обоснованным параметром повреждения будет являться площадь поверхности, образующейся при появлении трещины. При этом за момент усталостного разрушения следует принимать число циклов, соответствующее достижению данной величиной критического значения. Далее в процессе разрушения (долома) образца развивались трещины, идущие под углом 45^0 к оси образца (контакта), что при чистом кручении вполне объяснимо действием главных нормальных напряжений, и стремлением разрушиться по типу нормального отрыва. Но в следствии того, что длина трещин невелика спустя некоторое время был отмечен полный переход к направлению максимального сдвига т.е. имеет место сдвиговая форма трещины, по которой произошло полное разрушение контакта сборно-монолитной конструкции.

Анализируя начальные участки диаграмм циклического и статического деформирования, можно сделать вывод, что так как участки диаграмм циклического деформирования расположены ниже диаграммы статического деформирования, исследованные контакты конструкции ведут себя при многоцикловом нагружении как циклически разупрочняющиеся материалы.

ВЫВОДЫ

1. Точность экспериментальных данных испытания контактов сборно-монолитных конструкций при циклических нагрузках по данной методике позволяет получить данные по деформативности контактов с точностью 10^{-5} мм/мм, и зафиксировать взаимные сдвиги в конструкции порядка $2*10^{-4}$ м, что при испытаниях статической статической нагрузкой получить довольно сложно ($1*10^{-2}$).
2. Механизм деформирования стыка при циклических нагрузка допускает взаимное смещение в зоне контакта при первых циклах нагружения. Данный результат хорошо вписывается в аналитическую модель работы контакта представляющую собой модель системы фрикционной передачи усилий среза (рис 1).
3. Начальные участки диаграмм циклического деформирования контактного слоя сборно-монолитных образцов расположены ниже диаграммы их статического деформирования. На основании этого экспериментального результата можно сделать вывод, что материал контактного слоя ведет себя при многоцикловом нагружении как циклически разупрочняющийся материал.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Пособие по проектированию сборно-монолитных конструкций (проект к СНБ 5.03.01–98).— ГП «Стройтехнорм».— 1999.— С. 152.
2. Тур В.В., Шалобыта Т.П., Шалобыта Н.Н. К построению аналитической модели работы стыкового соединения железобетонных сборно-монолитных конструкций// Проблемы и перспективы современных строительных конструкций и технологий: Сб. тр./ Под редакцией В.И. Драгана.— Брест: БПИ, 1998.— С.74-78.
3. Трощенко В.Т., Драган В.И.. Исследование закономерностей неупругого деформирования и усталостного разрушения металлов при кручении// Проблемы прочности. — 1982.— №5. — С. 3-10.

УДК 519.3:681.3

Игнатюк В.И., Бондарук Н.С.

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСОЯНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СООРУЖЕНИЙ НА БАЗЕ МКЭ

Применение ЭВМ в расчётах строительных конструкций и сооружений – необходимость сегодняшнего дня, дающая возможность быстро и надёжно решать и анализировать сложные и трудоёмкие задачи и способствующая прогрессу в строительной отрасли. Одним из методов расчета конструкций и сооружений, усиленно и эффективно развивающихся в последние годы, применение которого самым непосредственным образом связано с развитием и использованием ЭВМ, является метод конечных элементов (МКЭ)[1]. Этот метод в настоящее время стал одним из основных и наиболее мощных инструментов численного исследования конструкций и сооружений[2].

В данной работе рассматривается расчёт пространственных стержневых систем произвольной структуры на действие статических нагрузок методом конечных элементов с применением ЭВМ. Такие системы могут быть представлены в виде “ансамбля” прямолинейных стержней, соединенных между собой в жестких либо шарнирных узлах, а с помощью опор – с основанием, которые и принимаются в качестве конечных элементов. Для расчёта принят МКЭ в форме метода перемещений, в которой в качестве основных неизвестных выступают перемещения узлов соединения конечных элементов. Число перемещений в каждом из узлов пространственной стержневой системы равно шести – три угловых и три линейных. Тогда общее число неизвестных для системы будет равно шестикратному числу узлов в ней. Рассматриваются линейно-деформируемые сооружения.

