right) = M\left(\sum_{m=0}^{n} (-1)^m C_n^m X^{n-m} a_1^m\right) = \sum_{m=0}^{n} (-1)^m C_n^m a_{n-m} a_1^m .$$

Найдем некоторые центральные моменты *n*-го порядка биномиального распределения:

$$m_2 = a_2 - a_1^2 = n(n-1)p^2 + np - (np)^2 = -np^2 + np = np(-p+1);$$

$$m_3 = a_3 - 3a_2 a_1 + 2a_1^3 = n(n-1)(n-2)p^3 + 3n(n-1)p^2 + np -$$
$$- 3\left(n(n-1)p^2 + np\right)np + 2(np)^3 = 2np^3 - 3np^2 + np = np\left(2p^2 - 3p + 1\right);$$

$$m_4 = a_4 - 4a_3 a_1 + 6a_2 a_1^2 - 3a_1^4 = n(n-1)(n-2)(n-3)p^4 + 6n(n-1)(n-2)p^3 + 7n(n-1)p^2 +$$
$$+ np - 4\left(n(n-1)(n-2)p^3 + 3n(n-1)p^2 + np\right)np + 6\left(n(n-1)p^2 + np\right)(np)^2 - 3(np)^4 =$$
$$= \left(3n^2 - 6n\right)\left(p^4 - 2p^3 + p^2\right) - np^2 + np .$$

Центральным факториальным моментом n-го порядка ($n = 0,1,2,\ldots$) [4] случайной величины *X* (относительно центра распределения, т.е. числа $a = M(X)$) называется

$$m_{[n]} = M\left((X - M(X))^{[n]}\right) = M\left((X - M(X))(X - M(X) - 1)\ldots(X - M(X) - n + 1)\right).$$

Заметим, что $m_{[0]} = 1$, $m_{[1]} = 0$, $m_{[2]} = D(X)$.

Центральные факториальные моменты *n*-го порядка случайной величины *X* связаны с ее центральными моментами соотношением, которое легко получить из соответствующего соотношения для начальных моментов, полагая $X = X - M(X)$

$$m_{[n]} = \sum_{m=1}^{n} S_m^{(n)} m_m = S_1^{(n)} m_1 + \sum_{m=2}^{n} S_m^{(n)} m_m = \sum_{m=2}^{n} S_m^{(n)} m_m ,$$

где $S_i^{(n)}$ – числа Стирлинга первого рода, так как $m_1 = 0$.

Так, например, $m_{[2]} = m_2$; $m_{[3]} = m_3 - 3m_2$; $m_{[4]} = m_4 - 6m_3 + 11m_2$.

Центральные моменты *n*-го порядка случайной величины *X* связаны с ее центральными факториальными моментами соотношением [3]:

$$m_n = \sum_{m=2}^{n} a_m^{(n)} m_{[m]},$$

где коэффициенты $a_i^{(n)}$ – числа Стирлинга второго рода.

Список цитированных источников

1. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 1999. – 576 с.
2. Липовцев, А.П. О моментах биномиального распределения / А.П. Липовцев (научные руководители: Л.П. Махнист, Т.И. Каримова) // Сборник конкурсных научных работ студентов и магистрантов: в 2 ч. – Брест: Издательство БрГТУ, 2013. – Ч. 1. – С. 71–74.
3. Зеневич, Е.А. Моменты распределения вероятностей / Е.А. Зеневич, Н.В. Фомина (научные руководители: Л.П. Махнист, Т.И. Каримова) // Сборник конкурсных научных работ студентов и магистрантов: в 2 ч. – Брест: Из-во БрГТУ, 2012. – Ч. 1. – С. 68–72.
4. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн – М.: Наука, 1977. – 831 с.

УДК 004.896
Хомиченко Д.В.
Научный руководитель: доцент Дунец А.П.

ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ ПРОЕКТОВ РОБОТОВ-ЭКСКУРСОВОДОВ

Введение

Робот-гид – робот, который заменит труд экскурсоводов. Робот, передвигаясь от экспоната к экспонату, проводит экскурсию самостоятельно. Рассмотрим существующие разработки в этой области.

Робот-гид Tico

Две испанские компании – TreeLogic и AdeleRobots – объединились и создали робота-гида по имени Tico. Робота создали в помощь людям. Он сопровождает и предоставляет информацию о тех местах, где находится его владелец. Основные места работы Tico: супермаркеты, аэропорты, выставки, музеи, да и вообще все те места, где можно будет его использовать.

Робот-гид имеет тачскрин для удобной коммуникации, а также камеры и сенсоры для распознавания людей. Робот находится под управлением операционной системы Ubuntu и работает на базе процессора IntelCoreDuo с частотой 1.6ГГц. Фото робота можно увидеть на рисунке 1.

Рисунок 1 – Робот-гид TICO