Вестник Брестского государственного технического университета. 2002. №1 Таблица 5 - Результаты физико-механических испытаний и свойства цеметов с сульфоалюминатной добавкой

Свойства цементов	Состав цементов, мас.%		
	клинкер - 97,	клинкер - 90,	клинкер - 85,
	гипс - 3	САД - 10	САД - 15
Нормальная густота, %	26,00	23,00	23,50
Начало схватывания, час мин.	4-40	3-45	3-05
Конец схватывания, часмин.	6-00	5-20	4-15
Тонкость помола, остаток на сите 008,	9,0	9,0	7,0
%			
Предел прочности при изгибе, МПа, в			
возрасте: 1 сут.			
3 сут.	1,6	2,9	9,8
28 сут.	3,6	4,8	26,5
	5,9	6,0	49,2
Предел прочности при сжатии, МПа, в			
возрасте: 1 сут.			
3 сут.	5,2	12,1	9,8
28 сут.	17,8	30,9	26,5
	47,3	50,7	49.2

в ранние сроки в гидросульфоалюминат кальция, обусловливает будущую высокую устойчивость цемента в сульфатсодержащих средах.

### выводы

 Сульфоалюминатная добавка интенсифицирует процесс гидратации клинкерных минералов, что способствует раннему развитию процессов кристаллизации продуктов гидратации и твердение вяжущей системы и в итоге обеспечивает высокий темп набора прочности цементным камнем.

2. Физико-химические основы регулирования гидратационных и кристаллизационных процессов цемента с помощью САД могут служить основанием для разработки технологии быстротвердеющего цемента.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

 Атакузиев Т.А.. Физико-химическое исследование сульфатсодержащих цементов и разработка низкотемпературной технологии их получения. - Ташкент: Из-во АН УзбССР, 1983, -127 с.

- Исследование высокопрочного портландцемента с добавкой сульфоалюминатного продукта (САСП). / И.В. Пономарев, Г.В. Должкова, И.А. Крыжановская, А.А. Соколова// Тр. ВНИИ цементной промышленности. - М.: ВНИИЦМ, 1982, №61, -С. 72-89.
- Влияние добавок сульфоалюмината кальция и гипса на твердение портландцемента. / Т.А. Шишкина, Т.А. Атакузиев, Т.В. Кузнецова, Д.Ф. Таджиева // Ред. журн. "Узбек. хим. журн." - Ташкент, 1990. - 6 с, - Деп. в Уз. НИИНТИ, №1293.
- Физико-химические основы формирования структуры цементного камня. / Л.Г. Шныпова, В.И. Чих, М.А. Саницкий и др. Под. ред. Л.Г. Шнымовой. -Львов: Вища школа, 1981. -157 с.
- 5. Плюснина И.И. Инфракрасные спектры минералов.-М.: МГУ, 1977.-175 с.
- 6. Ларионова З.М. Методы исследования цементного камня и бетона. -М.: Стройиздат, 1970. -158 с.
- 7. Тейлор Х. Химия цемента. -М.: Мир, 1996, -560 с.

УДК 697.137.3

# Афонин А.В., Никитин В.И.

# ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА ЖИДКОЙ ВЛАГИ В КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛАХ

## введение

При расчетах температурно-влажностных полей в материалах строительных конструкций необходимо знать значения коэффициентов теплопроводности, паропроницаемости, влагопроводности и т. д. Эти коэффициенты зависят от различных факторов. Установить все такие зависимости чисто экспериментальным путем для каждого материала в отдельности очень сложно. Поэтому целесообразно проводить теоретические исследования, позволяющие выявить соотношения между вышеназванными коэффициентами и теплофизическими свойствами паровоздушной смеси и жидкой влаги, а также некоторыми структурными и физическими свойствами строительного материала. Такого рода соотношения позволяют не только установить зависимости коэффициентов переноса тепла и влаги от температурно-влажностного состояния материала, но в ряде случаев и существенно упростить весь экспериментальный процесс определения этих коэффициентов.

В [1] была предложена модель для вычисления коэффициента влагопроводности и коэффициента фильтрации под действием гравитационных сил для гидрофильного капиллярнопористого строительного материала на основе данных о функции распределения объема пор по их радиусам, краевом угле смачивания материала жидкостью и объемной массе материала; кроме того, предполагались известными плотность, коэффициент поверхностного натяжения и вязкость жидкости. В данной работе эта модель усовершенствована с учетом сорбционного увлажнения материала; получены аналогичные соотношения для гидрофобных материалов; пред-

**Афонин Александр Владимирович.** Аспирант каф. технологии бетона и строительных материалов Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Никитин Вадим Иванович. Доктор технических наук, профессор, Политехника Белостоцка, Польша.