Система разрешающих уравнений метода конечных элементов для таких сооружений записывается в виде:

$$-\left[\boldsymbol{K}\right]\left\{\boldsymbol{\Delta}\right\}+\left\{\boldsymbol{P}\right\}+\left\{\boldsymbol{R}\right\}=\boldsymbol{0} \qquad (1)$$

где: $[\boldsymbol{K}]$ – матрица жесткости системы; $\{\boldsymbol{\Delta}\}$ – вектор перемещений узлов системы; $\{\boldsymbol{P}\}$ – вектор внешних узловых нагрузок; $\{\boldsymbol{R}\}$ – вектор опорных реакций.

Матрицы жесткости системы в целом или отдельных конечных элементов могут быть получены с помощью вариационных принципов строительной механики, например принципа Лагранжа, согласно которому для системы, находящейся в равновесии, из всех возможных перемещений, удовлетворяющим граничным условиям, в действительности имеют место те перемещения, при которых полная потенциальная энергия принимает минимальное значение. Записав полную потенци-

Игнатюк Валерий Иванович. *К.т.н., доцент, зав. каф. строительной механики Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская 267.
Бондарук Николай Сергеевич. *Инженер.*

альную энергию $\boldsymbol{\Pi}$ для системы или конечного элемента (КЭ) и применив принцип Лагранжа

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \Delta_i} = 0\,, \quad (i = 1 \ldots n) \tag{2}$$

получим зависимость между усилиями и перемещениями для системы или КЭ и соответственно матрицы жесткости системы или КЭ (здесь n – число неизвестных перемещений в системе).

Матрица жесткости системы в общей системе координат $[K]$ может быть также сформирована по определенным принципам на основе анализа структуры системы из матриц жесткости конечных элементов в общей системе координат $[K_э]$, которые можно выразить через матрицы жесткости КЭ в местной системе координат $[K'_э]$ по формуле:

$$[K_э] = [T_\alpha]^T \cdot [K'_э] \cdot [T_\alpha]. \tag{3}$$

Здесь: $[T_\alpha]$ – матрица преобразования, имеющая вид:

$$[T_\alpha] = \begin{bmatrix} [T^*_\alpha] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [T^*_\alpha] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [T^*_\alpha] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [T^*_\alpha] \end{bmatrix}, \tag{4}$$

в которой обозначено:

$$[T^*_\alpha] = \begin{bmatrix} cos(x, x') & cos(y, x') & cos(z, x') \\ cos(x, y') & cos(y, y') & cos(z, y') \\ cos(x, z') & cos(y, z') & cos(z, z') \end{bmatrix}, \tag{5}$$

где: x, y, z и x', y', z' – общая (глобальная) и местная (локальная) системы декартовых координат; скобки указывают на угол между соответствующими осями;

$[T_\alpha]^T$ – транспонированная матрица преобразования.

Матрицы $[T_\alpha]$ и $[T^*_\alpha]$ обладают рядом свойств, которые удобно использовать для определения отдельных элементов этих матриц. К этим свойствам относятся следующие: определители этих матрицы равны единице; каждый элемент матриц равен своему алгебраическому дополнению в определителе – $t_{ik} = (-1)^{i+k}\, Det[T_\alpha]$; сумма произведений строк (столбцов) матриц друг на друга равна нулю, а самих на себя равна единице.

Заметим, что матрицы жесткости конечных элементов для пространственных стержневых систем в общей и местной системах координат имеют размер 12×12.

Получение матрицы жесткости системы путем ее структурного формирования более прост и удобен и поэтому он используется в данной работе. Матрицы же жесткости КЭ в местной системе координат получены с использованием принципа Лагранжа. Например, для стержня с двумя жесткими соединениями в узлах матрица жесткости в местной системе координат получена в виде (6). Принципы структурного формирования матрицы жесткости системы в общей системе координат $[K]$ для плоских стержневых систем изложен в работе [3]. Для пространственных стержневых систем он аналогичен.

