

различии модулей упругости наблюдается значительное завышение расчетных значений по сравнению с опытными.

Таким образом, предлагаемая модификация модели Z. Hashin, позволяет с высокой точностью определять модуль упругости трехкомпонентных бетонов и может быть использована в дальнейшем для определения параметров диаграмм деформирования бетона.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Теоретической основой решения задачи прогнозирования свойств бетона могут быть только обобщения, основанные на анализе поведения бетона как многокомпонентного материала. Здесь большое значение может иметь и использование методов смежных научных дисциплин, таких как теория упругости, включая метод конечных элементов, механика композитных материалов, физика бетона и др.

2. Результаты многих исследований свидетельствуют о необходимости учета при расчете железобетонных элементов макроструктурных характеристик бетона. В этой связи представляется целесообразным и вопрос назначения размеров расчетных площадок, на которые разбивается сечение элемента для выполнения численного интегрирования, при расчете нормальных сечений также рассматривать с учетом размеров макроструктуры бетона.

3. Предложена трехкомпонентная расчетная модель бетона, учитывающая состав бетонной смеси, свойства исходных материалов, особенности технологии изготовления. Рассмотрено влияние отличий в характеристиках контрольных образцов и бетонных изделий, обусловленное технологией изготовления. Даны формулы для определения основных размеров структуры бетона, а на их основе и размеров расчетных площадок при расчете нормальных сечений конструкций.

4. С использованием пакета программ конечно-элементного анализа NASTRAN for WINDOWS выполнен расчет двух- и трехкомпонентных моделей бетона при широком варьировании параметров структуры. В результате анализа напряженно-деформированного состояния двухкомпонентных моделей установлено, что интегральный модуль деформаций  $E_b$  может быть с удовлетворительной точностью опре-

делен по трем моделям: T. Hirsh и Dougill; Z. Hashin; B. Budyansky и др.

5. Предложена модифицированная модель определения модуля упругости многокомпонентного материала, основанная на модели Z. Hashin. Показана хорошая сходимость результатов, определенных по этой расчетной модели, с результатами расчетов, выполненных методом конечных элементов в широком диапазоне изменения свойств компонентов.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бондаренко В.М., Назаренко В.Г., Серых Р.Л., Щербаков Е.Н. Методы учета развития длительных деформаций при расчете конструкций // Российская архитектурно-строительная энциклопедия. М., 1998. – Т.V. – С. 118–134.
2. Байков В. Н., Додонов М. И., Расторгуев Б. С., Фролов А.К., Мухамедиев Т. А., Кунижев В. Х. Общий случай расчета прочности элементов по нормальным сечениям // Бетон и железобетон. – 1987. – № 7. – С. 16–18.
3. Chin M., Mansur M. and Wee T. Effects of Shape, Size, and Casting Direction of Specimens on Stress-Strain Curves of High-Strength Concrete // ACI Materials Journal. – 1997. – Vol. 94, № 3. – P. 209–219.
4. Ахвердов И. Н., Смольский А.Е., Скочеляс В.В. Моделирование напряженного состояния бетона и железобетона. – Минск: Наука и техника, 1973. – 232 с.
5. Nielsen A. and Monteiro P. Concrete: a three phase material // Cement and Concrete Research. — 1993. – Vol. 23. – P. 147–151.
6. Ramesh G., Sotelino E. and Chen W. Effect of Transition Zone on Elastic Stresses in Concrete Materials // Journal of Materials in Civil Engineering. – 1998 – Vol.10, № 4. – P.275–282.
7. Kameswara Rao C.V.S., Swamy R.N., Mangat P.S. Mechanical behaviour of concrete as composite material // Materiaux et Constructions. – 1974. – Vol. 7, № 40. – P. 265–271.
8. Хашин З. Упругие модули неоднородных материалов// Труды американского общества инженеров-механиков (рус. перевод). Серия Е. Прикладная механика. – 1962.– № 1. – С. 159–167.

УДК 624.012.45

Рак Н. А.

## ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАТИВНОСТИ УЗЛА СОПРЯЖЕНИЯ КОЛОННЫ С ФУНДАМЕНТОМ СТАКАННОГО ТИПА НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ РАМ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ

### ВВЕДЕНИЕ

Проектирование конструкций сборных железобетонных каркасов одноэтажных производственных зданий необходимо производить по усилиям, полученным из статического расчета по схемам, соответствующим действительному характеру взаимодействия конструкций в составе каркаса здания. Степень взаимного влияния элементов в большой мере определяется деформативными свойствами узлов сопряжения элементов друг с другом. К числу наиболее ответственных узлов относится узел сопряжения колонны с фундаментом стаканного типа. Традиционно этот узел считается абсолютно жестким. Конструктивно он представляет собой систему элементов, состоящую из подколонника фундамента и колонны, соединенных материалом замоноличивания. Передача усилий в этой системе, как правило, происходит от колонны через бетон замоноличивания к подколоннику. Таким образом, наблюдается контактное взаимодействие элементов, осуществ-

ляемое по площадкам контакта. Причем эти площадки располагаются в различных плоскостях (по боковым и торцевым поверхностям колонны и внутренним граням стакана фундамента). Столь многоконтakтная схема передачи нагрузки у рассматриваемом узле определяет его повышенную по сравнению с монолитным узлом деформативность. С целью учета этого фактора при проектировании рам каркасов одноэтажных зданий была разработана методика расчета деформативный узел сопряжения колонн с фундаментами стаканного типа.

### МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ УЗЛА СОПРЯЖЕНИЯ КОЛОННЫ С ФУНДАМЕНТОМ СТАКАННОГО ТИПА

Ранее нами при рассмотрении вопросов оценки напряженно-деформированного состояния колонн кольцевого в зоне их заделки в фундамент [1, 2] были сформулированы основные предпосылки решения задачи определения дефор-

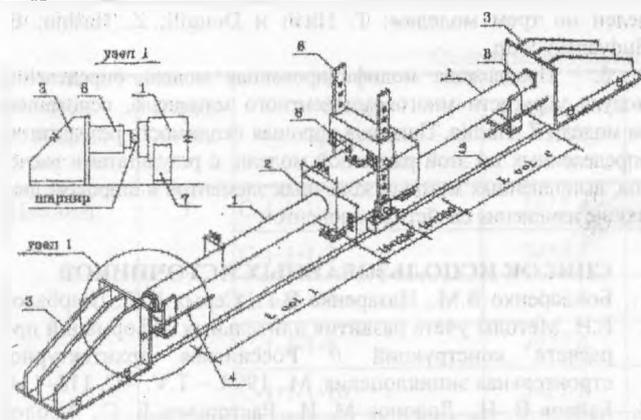


Рисунок 1. Схема испытаний балочного образца:  
1 – образец колонны; 2 – образец фундамента; 3 – силовой горизонтальный упор; 4 – горизонтальный тязь; 5 – силовой пол; 6 – силовая рама; 7 – опора; 8 – домкрат

мативности узла сопряжения. При этом бетон замоноличивания и фундамента рассматривались совместно как упругое бесконечное полупространство, обладающее свойствами основания Винклера первого рода. Сопротивление среды считалось пропорциональным перемещению колонны в данной точке и направлении. Колонна рассматривалась как бесконечно жесткая, т.е. ее деформации не учитывались. Принятые упрощения позволили получить простые зависимости для определения деформаций узла, которые в дальнейшем были использованы для определения величины и характера распределения напряжений по контакту колонны с бетоном замоноличивания. Полученное в результате напряженно деформированное состояние позволило объяснить выявленные при экспериментальных исследованиях особенности трещинообразования в колоннах кольцевого сечения [2].

Однако совершенно очевидно, что материал колонны об-

*М, кН.м*

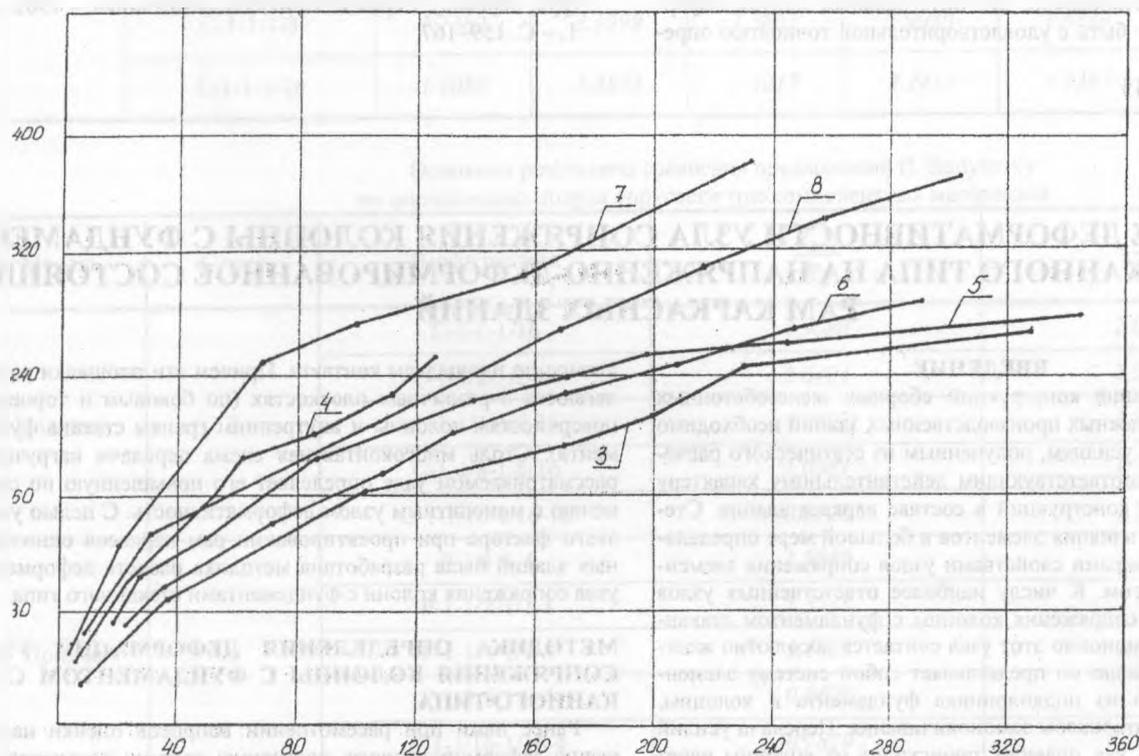


Рисунок 2. Зависимость угла поворота колонн относительно фундамента от изгибающего момента:  
Цифры обозначают номер образца