ложен метод получения аналитического выражения для функции распределения объема пор по радиусам на основе принципа максимальной энтропии.

### УРАВНЕНИЯ КАПИЛЛЯРНОЙ ДИФФУЗИИ С УЧЕТОМ ГРАВИТАЦИИ

Нестационарное перемещение жидкой влаги в капиллярно-пористых материалах, как известно [2, 3], описывается уравнением диффузии, которое может быть получено на основе закона сохранения массы для жидкости:

$$\rho_0 \frac{\partial \omega}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0, \qquad (1)$$

где  $\rho_0$  — объемная масса материала в сухом состоянии;  $\omega$  — весовая влажность материала (отношение веса влаги, содержащейся в данном участке материала, к весу этого участка

в сухом состоянии); **ј** — вектор плотности потока влаги.

Согласно [3], капиллярно-пористые материалы определялись как материалы, имеющие капилляры настолько мелких размеров, что влиянием гравитационных сил на движение жидкости в них можно пренебречь. При этом вектор плотности потока влаги считался пропорциональным градиенту весовой влажности:

$$\vec{j} = -\beta'(\omega)\vec{\nabla}\omega, \qquad (2)$$

где  $\beta'(\omega)$  — коэффициент влагопроводности, определенный без учета сил гравитации.

Как будет показано ниже, при учете сил гравитации выражение для вектора плотности потока влаги принимает вид:

$$\mathbf{j} = \boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{g} - \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\omega})\nabla\boldsymbol{\omega},$$
 (3)

где **β(ω)** — коэффициент влагопроводности, определенный

при учете сил гравитации;  $\vec{\mathbf{g}}$  — вектор ускорения свободного падения;  $\gamma(\omega)$  — коэффициент фильтрации под действием

гравитационных сил. Для экспериментального определения коэффициента β'(ω) по методике Брилинга [2] образец материала в виде прямоугольной призмы с квадратным основанием, обмазанный с боковых сторон водонепроницаемой замазкой, устанавливают вертикально в герметичный сосуд с водой, уровень которой должен быть несколько выше нижней поверхности образца. Сосуд с образцом помещают в условия с постоянной температурой и влажностью воздуха. Влага пропитывает образец до некоторого уровня и испаряется сквозь поры вверх. Скорость изменения массы системы измеряют путем периодического взвешивания. После установления стационарных условий перемещения влаги в образце его разрезают на несколько равных частей по длине, взвешивают каждую из частей и таким образом определяют зависимость  $\omega(x)$  (ось х направлена вертикально вверх, вдоль вектора плотности потока влаги). Коэффициент  $\beta'(\omega)$  вычисляют по формуле:

$$\beta'(\omega) = -\frac{j}{d\omega/dx}, \qquad (4)$$

где **j** — проекция вектора плотности потока влаги на ось **x**, определяемая по скорости изменения массы системы.

Из уравнений (2), (3) и (4) несложно установить, что при такой методике определения коэффициента влагопроводности величины  $\beta'(\omega)$ ,  $\beta(\omega)$ ,  $\gamma(\omega)$  и **ј** связаны соотношением:

$$\beta'(\omega) = \frac{\beta(\omega)}{1 + \gamma(\omega)g/j}.$$
 (5)

Из соотношения (5) видно, что измеряемые по методике Брилинга значения  $\beta'(\omega)$  являются несколько заниженными по сравнению с реальными значениями коэффициента влагопроводности  $\beta(\omega)$ , определяемыми с учетом гравитационных сил. Этот эффект наиболее отчетливо проявляется в крупнопористых материалах при больших значениях влажности.

#### ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА

Функцию распределения объема пор по радиусам будем предполагать нормированной следующим образом:

$$\int_{0}^{\infty} \mathbf{f}_{\mathbf{V}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \boldsymbol{\Pi} , \qquad (6)$$

где  $\mathbf{f}_{V}(\mathbf{r})$  — дифференциальная функция распределения объема пор по радиусам,  $\mathbf{\Pi}$  — интегральная пористость (отношение объема взаимосообщающихся пор материала к объему всего материала).

При измерении и использовании функции распределения объема пор по радиусам принимается модель, представляющая капилляры и поры материала в виде параллельных цилиндрических трубок кругового сечения. В дальнейшем мы будем придерживаться такой модели, считая, однако, капилляры разнонаправленными и взаимосообщающимися.