После решения системы уравнений (1) и определения перемещений узлов сооружения $\{\Delta\}$ вычисляются усилия в каждом из КЭ по формуле $\{r'\} = [K'_э] \cdot [T_\infty] \cdot \{\Delta_э\}$ или по формуле $\{r'\} = [K'_э] \cdot [T_\infty] \cdot \{\Delta_э\} - \{P'_q\}$, если на КЭ действует распределенная нагрузка, где $\{P'_q\}$ – вектор узловых сосредоточенных сил в местной системе координат, полученных при приведении к узловому действию распределенных нагрузок.

$$[K'_э] = \left[\begin{array}{cccccc|cccccc}
\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{12EJ_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EJ_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EJ_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EJ_z}{L^2} \\
0 & 0 & \frac{12EJ_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EJ_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EJ_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EJ_y}{L^2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{GJ_{кр}}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ_{кр}}{L} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{6EJ_y}{L^2} & 0 & \frac{4EJ_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EJ_y}{L^2} & 0 & \frac{2EJ_y}{L} & 0 \\
0 & \frac{6EJ_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EJ_z}{L} & 0 & -\frac{6EJ_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EJ_z}{L} \\
\hline
-\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{12EJ_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EJ_z}{L^2} & 0 & \frac{12EJ_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EJ_z}{L^2} \\
0 & 0 & -\frac{12EJ_y}{L^3} & 0 & \frac{6EJ_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EJ_y}{L^3} & 0 & \frac{6EJ_y}{L^2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\frac{GJ_{кр}}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ_{кр}}{L} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{6EJ_y}{L^2} & 0 & \frac{2EJ_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EJ_y}{L^2} & 0 & \frac{4EJ_y}{L} & 0 \\
0 & \frac{6EJ_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EJ_z}{L} & 0 & -\frac{6EJ_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EJ_z}{L}
\end{array}\right] \tag{6}$$