ладает деформативными свойствами, сопоставимыми по величине со свойствами материалов других составляющих узла. Не всегда оправданно и рассмотрение среды замоноличивания и фундамента как единого бесконечного полупространства, поскольку их материалы могут иметь существенно различающиеся по величине деформативные свойства (например, при использовании асфальтобетона в качестве материала замоноличивания). Кроме того, среда замоноличивания и подколонник имеют ограниченные, а не бесконечные размеры. Указанные несовершенства принятых в [1, 2] предпосылок неизбежно приводят к занижению деформативности узла.

В БГПА с участием автора были выполнены специальные экспериментальные исследования [3] опытных образцов узлов сопряжения колонн кольцевого сечения с фундаментами стаканного типа. Для проведения экспериментальных исследований были разработаны конструкции балочных образцов и методика их испытания (рис.1).

Каждый из испытанных 4 балочных образцов представлял два объединенных соосно своими нижними торцами опытных образцов узлов сопряжения. Каждый опытный образец узла состоял из подколонника фундамента с замоноличенным в его стакане образцом колонны. Балочные опытные образцы испытывались на силовом полу в специально изготовленной установке, которая включала в себя два упора, соединенные между собой горизонтальными тяжами, и вертикальную силовую раму. Балочный образец располагался горизонтально между упорами стенда. Продольная нагрузка на образец прикладывалась к оголовкам колонн при помощи домкратов, закрепленных на упорах, а поперечная — к подколонникам фундамента при помощи домкратов, установленных на силовом полу и траверсе силовой рамы.

При испытаниях была принята последовательность приложения нагрузки, соответствующая реальной последовательности их действия в каркасах одноэтажной производственных зданий. Сначала после уравнивания балочного

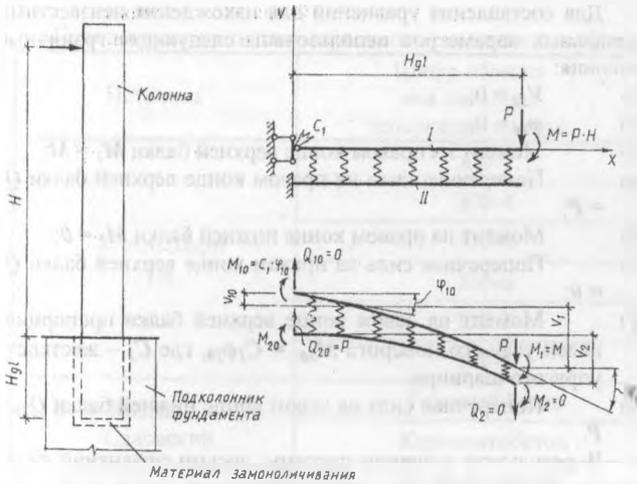


Рисунок 3. К расчету деформаций узла сопряжения колонны с фундаментом стаканного типа:  
 а – схема приложения усилий; б – расчетная схема составной балки; в – деформированная схема составной балки

образца прикладывалась продольная нагрузка, которая поддерживалась постоянной на всем протяжении испытаний, а затем прикладывалась поперечная нагрузка.

При испытании помимо других параметров измерялись продольные смещения колонны относительно верхнего обреза фундамента. По этим измерениям затем был определен угол поворота колонны относительно верхнего обреза фундамента (рис. 2).

Как показали испытания зависимость угла поворота от изгибающего момента имеет нелинейный характер. На первых стадиях интенсивность роста угла поворота невелика. Однако, начиная с величины изгибающего момента, составляющей примерно 50.60 % от величины момента при разрушении, наступает вторая стадия работы узла, когда рост угла поворота существенно ускоряется вплоть до стадии разрушения. Расчеты величины угла поворота, выполненные на основе изложенных выше предпосылок, показали, что расчет значительно занижает угол поворота даже для первой стадии работы узлов.

Таким образом, задача разработки методики расчета деформаций узла сопряжения колонн с фундаментами, учитывающей весь комплекс конструктивных, физических и геометрических параметров входящих в него элементов, является весьма актуальной.

Предлагаемая ниже методика расчета деформаций узла позволяет учесть большинство из наиболее важных параметров узла и базируется на следующих основных расчетных предпосылках:

1. Учитываются деформативные свойства материалов всех составных элементов узла.
2. Все элементы узла имеют конечные размеры.
3. Взаимодействие элементов происходит по сжатым контактным плоскостям (контакт на растяжение не работает, т.е. является односторонним).
4. Материал замоноличивания работает только на сжатие.
5. Усилия трения по контактам не учитываются.