Как известно, капиллярно-пористые строительные материалы обладают способностью удерживать влагу в виде тонких сорбционных пленок на стенках капилляров и пор. Влага в сорбционной пленке, удерживаемая молекулярными силами связи с веществом, не перемещается при весовых влажностях материала, меньших определенного значения, которое обозначим  $\boldsymbol{\omega}_{c}$ . В качестве величины  $\boldsymbol{\omega}_{c}$  можно использовать значение сорбционной влажности материала при относительной влажности воздуха в его порах, равной 80%. Толщину сорбционной пленки при влажности  $\boldsymbol{\omega}_{c}$  обозначим  $\mathbf{r}_{c}$ . Сорбционная влага занимает все капилляры с радиусами, меньшими  $\mathbf{r}_{c}$ , и покрывает стенки остальных капилляров слоем толщиной  $\mathbf{r}_{c}$ , поэтому имеет место соотношение:

$$\omega_{c}(\mathbf{r}_{c}) = \frac{\rho_{m}}{\rho_{0}} \left( \int_{0}^{\mathbf{r}_{c}} \mathbf{f}_{V}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} + \int_{\mathbf{r}_{c}}^{\infty} \mathbf{f}_{V}(\mathbf{r}) \left( 2 \frac{\mathbf{r}_{c}}{\mathbf{r}} - \left( \frac{\mathbf{r}_{c}}{\mathbf{r}} \right)^{2} \right) d\mathbf{r} \right).$$
(7)

Поскольку функция  $\boldsymbol{\omega}_{c}(\mathbf{r}_{c})$  является монотонно возрастающей, существует обратная ей функция:

$$\mathbf{r}_{c} = \mathbf{r}_{c} \left( \boldsymbol{\omega}_{c} \right). \tag{8}$$

При влажностях, больших  $\mathbf{\omega}_{c}$ , пленку толщиной  $\mathbf{r}_{c}$  у стенок капилляров будем считать неподвижной. Давление жидкости в капилляре с радиусом  $\mathbf{r} \ge \mathbf{r}_{c}$  вычисляется по формуле:

$$\mathbf{p}_{\kappa} = -\frac{2\boldsymbol{\sigma}\cos\boldsymbol{\varphi}}{\mathbf{r} - \mathbf{r}_{c}} + \mathbf{p}_{a}, \qquad (9)$$

где  $\mathbf{p}_{\kappa}$  — давление жидкости под мениском в капилляре радиуса  $\mathbf{r}$ ;  $\boldsymbol{\sigma}$  — коэффициент поверхностного натяжения жидкости;  $\boldsymbol{\phi}$  — краевой угол смачивания;  $\mathbf{p}_{a}$  — атмосферное давление.

Рассмотрим небольшой по сравнению с размерами задачи участок материала, содержащий, однако, достаточно большое количество капилляров. Если несколько менисков жидкости в данном участке материала будут иметь разные радиусы, то, как следует из (9), между этими менисками возникнет избыточный градиент давления. Из уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости следует, что вектор ускорения жидкости будет направлен в сторону, противоположную вектору избыточного градиента давления. Это значит, что в данном участке материала жидкость стремится занять те капилляры, в которых ее давление будет минимальным. В результате давление жидкости в данном небольшом участке материала будет примерно постоянным и равным

$$\mathbf{p} = -\frac{2\sigma\cos\phi}{\mathbf{r}_{\omega} - \mathbf{r}_{c}} + \mathbf{p}_{a}, \qquad (10)$$

где  $\mathbf{p}$  — давление жидкости в данном участке;  $\mathbf{r}_{\boldsymbol{\omega}}$  — радиус капилляров, содержащих мениски жидкости. Как будет показано ниже, этот радиус однозначно определяется влажностью участка материала  $\boldsymbol{\omega}$ .

В гидрофильном материале, для которого 
$$\cos \phi > 0$$
,  
давление жидкости убывает с уменьшением радиуса капилля-  
ра согласно формуле (9), поэтому можно утверждать, что в  
данном небольшом участке материала подвижная жидкость  
занимает все капилляры с радиусами, меньшими **г** <sub>$\omega$</sub> .

Учитывая, что стенки остальных капилляров покрыты сорбционным слоем толщиной  $\mathbf{r}_{c}$ , влажность гидрофильного материала можно вычислить по формуле:

$$\omega(\mathbf{r}_{\omega}) = \omega_{c} + \frac{\rho_{\pi}}{\rho_{0}} \int_{\mathbf{r}_{c}}^{\mathbf{r}_{\omega}} \mathbf{f}_{V} \left( \mathbf{r} \right) \left( 1 - \frac{\mathbf{r}_{c}}{\mathbf{r}} \right)^{2} d\mathbf{r} .$$
(11)

В гидрофобном материале, для которого  $\cos \phi < 0$ , давление жидкости согласно (9) убывает с увеличением радиуса капилляра. Поэтому в таком материале подвижная жидкость будет занимать все капилляры с радиусами, большими  $\mathbf{r}_{\boldsymbol{\omega}}$ .