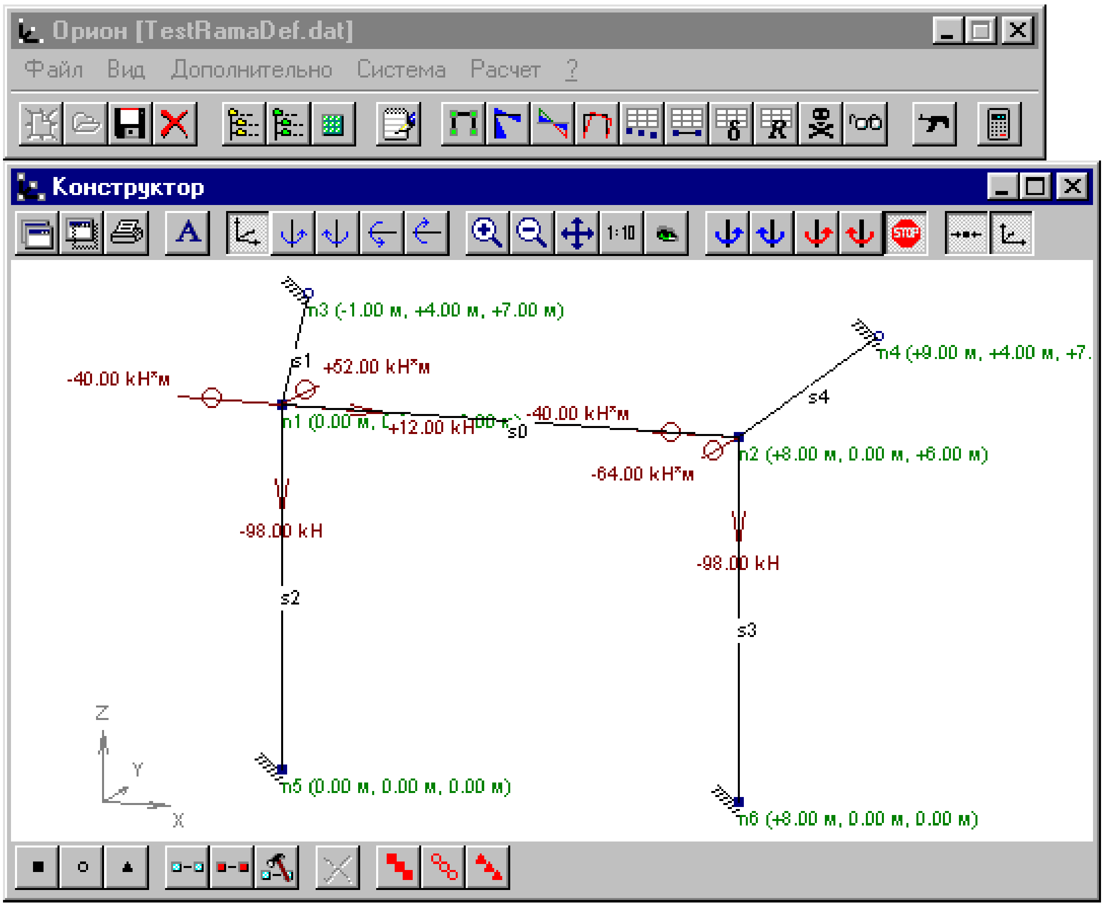

Рисунок 1. Главное окно программы “ORION” и “Конструктор системы“

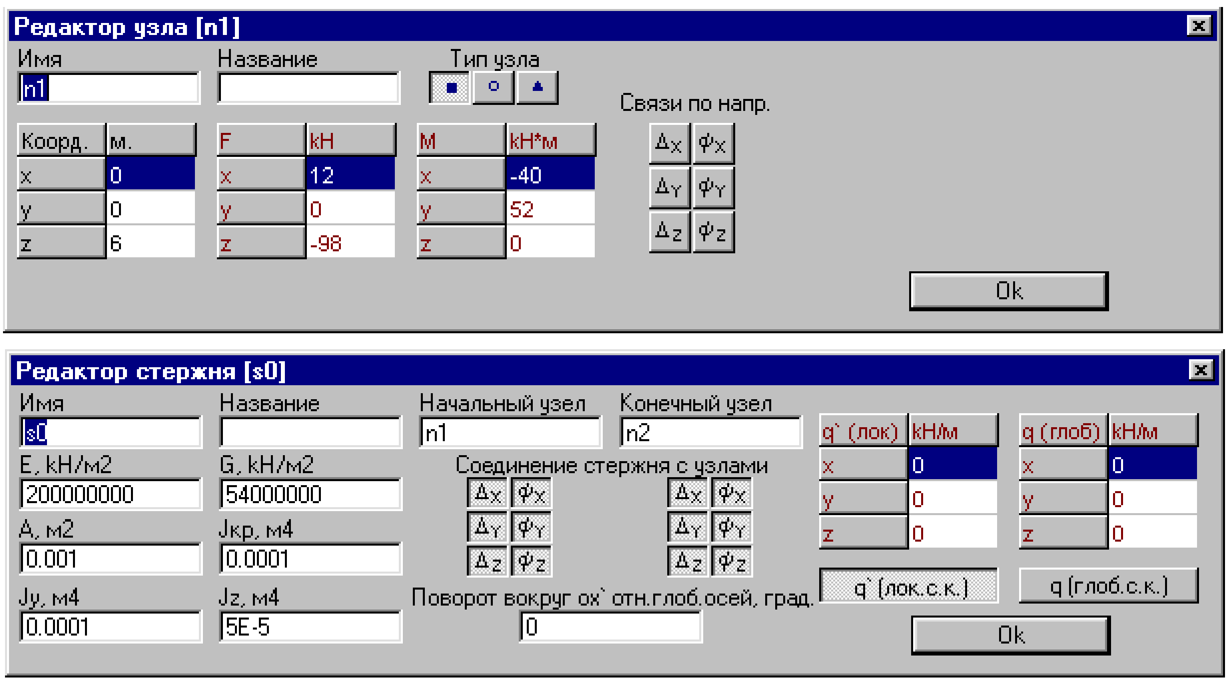

Рисунок 2. Редакторы узлов и стержней

Алгоритм расчета пространственных стержневых систем на действие статических нагрузок (см. формулу 6) методом конечных элементов включает следующие этапы:

– моделирование расчетной схемы сооружения в виде дискретной системы конечных элементов с описанием ее структуры и топологии;