Для расчета деформаций предлагается следующая расчетная схема узла (рис. 3).

Узел сопряжения рассматривается как составная балка, верхним поясом которой является колонна, а нижним – стакан фундамента. Длина составной балки равна глубине заделки колонны в стакан фундамента. Левый конец нижнего пояса балки зашпелен от поворота и смещения, а правый свободен.

Верхний пояс балки соединен с нижним при помощи упругих поперечных связей, а его левый конец закреплен от сдвига в горизонтальном направлении и упруго от поворота.

Изгибная жесткость верхнего пояса балки определяется по жесткости сечения колонны (в необходимом случае с учетом образования трещин), а нижнего пояса – по жесткости на изгиб поперечного сечения подколоники фундамента, включая и среду замоноличивания.

Поперечные связи обеспечивают совместность изгиба поясов балки, а величиной коэффициента жесткости этих связей учитываются деформации элементов узла в поперечной его оси плоскости. Коэффициент жесткости поперечных связей численно равен погонному усилию в них, при котором наблюдается единичное перемещение (сближение) продольных осей поясов составной балки относительно друг друга.

Для определения величины коэффициента жесткости поперечных связей были рассмотрены деформации колонны, среды замоноличивания и подколоники фундамента в плоскости их поперечного сечения. Общее перемещение продольных осей колонны и фундамента состоит из трех составляющих:

- перемещение за счет обжатия бетона колонны в пределах полувысоты ее сечения,
- перемещение за счет обжатия толщи материала замоноличивания, который располагается в пределах ширины колонны,
- перемещение за счет растяжения бетона стенок стакана в пределах полразмера полости стакана.

Если колонна имеет кольцевое сечение, то оно заменяется эквивалентным коробчатым с сохранением высоты сечения и толщины стенки (определяется расчетная ширина коробчатого сечения колонны).

При определении жесткости упругого закрепления левого конца верхней балки от поворота учитывается обжатие материала замоноличивания по всей толщине материала между торцом колонны и дном стакана.

Правый конец верхней балки загружен изгибающим моментом \$M\$ и вертикальной силой \$P\$.

Для принятой расчетной схемы узла сопряжения (составная балка с упругими поперечными связями) были записаны дифференциальные уравнения упругих линий каждого из поясов в форме метода начальных параметров [4] при расположении начала координат на левом конце балки.

В качестве неизвестных начальных параметров в выбранной расчетной схеме приняты прогибы \$V\_{10}, V\_{20}\$ и углы поворота \$\varphi\_{10}, \varphi\_{20}\$ левых концов поясов, а также изгибающие моменты \$M\_{10}, M\_{20}\$ и поперечные силы \$Q\_{10}, Q\_{20}\$ в них.

Обозначим (рис. 3) \$v\$ – прогиб; \$\varphi\$ – угол поворота (положительный по часовой стрелке); \$M\$ – изгибающий момент в сечении; \$Q\$ – поперечная сила; \$EI\$ – изгибная жесткость.

Всем величинам, относящимся к верхней балке (колонне) или нижней (подколонику), приписывается индекс соответственно 1 или 2.

Интенсивность отпора и разность прогибов поясов связаны зависимостью

$$p = -\chi(v_1 - v_2) \quad (1)$$

Написав дифференциальное уравнение упругой линии для каждого пояса, получим совместную систему

$$v_1^{IV} + \alpha_1 v_1 - \alpha_1 v_2 = \frac{q_1(x)}{E_1 I_1}; v_2^{IV} + \alpha_2 v_2 - \alpha_2 v_1 = \frac{q_2(x)}{E_2 I_2} \quad (2)$$

где  $\alpha_1 = \frac{\chi}{E_1 I_1}; \alpha_2 = \frac{\chi}{E_2 I_2}$ .

Если ввести безразмерную абсциссу  $\xi = \frac{x}{L}$ , где

$$L = \sqrt[4]{\frac{4}{\alpha_1 + \alpha_2}}, \text{ и переменную интегрирования выразить}$$

через начальные параметры (см. рис. 3), то решение системы (2) примет вид

$$v_{1\xi} = \frac{\alpha_1 L^4}{4} \left[ \begin{aligned} & \left( \frac{\alpha_2}{\alpha_1} + A_\xi \right) v_{10} + (1 - A_\xi) v_{20} + \\ & + \left( \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \xi + B_\xi \right) L \varphi_{10} + (\xi - B_\xi) L \varphi_{20} - \\ & - \left( \frac{\alpha_2}{2\alpha_1} \xi^2 + C_\xi \right) \frac{L^2 M_{10}}{E_1 I_1} - \\ & - \left( \frac{1}{2} \xi^2 - C_\xi \right) \frac{L^2 M_{20}}{E_2 I_2} - \\ & - \left( \frac{\alpha_2}{6\alpha_1} \xi^3 + D_\xi \right) \frac{L^3 Q_{10}}{E_1 I_1} - \\ & - \left( \frac{1}{6} \xi^3 - D_\xi \right) \frac{L^3 Q_{20}}{E_2 I_2} \end{aligned} \right] \quad (3)$$