Для гидрофобного материала имеем соотношение:

$$\omega(\mathbf{r}_{\omega}) = \omega_{c} + \frac{\rho_{x}}{\rho_{0}} \int_{\mathbf{r}_{\omega}}^{\infty} \mathbf{f}_{V}(\mathbf{r}) \left(1 - \frac{\mathbf{r}_{c}}{\mathbf{r}}\right)^{2} d\mathbf{r} .$$
(12)

Дифференцируя соотношения (11) и (12), получим

$$\frac{\mathrm{d}\omega(\mathbf{r}_{\omega})}{\mathrm{d}\mathbf{r}_{\omega}} = \pm \frac{\rho_{*}}{\rho_{0}} \mathbf{f}_{\mathrm{V}} \left(\mathbf{r}_{\omega} \right) \left(1 - \frac{\mathbf{r}_{\mathrm{c}}}{\mathbf{r}_{\omega}}\right)^{2}, \qquad (13)$$

где положительный знак соответствует гидрофильному материалу, а отрицательный — гидрофобному.

Как видно из формулы (13), функция  $\omega(\mathbf{r}_{\omega})$  для гидрофильных материалов монотонно возрастает, а для гидрофобных — монотонно убывает, поэтому из (11) или (12) можно найти обратную ей функцию

$$\mathbf{r}_{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{r}_{\boldsymbol{\omega}} (\boldsymbol{\omega}). \tag{14}$$

Если влажность материала изменяется от участка к участку, то одновременно изменяется и однозначно определяемый ею радиус  $\mathbf{r}_{\boldsymbol{\omega}}$ , а вместе с ним — и давление  $\mathbf{p}$  согласно (10). В результате возникающего градиента давления, а также действия сил гравитации, жидкость приходит в движение. Для описания такого движения воспользуемся уже разработанной теорией фильтрации сквозь пористые среды.

Скорость фильтрационного движения определяется согласно закону Дарси [4]:

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{K}_{\mathbf{f}}}{\eta} \left( \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{x}} \vec{\mathbf{g}} - \vec{\nabla} \mathbf{p} \right), \tag{15}$$

где  $\vec{v}$  — скорость фильтрационного движения жидкости;  $\mathbf{K}_{f}$  — коэффициент проницаемости;  $\eta$  — динамическая вязкость жидкости.

Коэффициент проницаемости для модельных материалов с капиллярами кругового поперечного сечения можно вычислить по формуле Козени [4]:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{f}} = \frac{\boldsymbol{\Pi}^3}{2\boldsymbol{\xi} \mathbf{S}_{\mathbf{V}}^2},\tag{16}$$

где  $\Pi$  — интегральная пористость,  $S_v$  — удельная поверхность (площадь поверхности капилляров в единице объема материала),  $\xi$  — безразмерный коэффициент, характеризующий извилистость капилляров.

Формула (16) была получена в предположении, что все капилляры материала заполнены жидкостью. Для применения формулы (16) к рассматриваемому процессу капиллярной диффузии необходимо учитывать, что подвижной жидкостью заполнена лишь часть капилляров. Поэтому величины  $\Pi$ ,  $S_v$ ,  $\xi$  и  $K_f$  следует считать функциями от влажности.

Учитывая (10), а также, что  $\mathbf{j} = \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{x}} \mathbf{v}$  и  $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{x}} \mathbf{v}$ , вместо (15) будем иметь:

$$\vec{\mathbf{j}} = \frac{\mathbf{K}_{f}(\boldsymbol{\omega})}{\nu} \left( \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{x}} \vec{\mathbf{g}} - \frac{2\sigma \cos \boldsymbol{\varphi}}{\left( \mathbf{r}_{\boldsymbol{\omega}} - \mathbf{r}_{c} \right)^{2}} \vec{\nabla} \mathbf{r}_{\boldsymbol{\omega}} \right), \tag{17}$$

где **V** — кинематическая вязкость жидкости.