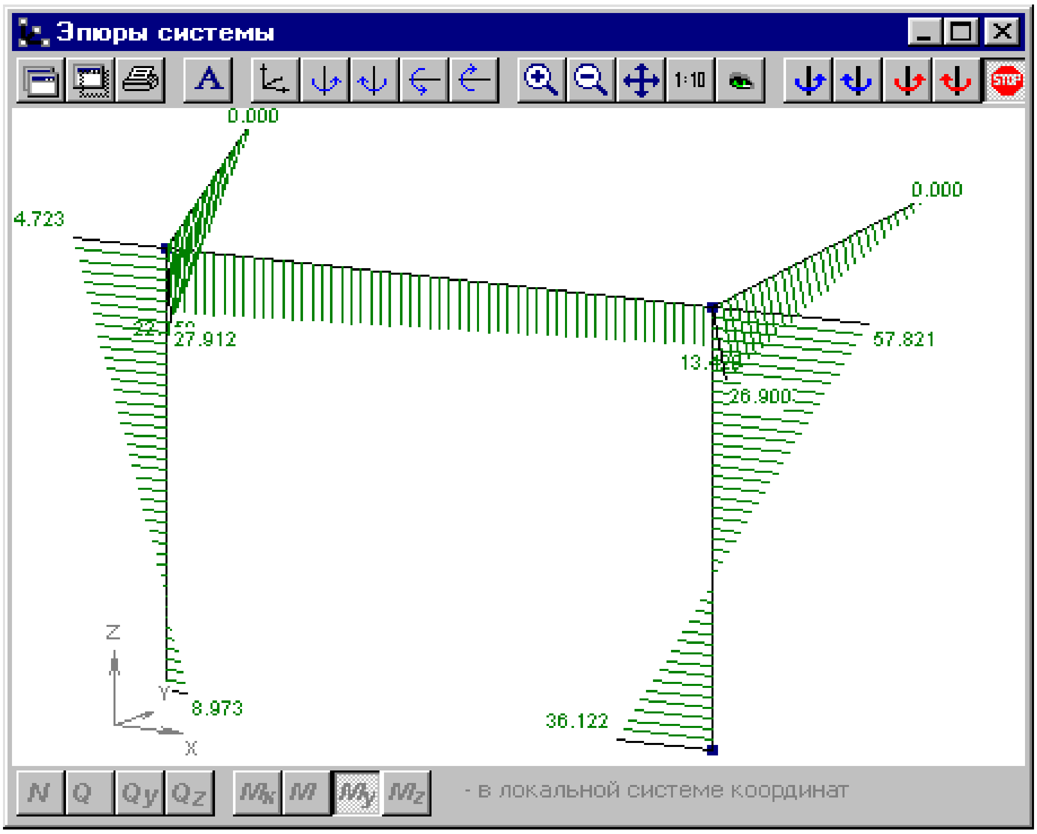

Рисунок 3. Эпюра M_y

– определение матрицы перемещений узлов (с установлением явно нулевых перемещений);

– формирование матрицы внешних нагрузок (с преобразованием распределенных нагрузок к узловым);

– определение матриц преобразования конечных элементов $[T^*_\alpha]$ и $[T_\alpha]$ (3), (4);

– построение матриц жесткости конечных элементов в местной и общей системах координат;

– формирование матрицы жесткости $[K]$ всей системы в общей системе координат;

– получение системы разрешающих уравнений с учётом граничных условий (наличия опорных связей);

– решение системы разрешающих уравнений и определение узловых перемещений $\{\Delta\}$ расчетной модели;

– определение усилий $\{r'_s\}$ для конечных элементов.

На основе изложенного алгоритма составлена программа расчета произвольных пространственных стержневых систем на статические нагрузки “ORION”. Программа разработана в среде программирования Delphi с применением объектно-ориентированной модели программирования. Исходный текст составляет около 33000 строк (92 модуля) общим объемом около 1 Мб, исполняемый файл программы Orion.exe имеет размер 822 Кб. Программа работает под управлением операционной системы Windows 95 и выше и не требует специальной установки на компьютер и дополнительных библиотек. Стандартный для Windows графический многооконный интерфейс и достаточно развитый сервис делают работу простой и понятной.