$$v_{2\xi} = \frac{\alpha_2 L^4}{4} \left[ \begin{aligned} & \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} + A_\xi \right) v_{20} + (1 - A_\xi) v_{10} + \\ & + \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \xi + B_\xi \right) L \varphi_{20} + (\xi - B_\xi) L \varphi_{10} - \\ & - \left( \frac{\alpha_1}{2\alpha_2} \xi^2 + C_\xi \right) \frac{L^2 M_{20}}{E_2 I_2} - \\ & - \left( \frac{1}{2} \xi^2 - C_\xi \right) \frac{L^2 M_{10}}{E_1 I_1} - \\ & - \left( \frac{\alpha_1}{6\alpha_2} \xi^3 + D_\xi \right) \frac{L^3 Q_{20}}{E_2 I_2} - \\ & - \left( \frac{1}{6} \xi^3 - D_\xi \right) \frac{L^3 Q_{10}}{E_1 I_1} \end{aligned} \right] \quad (4)$$

В указанные выражения входят гиперболических тригонометрических функций

$$\begin{aligned} A_\xi &= ch \xi \cdot \cos \xi; \\ B_\xi &= \frac{1}{2} (ch \xi \cdot \sin \xi + sh \xi \cdot \cos \xi); \\ C_\xi &= \frac{1}{2} sh \xi \cdot \sin \xi; \\ D_\xi &= \frac{1}{4} (ch \xi \cdot \sin \xi - sh \xi \cdot \cos \xi) \end{aligned} \quad (5)$$

Из выражений (3) и (4), пользуясь известными зависимостями можно получить формулы для углов поворота, изгибающих моментов и поперечных сил в любом сечении обоих поясов.

Для составления уравнений для нахождения неизвестных начальных параметров использованы следующие граничные условия:

- 1)  $V_{20} = 0;$
- 2)  $\varphi_{20} = 0;$
- 3) Момент на правом конце верхней балки  $M_1 = M;$
- 4) Поперечная сила на правом конце верхней балки  $Q_1 = P;$
- 5) Момент на правом конце нижней балки  $M_2 = 0;$
- 6) Поперечная сила на правом конце верхней балки  $Q_1 = 0;$
- 7) Момент на левом конце верхней балки пропорционален углу его поворота  $M_{10} = C_1 \varphi_{10}$ , где  $C_1$  – жесткость упругого шарнира;
- 8) Поперечная сила на левом конце нижней балки  $Q_{20} = P$

В результате решения системы восьми уравнений были получены величины начальных параметров, после чего могут быть вычислены величины прогибов, углов поворота, изгибающих моментов и поперечных сил для каждого пояса, а также усилий в поперечных связях.

Для реализации предлагаемой методики расчета составлена программа для персонального компьютера на алгоритмическом языке Microsoft FORTRAN-77. Входными данными для программы являются сведения о геометрических размерах элементов узлов, деформативных характеристиках материалов и нагрузках. В результате расчета получаются величины прогибов и углов поворота, а также изгибающие моменты и поперечные силы.

Расчеты по приведенной методике показали, что при увеличении изгибной жесткости стакана подколонника по отношению к изгибной жесткости колонны свыше 10 можно не учитывать изгиб стаканной части фундамента. В этом случае расчетная схема узла может быть представлена в виде балки на упругом несвязном основании, коэффициент жесткости которого определяется аналогично жесткости поперечных связей. При этом в качестве неизвестных метода начальных параметров служат прогиб  $V_{10}$ , угол поворота  $\varphi_{10}$  левого конца балки, а также изгибающий момент  $M_{10}$  и поперечная сила  $Q_{10}$

Для составления уравнений для нахождения неизвестных начальных параметров использованы следующие граничные условия:

- 1) Момент на правом конце балки  $M_1 = M;$
- 2) Поперечная сила на правом конце балки  $Q_1 = P;$
- 3) Момент на левом конце балки пропорционален углу его поворота  $M_{10} = C_1 \varphi_{10}$ , где  $C_1$  – жесткость упругого шарнира;
- 4) Поперечная сила на правом конце верхней балки  $Q_1 = P.$

Расчеты по приведенной методике показали хорошую сходимость с результатами экспериментальных исследований опытных образцов узлов [3, 5]. При сопоставлении сравнивались опытные  $K_{fabx}$  и рассчитанные  $K_{fcal}$  величины коэффициентов податливости узла сопряжения, численно равные углу поворота на единицу изгибающего момента. Основные результаты расчетов представлены в таблице.

Анализ результатов расчетов свидетельствует о том, что разработанная методика позволяет с удовлетворительной точностью рассчитать деформации узла сопряжения при широком диапазоне изменения геометрических параметров узлов и свойств материалов.