Принимая во внимание соотношения (13) и (14), получим из (17) выражение для плотности потока жидкой влаги:

$$\vec{\mathbf{j}} = \frac{\Pi^{3}(\boldsymbol{\omega})}{2\nu\xi(\boldsymbol{\omega})S_{V}^{2}(\boldsymbol{\omega})} \times \times \left(\rho_{*}\vec{\mathbf{g}} - \frac{2\sigma|\cos\phi|\rho_{0}r_{\boldsymbol{\omega}}^{2}(\boldsymbol{\omega})}{\rho_{*}\mathbf{f}_{V}(\mathbf{r}_{\boldsymbol{\omega}}(\boldsymbol{\omega}))(\mathbf{r}_{\omega}(\boldsymbol{\omega}) - \mathbf{r}_{c})^{4}}\vec{\nabla}\boldsymbol{\omega}\right)^{(18)}$$

Функция **П((()**) представляет собой относительный объем подвижной жидкости:

$$\Pi(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\boldsymbol{\rho}_0}{\boldsymbol{\rho}_{\star}} (\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_c). \tag{19}$$

Функция  $S_v(\omega)$  равна удельной площади поверхности соприкосновения подвижной жидкости с сорбционной пленкой и может быть вычислена по формулам:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{V}}(\mathbf{r}_{\omega}) = 2 \int_{\mathbf{r}_{c}}^{\mathbf{r}_{\omega}} \frac{\mathbf{f}_{\mathbf{V}}(\mathbf{r})}{\mathbf{r}} \left(1 - \frac{\mathbf{r}_{c}}{\mathbf{r}}\right) d\mathbf{r}$$
(20)

для гидрофильного материала и

$$\mathbf{S}_{\mathbf{V}}(\mathbf{r}_{\omega}) = 2\int_{\mathbf{r}_{\omega}}^{\infty} \frac{\mathbf{f}_{\mathbf{V}}(\mathbf{r})}{\mathbf{r}} \left(1 - \frac{\mathbf{r}_{c}}{\mathbf{r}}\right) d\mathbf{r}$$
(21)

для гидрофобного материала.

Как указано в [4], извилистость материала **ξ** можно найти по формуле:

$$\boldsymbol{\xi} = \frac{\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{B}}}{\boldsymbol{\mu}} \boldsymbol{\Pi} \,, \tag{22}$$

где **µ** и **µ**<sub>в</sub> — коэффициенты паропроницаемости материала и воздуха соответственно.

Воспользуемся предложенной в [5] зависимостью  $\mu = \mu(\Pi)$ :

$$\mu(\Pi) = \mu_{\rm B} \left( \frac{1}{2} + \sin \left( \frac{\arcsin(2\Pi - 1)}{3} \right) \right)^2. \quad (23)$$

В результате приходим к выражению:

$$\xi(\Pi(\omega)) = \frac{\Pi(\omega)}{\left(\frac{1}{2} + \sin\left(\frac{\arcsin(2\Pi(\omega) - 1)}{3}\right)\right)^2} . \quad (24)$$



С помощью экспериментов по фильтрации жидкости сквозь пористые среды установлено [6], что коэффициент извилистости  $\boldsymbol{\xi}$  примерно равен 2,5. Как видно из рис. 1, это значение соответствует значению, предсказываемому формулой (24) при пористости материала, равной 15,6%.

Сравнивая (18) с (3), и учитывая, что имеет место зависимость (14), окончательно получаем искомые выражения для коэффициентов:

$$\beta(\omega) = \left(\frac{\rho_0}{\rho_{\infty}}\right)^4 \times$$

$$\sigma |\cos \sigma|(\omega - \omega)^3 r^2(\omega) \qquad (25)$$

$$\times \frac{c_{|} \cos \varphi_{|}(\omega - \omega_{c})^{2} - \omega_{\omega}(\omega)}{\nu \xi(\omega) S_{V}^{2}(\mathbf{r}_{\omega}(\omega)) \mathbf{f}_{V}(\mathbf{r}_{\omega}(\omega)) (\mathbf{r}_{\omega}(\omega) - \mathbf{r}_{c})^{4}}$$

$$\gamma(\omega) = \frac{\rho_{0}^{3} (\omega - \omega_{c})^{3}}{2\rho_{x}^{2} \nu \xi(\omega) S_{V}^{2}(\mathbf{r}_{\omega}(\omega))},$$

$$(26)$$

где функции  $\mathbf{S}_{\mathbf{V}}(\mathbf{r}_{\boldsymbol{\omega}})$  и  $\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{\omega})$  определяются из (20) или (21) и из (24) соответственно.

#### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОР ПО РАДИУСАМ

Для вычисления коэффициентов переноса жидкой влаги по формулам (25), (26) необходимо иметь данные о функции распределения объема пор по радиусам. Определение этой функции экспериментальным путем, например при помощи ртутной порометрии, является довольно дорогостоящим. Поэтому следует искать аналитический вид функции распределения объема пор по радиусам. Используемая в [7] функция, полученная на основе логарифмически нормального закона распределения количества пор по радиусам, представляется недостаточно теоретически обоснованной и является, повидимому, подобранной эмпирическим путем зависимостью, содержащей параметр, не имеющий непосредственного физического смысла.

Для построения аналитического выражения для функции распределения необходимо ввести некоторые предположения относительно поровой структуры материала. А именно, будем считать все капилляры имеющими одинаковую форму в виде цилиндров, высоты которых пропорциональны их радиусам с постоянным коэффициентом пропорциональности **k**. Таким

образом, объем капилляра с радиусом  $\mathbf{r}$  равен  $\mathbf{k} \pi \mathbf{r}^3$ .

Определим частотную функцию распределения пор по радиусам  $f(\mathbf{r})$  таким образом, что  $f(\mathbf{r})d\mathbf{r}$  равно отношению количества пор, радиусы которых лежат в пределах от  $\mathbf{r}$  до  $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$ , к общему количеству пор. Очевидно, что функция  $f(\mathbf{r})$  представляет собой плотность распределения вероятности случайной величины  $\mathbf{r}$ , причем

$$\int_{0}^{\infty} \mathbf{f}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \mathbf{1}.$$
 (27)

Предположим также, что известен средний объем пор, или, что то же самое, известно количество пор и их объем в данном участке материала:

$$\mathbf{k}\pi \mathbf{r}^{3}\mathbf{f}(\mathbf{r})\mathbf{d}\mathbf{r} = \mathbf{k}\pi \mathbf{r}_{cp}^{3} , \qquad (28)$$

где  $\mathbf{r}_{cp}$  — радиус поры со средним объемом.

Для любого распределения вероятностей можно вычислить его энтропию **H** согласно формуле [8, 9]:

$$\mathbf{H} = -\int_{0}^{\infty} \mathbf{f}(\mathbf{r}) \ln \mathbf{f}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} .$$
 (29)

Энтропию можно понимать с математической точки зрения [8] как меру априорной неопределенности измерения величины  $\mathbf{r}$ , с физической точки зрения — как меру хаотичности системы. В физике закон возрастания энтропии со временем известен как второе начало термодинамики.

Отметим, что для случайной величины, распределенной по области конечных размеров энтропия будет максимальна (при отсутствии дополнительных условий) в случае равномерного распределения. Так, например, в процессе приготовления бетонной смеси функция распределения какого-либо компонента (например, мелкого заполнителя) по объему смеси будет стремиться к равномерной вследствие закона возрастания энтропии.

Будем искать функцию  $f(\mathbf{r})$ , имеющую максимальную энтропию, среди всех функций, удовлетворяющих условиям (27) и (28). Энтропия **H** функции  $f(\mathbf{r})$  будет максимальной, если для всех функций вида  $f(\mathbf{r}) + \delta f(\mathbf{r})$  энтропия будет меньше, чем **H**. Иными словами, вариация энтропии  $\delta \mathbf{H}$ должна быть отрицательной:

$$\delta \mathbf{H} = -\int_{0}^{\infty} (\mathbf{f}(\mathbf{r}) + \delta \mathbf{f}(\mathbf{r})) \ln(\mathbf{f}(\mathbf{r}) + \delta \mathbf{f}(\mathbf{r})) d\mathbf{r} + \int_{0}^{\infty} \mathbf{f}(\mathbf{r}) \ln \mathbf{f}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \le 0$$
(30)

где  $\delta f(\mathbf{r})$  — вариация функции  $f(\mathbf{r})$ .

Подставляя в (27) и (28) вместо  $f(\mathbf{r})$  функцию  $f(\mathbf{r}) + \delta f(\mathbf{r})$  и вычитая из полученных выражений формулы (27) и (28), будем иметь:

$$\int_{0}^{\infty} \delta f(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \mathbf{0}, \qquad (31)$$

 $\int k\pi r^3 \delta f(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \mathbf{0} . (32)$ 

Считая вариацию  $\delta f(\mathbf{r})$  малой по сравнению с функцией  $f(\mathbf{r})$ , разложим выражение (30) для  $\delta H$  в ряд по степеням  $\delta f(\mathbf{r})$ , учитывая (31):

$$\delta \mathbf{H} = -\int_{0}^{\infty} \left( \ln \mathbf{f}(\mathbf{r}) \delta \mathbf{f}(\mathbf{r}) + \frac{\delta \mathbf{f}^{2}(\mathbf{r})}{2\mathbf{f}(\mathbf{r})} \right) d\mathbf{r} .$$
(33)

Второе слагаемое под интегралом дает отрицательное приращение энтропии. Чтобы вариация энтропии всегда была отрицательной, интеграл от первого слагаемого в (33) должен быть равен нулю. Как видно из (31) и (32), для этого достаточно, чтобы выполнялось условие:

$$\ln \mathbf{f}(\mathbf{r}) = \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 \mathbf{r}^3, \qquad (34)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — некоторые константы.