Важными достоинствами программы являются:

– практически неограниченное число узлов и стержней системы (пока не закончатся ресурсы компьютера или терпение пользователя);

– для идентификации узлов и стержней вместо номеров применяются уникальные имена; при удалении элемента не происходит глобальной смены номеров;

– для каждого узла и стержня и для системы в целом можно посмотреть практически любую матрицу, применяемую в процессе решения;

– возможность автоматического расчета при внесении изменений, которая особенно полезна при исследовании небольших систем.

Программа выполнена в стиле SDI (однодокументный интерфейс), т.е. позволяет работать только с одной задачей, но можно открыть одновременно несколько программ.

Главное окно программы (рис. 1, вверху), открывающееся при ее запуске, содержит как стандартные команды работы с файлами (“Новая задача”, “Открыть”, “Сохранить”, “Закрыть”), так и свои специальные команды для работы с открытой задачей. Для удобства пользователя большинство команд вынесено на панель инструментов: “Узлы и стержни”, “Список матриц”, “Матрицы”, “Редактор”, “Конструктор системы”, “Эпюры системы”, “Эпюры стержня”, “Деформирование системы”, “Узлы”, “Стержни”, “Смещения узлов”, “Усилия в стержнях”, “Ошибки”, “Решение”, “Автоматический расчет”, “Расчет”. Эти команды открывают дополнительные окна, имеющие свои функции и наборы команд.

Исходные данные в программе вводятся в окне “Конструктор системы” с использованием удобного графического интерфейса, представленного частично на рис. 1. При вводе и редактировании узлов и стержней открываются “Редактор узлов” и “Редактор стержней” (рис. 2). Все вводимые величины и характеристики представлены на рисунке.

Конструктор системы содержит кнопки (внизу окна), реализующие функции ввода новых узлов (жестких, шарнирных, прочих), новых стержней, корректировку привязки стержней, разбивку стержней на более мелкие КЭ, удаление узлов и стержней, замену типа сразу всех узлов (жесткие на шарнирные, прочие и наоборот). Имеются также возможности масштабирования графических объектов, их поворота и вращения относительно осей координат, настройки параметров и форм представления характеристик сооружения – названия узлов, их координат, названия стержней, их жесткостных характеристик, нагрузок, единиц измерения вводимых величин и т. д. Все эти и другие функции, реализованные в программе, позволяют достаточно легко менять различные параметры и характеристики рассчитываемого объекта, что позво-

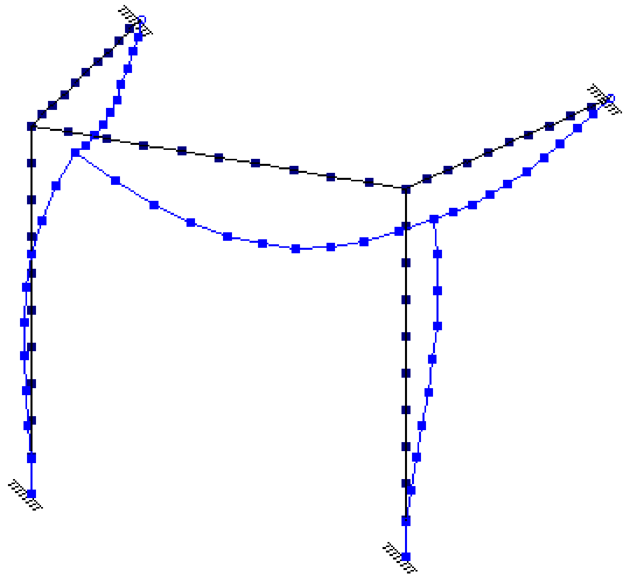

Рисунок 4. Деформированный вид рамы (увеличение 140:1)

ляет выполнять исследования напряженно-деформированного состояния сооружений при различных вариантах их расчетных схем и изменении их параметров.