**МЕТОДИКА РАСЧЕТА РАМ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИЙ УЗЛА СОПРЯЖЕНИЯ КОЛОННЫ С ФУНДАМЕНТОМ**

Проектирование железобетонных колонн каркасных зданий, как правило, выполняется по так называемой недефор-

Сопоставление опытных и расчетных величин коэффициентов податливости узла сопряжения колонны с фундаментом

Источник	Шифр образца или материал заполнения стакана	$K_{fobs}$ $10^5$ рад/кН·м	$K_{fcalc}$ $10^5$ рад/кН·м	$K_{fcalc}/K_{fobs}$
Х. АльШари [3]	КФ-3	0,90	0,765	0,85
	КФ-4	0,45	0,667	1,48
	КФ-5	0,71	0,660	0,93
	КФ-6	0,79	0,731	0,92
	КФ-7	0,50	0,680	1,36
	КФ-8	0,68	0,663	0,98
В. А. Клевцов, Ю. И. Садовский [5]	Тяжелый бетон	1,19..2,09	1,605	0,768..1,348
	Керамзитобетон	2,68..2,75	1,705	0,620..0,636
	Асфальтобетон	7,24	5,34	0,737

формированной схеме, когда усилия определяются в результате упругого статического расчета, а влияние продольного изгиба и снижения жесткости сечений в результате образования трещин учитывается затем при помощи коэффициента  $\eta$ , определяемого в зависимости от соотношения продольной силы в колонне и так называемой критической силы. Последняя определяется с использованием назначаемой нормами расчетной длины колонны, зависящей от условий закрепления колонн, их количества в составе раме, ориентации расчетной рамы, расположения расчетного сечения и т. д. Причем в нормах [6] регламентированы только случаи абсолютно жесткого соединения колонны с фундаментом и абсолютно жесткого или шарнирного соединения ее с ригелем.

В работе J. D. Aristizabal-Ochoa [7], посвященной анализу устойчивости колонн и рам с концевыми узлами любой жесткости, так же использована недеформируемая схема. Получены формулы для определения коэффициента приведения расчетной длины в зависимости от соотношения изгибных жесткостей узлов и погонной жесткости колонн и ригелей.

Более рациональным является расчет по так называемой деформированной схеме, когда рамы рассчитываются как нелинейно деформируемые системы с непосредственным учетом продольного изгиба, влияния трещин и неупругих деформаций бетона. Метод обладает целым рядом преимуществ по сравнению с традиционными методами статического расчета, однако первоначально был разработан только для расчета рам с колоннами, жестко защемленными внизу и шарнирно соединенными поверху диском покрытия [8]. В дальнейшем область применения метода расчета по деформированной схеме была распространена на расчет рам с податливыми условиями закрепления колонн поверху, более отвечающими действительной работе узлов сопряжения колонн со стропильными конструкциями [9]. При этом была принята (при отношении погонной жесткости ригеля к погонной жесткости колонны свыше 50) упрощенная схема каркаса одноэтажного здания, когда расположенные на верхних концах колонны упругие шарниры закреплены сверху от поворота, что соответствует абсолютно жесткому на изгиб ригелю, однако имеют свободу перемещений в горизонтальном направлении. Для средних колонн учитывают наличие двух узлов сопряжения путем принятия коэффициента жесткости упругого шарнира как суммы коэффициентов жесткостей обоих узлов.

С целью комплексного учета влияния узлов соединения расчет необходимо производить по полной расчетной схеме. Такая схема для п-пролетной рамы содержит  $n + 1$  колонн, соединенных поверху абсолютно жестким ригелем. Колонны имеют длину  $l_j$  и обладают погонными жесткостями  $i_j$ . На

верхних и нижних концах каждой из колонн предусмотрены упругие шарниры, имеющими изгибные жесткости  $C_{aj}$  и  $C_{bj}$  соответственно.

Величину погонной жесткости каждой колонны рекомендуется определять путем деления величины ее эквивалентной жесткости, определенной (при необходимости) с учетом образования трещин, на длину колонны. Величина погонной жесткости  $i_j$  типовых колонн изменяется в процессе нагружения и находится, как правило, в диапазоне от 5 до 25 МН·м.

Каждому расчетному состоянию узла соединения колонны со стропильной конструкцией отвечает соответствующая диаграмма зависимости угла поворота от изгибающего момента [9]. В связи с этим величину жесткости верхнего упругого шарнира каждой колонны необходимо назначать исходя из секущей жесткости этого узла с учетом его расчетного состояния в зависимости от уровня продольной силы и величины изгибающего момента [9]. Величина жесткости  $C_{aj}$  верхнего упругого шарнира изменяется в процессе нагружения и находится, как правило, в диапазоне от 1 до 10 МН·м.

Величина жесткости  $C_{bj}$  узла нижнего упругого шарнира при типовом выполнении узла соединения колонны с фундаментом, как правило, изменяется в диапазоне от 100 до 200 МН·м.

Формулы для определения реакций от единичных перемещений и внешних нагрузок для элементов с упругими шарнирами по концам были получены из формул [10] путем разложения в алгебраический ряд трансцендентных функций продольно-поперечного изгиба [11].