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  несложно найти из соотношений (27) и (28). В результате получаем искомое выражение для частотной функции:

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}) = 3 \frac{\Gamma^{1/3}(4/3)}{\Gamma^{4/3}(1/3)\mathbf{r}_{cp}} \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^3}{3\mathbf{r}_{cp}^3}\right), \quad (35)$$

где **Г(х)** — гамма-функция [10].

Как следует из (6), величина  $\mathbf{f}_{\mathbf{V}}(\mathbf{r})\mathbf{dr}$  равна объему пор с

радиусами, лежащими в пределах от  $\mathbf{r}$  до  $\mathbf{r} + \mathbf{dr}$ , в единице объема материала. Учитывая (28), получим из (35) выражение для функции распределения объема пор по радиусам:

$$f_{V}(\mathbf{r}) = 3 \frac{\Gamma^{1/3}(4/3)}{\Gamma^{4/3}(1/3)} \Pi \frac{\mathbf{r}^{3}}{\mathbf{r}_{cp}^{4}} \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^{3}}{3\mathbf{r}_{cp}^{3}}\right) \approx$$
  
$$\approx 0,776 \Pi \frac{\mathbf{r}^{3}}{\mathbf{r}_{cp}^{4}} \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^{3}}{3\mathbf{r}_{cp}^{3}}\right) \qquad (36)$$

график которой изображен на рис. 2.



Рисунок 2 – График функции  $\mathbf{f}_{\mathbf{V}}(\mathbf{r})$ 



## ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИЙ ПРИВЕДЕННОЙ ВЛАЖНОСТИ

Как показывает теоретический анализ, после подстановки формулы (36) в соотношения для коэффициентов  $\beta(\omega)$  и  $\gamma(\omega)$ , при малых значениях  $\omega_c$  зависимости этих коэффициентов от параметров жидкости и материала приобретают вид:

$$\gamma(\omega) = \frac{\rho_0(\omega - \omega_c) \mathbf{r}_{cp}^2}{\nu \xi(\omega)} \mathbf{a}(\omega_n), \qquad (37)$$

$$\beta(\omega) = \frac{\rho_0 \sigma |\cos \varphi| \mathbf{r}_{\rm cp}}{\rho_{\kappa} \nu \xi(\omega)} \mathbf{b}(\omega_{\rm n}), \qquad (38)$$

где  $\mathbf{a}(\boldsymbol{\omega}_n)$  и  $\mathbf{b}(\boldsymbol{\omega}_n)$  — безразмерные функции от приведенной влажности материала  $\boldsymbol{\omega}_n$ :

 $\boldsymbol{\omega}_{n} = \frac{\boldsymbol{\rho}_{0} \left(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_{c}\right)}{\boldsymbol{\rho}_{*} \boldsymbol{\Pi} - \boldsymbol{\rho}_{0} \boldsymbol{\omega}_{c}}, \qquad (39)$ 

которая изменяется в пределах от 0 до 1.

На рис. 3 изображены графики функций  $\mathbf{a}(\boldsymbol{\omega}_n)$  и  $\mathbf{b}(\boldsymbol{\omega}_n)$ для гидрофильного материала, с помощью которых можно вычислить коэффициенты переноса в зависимости от влажности по формулам (37)-(39).

## РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

С использованием данных для стеновой керамики был выполнен вычислительный эксперимент, который показал, что варьирование значений пористости, среднего радиуса пор, косинуса краевого угла смачивания и плотности потока приводит к существенному изменению (в 2-4 раза) значений коэффициента влагопроводности  $\beta'(\omega)$  и  $\beta(\omega)$ . В качестве примера на рис. 4 показана зависимость  $\beta(\omega)$  от пористости **П**.



Рисунок 4 - Зависимость коэффициента влагопроводности β(ω) от пористости Π.





Рисунок 5 – График функции  $\beta'(\omega)$  для глиняного кирпича.