В результате расчета можно получить и увидеть эпюры внутренних усилий как в целом в системе, так и для каждого (выделенного) из стержней системы, деформированный вид сооружения с заданным увеличением, можно просмотреть все матрицы разрешающих уравнений (1) как в полном виде, так и с учетом граничных условий (с учетом вычеркивания строк и столбцов), матрицы каждого из стержней в общей и местной системах координат (причем для местной системы координат их можно увидеть и в формульном виде). При наличии в решении ошибок их также можно посмотреть.

Тестирование программы выполнено на примерах, просчитанных вручную и взятых из литературы. Расчеты и их анализ показали полное совпадение результатов. Например, в окне конструктора системы на рис. 1 представлена пространственная рама, взятая из работы [4]. Одна из эпюра внутренних усилий – эпюра $\boldsymbol{M_y}$ – для этой рамы показана на рис. 3, а на рис. 4 показана схема ее деформирования с увеличением 140:1.

Исходные данные, результаты решения и параметры их графического представления сохраняются в программе в файлах текстового формата известной структуры. Поэтому эти файлы можно редактировать, а также создавать их независимо от самой программы в любом из редакторов, работающих с текстовыми файлами (в FAR, WordPad и т. п.). Последнее позволяет использовать и, так называемые, генераторы систем, которые автоматически формируют файлы исходных данных для заданных сооружений. Генераторы систем могут создаваться с использованием любой системы программирования. Полученные файлы исходных данных затем вызываются (читаются) программой “ORION”, в которой со сгенерированной системой могут выполняться любые действия. Достоинствами использования генераторов являются возможности легко менять размеры больших систем и их элементов, структуру систем, рассматривать различные варианты близких конструктивных схем сооружений. С помощью подобно-

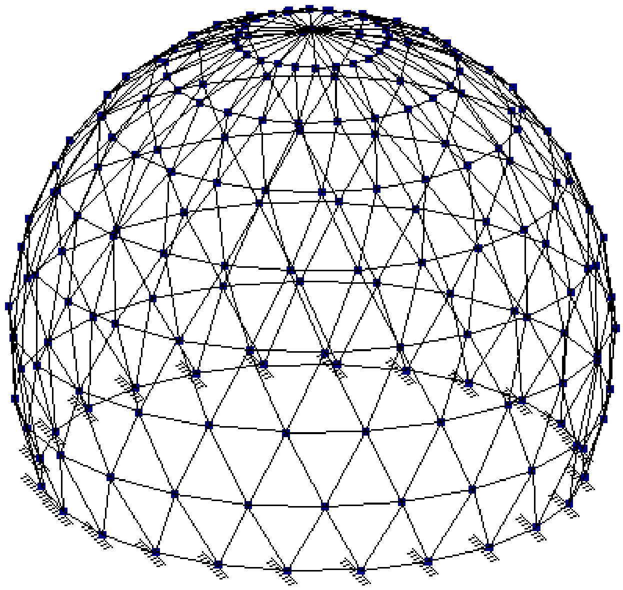

Рисунок 5. Расчетная схема стержневого купола

го генератора получен, например, купол, представленный на рис. 5. Этот генератор позволяет получить еще шесть различных схем куполов, представленных в работе [5].

Разработанная программа “ORION” позволяет рассчитывать любые пространственные стержневые системы, включая различного рода структуры, покрытия, купола, на действие статических нагрузок, и позволяет анализировать напряженно- деформированное состояние этих сооружений при изменении их расчетных схем и других их параметров. Программа очень удобна в учебно-иследовательском процессе, может применяться в расчетно-проектной практике.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. /Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 428с.
2. Металлические конструкции. В 3 т. Т. 3. Специальные конструкции и сооружения/ Под ред. В.В. Горева– М.: Высшая школа, 1999. – 544с.
3. Расчет плоских стержневых систем методом конечных элементов с использованием ЭВМ: Методические указания по строительной механике для студентов строительных специальностей. – Брест, 1990. – 42с.
4. Борисевич А.А. Общие уравнения строительной механики и оптимальное проектирование конструкций. – Мн.: Дизайн ПРО, 1998. – 144с.
5. Трущев А.Г. Пространственные металлические конструкции: Учеб. пособие для вузов. – М.: Стройиздат, 1983. – 215с.