Реакция стержня от единичного смещения его верхнего конца может быть определена по формуле

$$R_j = \frac{12i_j}{l_j^2} \times \frac{1 - \frac{1}{\pi^2} \omega_j + \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \omega_j\right) (v_{aj} + v_{bj}) - \omega_j \left(1 - \frac{1}{\pi^2} \omega_j\right) v_{aj} v_{bj}}{1 + 4 \left(1 - \frac{1}{3\pi^2} \omega_j\right) (v_{aj} + v_{bj}) + 12 \left(1 - \frac{1}{\pi^2} \omega_j\right) v_{aj} v_{bj}} \quad (6)$$

$$\text{где } \omega_j = \frac{N_j \cdot l_j}{I_j}; v_{aj} = \frac{l_j}{C_{aj}}; v_{bj} = \frac{l_j}{C_{bj}}$$

В приведенных выше формулах  $N_j$  — продольная сила в  $j$ -ой колонне. Остальные обозначения даны ранее.

Из общей формулы (6) могут быть получены любые частные случаи. Так, например, при традиционно применяемой расчетной схеме одноэтажного каркасного здания (шарнирное соединение колонны с ригелем и абсолютно жесткое со стаканым фундаментом) т.е. при коэффициентах  $v_{aj} = \infty$  и  $v_{bj} = 0$  после соответствующих преобразований получаем формулу

$$R_j = \frac{3i_j}{l_j^2} \cdot \frac{1 - \frac{4}{\pi^2} \omega_j}{1 - \frac{1}{3\pi^2} \omega_j}$$

Известно, что потеря устойчивости стержня происходит при уменьшении до 0 отпорности стержня т.е. его реакции от единичного смещения. Из этого следует, что потеря устойчивости стойки произойдет при  $\omega_j = \pi^2 / 4 \approx 2,467$ .

Применительно к раме критерием потери ее устойчивости будет уменьшение до нуля суммарной отпорности всех колонн рамы т.е.

$$\sum_{j=1}^{n+1} R_j = 0 \quad (7)$$

Анализ формулы (6) показывает, что принятие конечной жесткости ( $v_{aj} \neq \infty$ ) узла соединения колонны с ригелем увеличивает общую жесткость и устойчивость колонны, а принятие конечной жесткости ( $v_{bj} \neq 0$ ) узла соединения колонны со стаканым фундаментом уменьшает их по сравнению с получаемой при традиционном расчете. Таким образом, учет действительных особенностей контактного взаимодействия конструкций в узлах соединения может оказать неоднозначное влияние на распределение усилий в каркасе, его общую жесткость и устойчивость.

Из условия равенства нулю числителя формулы (6) при известных величинах значениях коэффициентов  $v_{aj}$  и  $v_{bj}$  получаем квадратное уравнение относительно неизвестного коэффициента  $\omega_j$ . В результате решения этого уравнения получаем функцию  $\omega_j(v_{aj}, v_{bj})$ , отвечающую условию  $R_j = 0$  т.е. стадии потери колонной устойчивости

$$\omega_j(v_{aj}, v_{bj}) = \frac{p - \sqrt{p^2 - 4\pi^2(1 + v_{aj} + v_{bj})v_{aj}v_{bj}}}{2v_{aj}v_{bj}} \quad (8)$$

$$\text{где } p = 1 + 4(v_{aj} + v_{bj}) + \pi^2 v_{aj}v_{bj}.$$

Проведенные предварительные расчеты показали, что при использовании типовых конструкций узлов соединения коэффициент  $v_{aj}$  может изменяться в пределах от 1 до 5, а коэффициент  $v_{bj}$  в пределах от 0,05 до 0,25. Принимая верхние и нижние границы указанных диапазонов изменения величин коэффициентов  $v_{aj}$  и  $v_{bj}$  по формуле (8) получаем соответ-

ственно  $\omega_j = 3,672 > 2,467$  и  $\omega_i = 1,932 < 2,467$ .

Таким образом, возможны ситуации, когда учет действительной работы типовых узлов соединения будет давать отрицательные результаты. В связи с этим важно выявить диапазоны, в пределах которых могут изменяться величины коэффициентов  $v_{aj}$  и  $v_{bj}$  при гарантированном положительном эффекте учета работы узлов. Критерием получением такого эффекта является выполнение условия

$$\omega_j(v_{aj}, v_{bj}) \geq \omega_j(\infty, 0) = \frac{\pi^2}{4}$$

Для выполнения этого условия необходимо, чтобы  $v_{aj} \cdot v_{bj} \leq \frac{4}{\pi^2}$ . В противном случае получаемая расчетом устойчивость колонны будет ниже чем при традиционной расчетной схеме.