На рис. 5 показаны обобщенные экспериментальные данные (обозначены кружочками) для глиняного кирпича плотностью  $\rho_0 = 1700$  кг/м<sup>3</sup> [2] в сравнении с расчетными (сплошная линия), полученными исходя из функции распределения (36). Значения параметров  $\Pi = 31,7\%$ ,  $\mathbf{r}_{cp} = 1,24 \cdot 10^{-8}$ м, **соѕ ф** = 0,156,  $\mathbf{j} = 4,98 \cdot 10^{-7}$  кг/(м<sup>2</sup>·с) были установлены путем табулирования.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты вычислительного эксперимента показывают, что разработанное теоретическое описание процесса капиллярной диффузии в строительных материалах при заданных значениях параметров материала и жидкости позволяет достаточно точно вычислять коэффициенты влагопереноса.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Афонин А.В., Никитин В. И. К расчету переноса жидкой влаги в капиллярно-пористых материалах // Проблемы технологии производства строительных материалов, изделий и конструкций, строительства зданий и сооружений, подготовки инженерных кадров для строительной отрасли: Материалы VIII Междунар. науч.-практ. семинара. – Мн.: Стринко, 2001. – С. 29-34.
- Фокин К.Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий. – М.: Стройиздат, 1973, – 287 с.
- Лыков А.В. Теоретические основы строительной теплофизики. – Минск: Изд-во Академии наук БССР, 1961, – 520 с.
- Лыков А.В. Тепломассообмен: (Справочник). 2-е изд. М.: Энергия, 1978. – 480 с.
- Афонин А.В. Расчет паропроницаемости пористых материалов методом аналогии // Сб. тр. Междунар. науч.практ. конф. Напрягающие цементы, бетоны и самона-пряженные конструкции/ Под ред. проф. Тура В.В. Брест, БГТУ, 2001. С. 151-155.
- Лыков А.В. Тепломассообмен: (Справочник). М.: Энергия, 1971. – 560 с.
- Ait-Mokhtar A., Amiri O., Sammartino S. Analytic modelling and experimental study of the porosity and permeability of porous medium — application to cement mortars and granitic rock // Magazine of Concrete Research, 1999, 51, No. 6, Dec., 391-396.
- Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. - М.: 1970, -720 с.
- Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. - 584 с.
- Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции (Формулы, таблицы, графики). – М.: 1968. – 344 с.

УДК 624.012.45

## Радзишевски П.

# ПОВТОРНОЕ ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ, ПОЛУЧАЕМЫХ ПОСЛЕ РАЗБОРКИ КОНСТРУКЦИЙ ДОРОЖНЫХ ПОКРЫТИЙ, УТРАТИВШИХ ЭКСПЛУАТАЦИОННУЮ ПРИГОДНОСТЬ

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Стремительное экономическое развитие государства способствует росту интенсивности транспортных перевозок, особенно автомобилями большой грузоподъемности. Оживленное движение легковых автомобилей в сочетании с неблагоприятными климатическими условиями Польши приводит к ускоренному разрушению дорожных покрытий. К неблагоприятным факторам, отражающимся на эксплуатационном состоянии польских дорог, следует причислить также слишком низкие финансовые средства, выделяющиеся на содержание дорожной инфрастуктуры.

Специалисты-дорожники разрабатывают новые технологии, которые наравне с традиционными, позволили бы использовать "старые" материалы из пришедших в негодность конструкций дорожного покрытия. При этом новые технологии обеспечивая использование "старого" материала должны быть экономичными и не наносить вреда окружающей среде.

В настоящее время в Польше проводятся исследования, связанные с разработкой и внедрением новых технологий выполнения оснований дорожных покрытий при использовании минерально-цементно-эмульсионных (МЦЭ) смесей и являющихся после разборки конструкций дорожных покрытий, утративших эксплуатационную пригодность.

В настоящей статье представлены результаты исследования минерально-цементно-эмульсионных смесей (МЦЭ), применяемых для устройства дорожных оснований на базе заполнителей, типичных для северо-восточного региона Польши.

## 2. ОТХОДЫ ИЗ ИСПОЛЬЗОВАННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ДОРОЖНЫХ ПОКРЫТИЙ

Источниками получения отходов от разборки дорожных покрытий, использующимися для повторного применения могут быть:

- бетонные покрытия (цементный бетон);
- булыжниковые или плиточные покрытия;
- битумные покрытия после их фрезерования.

Материалы, получаемые из бетонных покрытий в последствии подвергаются измельчению в дробилках и рассеву по фракциям. Повторно эти материалы используют в качестве оснований, либо при возведении новых бетонных покрытий.

Радзишевски Петр. Доктор технических наук, профессор, Политехника Белостоцка, Польша.

асфальто-цементных бетонов, получаемых из материалов,