Аналогичным образом может быть проведен анализ устойчивости рам каркасных зданий. Однако в связи с большим многообразием вариантов рам и схем их загрузки получение простых аналитических зависимостей практически маловероятно и расчет должен вестись численным методом путем нахождения величины  $\omega_j$  из условия (7).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Выполнен анализ напряженно-деформированного состояния узла сопряжения колонны с фундаментами стаканного типа, разработана методика расчета деформативности этих узлов, выявлены параметры, позволяющие управлять жесткостью этих узлов с целью регулирования распределения усилий в зданиях и сооружениях.
2. Разработаны методы расчета каркасных зданий как контактных систем различного уровня сложности, позволяющие рассчитывать их как по недеформированной так и по деформированной схеме. Выполнена расчетная оценка влияния параметров узлов сопряжения колонн со стропильными конструкциями и фундаментами на напряженно-деформированное каркасных зданий.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Рак Н.А., Пецольд Т.М. Напряженное состояние центрифугированных колонн кольцевого сечения в зоне защемления в фундамент // Строительные конструкции. — Минск: ИСиА Госстроя БССР, 1983. — С.44–51.
2. Рак Н.А., Пецольд Т.М. К образованию трещин в нормальных сечениях кольцевых колонн в зоне их примыкания к фундаменту // Рациональные строительные конструкции зданий и сооружений. — Минск: ИСиА Госстроя БССР, 1985. — С.19–25.
3. Аль-Шари Х.А. Напряженно-деформированное состояние узла сопряжения центрифугированных колонн кольцевого сечения с фундаментом стаканного типа. Автореферат дисс... канд. техн. наук. — Минск, БГПА, 1993. — 20 с.
4. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах. Том 1. — М.: Машиностроение, 1968. — С.471–474.
5. Клевцов В.А., Садовский Ю.И. Деформативность податливых стыков колонн с фундаментами в зданиях с диафрагмами жесткости // Эффективные строительные конструкции зданий и сооружений. — Мн.: БелНИИС, 1995. — С.46–51.
6. СНиП 2.03.01-84\*. Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования / Госстрой СССР. — М: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. — 80 с.

7. Aristizabal-Ochoa J. D. Stability Problems of Columns and Frames// ACI Structural Journal. — 1997. — Vol. 94, № 4. — P. 389–398.
8. Васильев Б. Ф., Розенблюм А. Я. Железобетонные колонны одноэтажных производственных зданий. — М.: Стройиздат, 1974. — С. 198.
9. Рак Н. А. Расчет железобетонных колонн по деформированной схеме с учетом конструктивно-нелинейной работы узлов сопряжения// Эффективные строительные конст-

рукции зданий и сооружений. — Мн.: БелНИИС, 1995. — С.21–27.

10. Туровский Л.М. К динамическому расчету плоских и пространственных рам с податливыми узлами// Расчет пространственных конструкций. — М., 1970. — Вып.13. — С.211–251.
11. Корноухов Н. В. Прочность и устойчивость стержневых систем. — М.: Стройиздат, 1949. — С. 376.

УДК 624.04

Борисевич А.А., Казутов М.А., Трепачко В.М.

## НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК

Расчет нелинейно упругих изгибаемых статически неопределимых систем выполняется в проектно-конструкторских организациях с использованием, как правило, тех же программных комплексов, что и линейных систем. При этом изгибную жесткость элементов принимают равной  $\alpha \cdot E_0 \cdot I$ , где  $E_0$  – начальный модуль упругости материала,  $I$  – осевой момент инерции сечения,  $\alpha$  – безразмерный коэффициент, приблизительно равный 0,85,  $\alpha \cdot E_0$  – секущий модуль упругости материала. Такой подход к расчету приводит лишь к приближенному определению напряженно-деформированного состояния системы, которое в отдельных случаях может существенно отличаться от истинного.

В работе предлагается итерационный способ расчета нелинейно упругих неразрезных балок и оцениваются погрешности, возникающие при линейном расчете этих систем.

Физическая нелинейность задавалась выражением

$$\sigma = E_0 \varepsilon - A \cdot \varepsilon^3, \quad (1)$$

где  $A = \frac{4E_0^3}{27\sigma_{pp}^2}$  – постоянный коэффициент;  $\sigma_{pp}$  – предел прочности материала.

В расчетах нелинейно упругих систем необходимо учесть изменчивость модуля упругости материала, как по высоте сечения, так и по длине стержня. Если использовать понятие приведенного модуля упругости, определяемого по выражению С. П. Тимошенко

$$E_r = \frac{12}{\left(\frac{h}{\rho}\right)^3} \cdot \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \sigma \varepsilon d\varepsilon, \quad (2)$$

где  $h$  – высота прямоугольного сечения,  $\rho$  – радиус кривизны, то кривую  $E_r = E_r\left(\frac{h}{\rho}\right)$  для строительной стали с

$E_0 = 2,1 \cdot 10^7$  МПа получим в виде, представленном на рис. 1.

В выражении (2) через  $h$  обозначается высота прямоугольного сечения, через  $\rho$  – радиус кривизны.

Выражение (2) позволяет использовать в расчетах уравне-

Борисевич Арсений Александрович, доктор технических наук, профессор, зав. каф. строительной механики БГПА.

Казутов Максим Александрович, студент строительного факультета БГПА.

Трепачко Виктор Михайлович, аспирант кафедры строительной механики БГПА.

Беларусь, г. Минск, Белорусская государственная политехническая академия, пр. Ф. Скорины 65.