## СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Баумштейн И.П. Автоматизация процессов сушки в химической промышленности / И.П. Баумштейн, Ю.Н. Майзель – М.: Химия, 1970 – 232 с.

УДК 68(075.8)

## ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Гринюк Д.А., Сухорукова И.Г., Марозова М.П., Оробей И.О. Белорусский государственный технологический университет, г. Минск, Республика Беларусь

Модели большого числа самых различных объектов управления могут быть с достаточной для практических целей точностью отнесены к классу системами с сосредоточенными параметрами (ССП).

Общей особенностью ССП является описание управляемых процессов в терминах величин, не отражающих в явной форме влияние пространственной протяженности объекта на его характеристики. Поскольку на практике любой технический объект управления имеет вполне определенные геометрические размеры, то функция, характеризующая его состояние, вообще говоря, изменяется в пределах пространственной области, занимаемой объектом, и, следовательно, зависит не только от времени, но и от вектора x пространственных координат, являясь функцией Q(x,t) по меньшей мере двух аргументов (если x — скалярная переменная).

Если зависимость Q от x пренебрежимо мала, то такой объект можно отнести к типу ССП. В противном случае этого нельзя сделать без существенных погрешностей в описании управляемых процессов или даже без потери их качественных особенностей. Системы, состояние которых описывается функциями нескольких аргументов, зависящими как от времени, так и от пространственных координат, получили название систем с распределенными параметрами (СРП), или, короче, распределенных систем.

Строго говоря, практически любой реальный объект управления представляет собой СРП, и лишь в частных (хотя и достаточно часто встречающихся на практике) случаях его можно с некоторыми допущениями и погрешностями отнести к тип ССП. Необозримое по своему разнообразию число реальных управляемых процессов, описываемых пространственно-временными характеристиками физических полей различной природы (электромагнитное и температурное поля, поля концентраций, перемещений, деформаций, напряжений, скоростей, давлений, потенциалов и т.д.), относится к "собственно" СРП, для которых пренебрежение пространственной зависимостью функции состояния приводит к потере принципиальных свойств объекта и следовательно, становится невозможным.

Задачи управления СРП оказываются качественно более сложными по сравнению с ССП ввиду целого ряда принципиальных особенностей [1].

1. Состояние СРП, определяемое функцией нескольких переменных, описывается, соответственно, дифференциальными уравнениями не в обыкновенных,

а в частных производных, интефальными уравнениями, а также "гибридными" системами уравнений различной природы, включая в качестве дополнительных соотношений и обыкновенные дифференциальные уравнения.

- 2. По сравнению с ССП принципиально расширяется класс управляющих воздействий.
- 3. Формулируемые применительно к пространственно-распределенным функциям состояния и управляющим воздействиям в СРП даже традиционные в содержательном плане постановки задач управления характеризуются рядом отличий, не имеющих аналогов в задачах управления ССП.
- 4. Указанные выше особенности приводят к необходимости далеко не тривиальных обобщений важнейших категорий теории управления на случай систем с распределенными параметрами и по существу требуют создания нового аппарата для их анализа и синтеза на базе нетрадиционных для теории управления математических средств.
- 5. Задача реализации систем управления объектами с распределенными параметрами резко усложняется по сравнению с ССП как за счет необходимости осуществления пространственно-распределенного контроля состояния объекта в целях наблюдения за результатами процесса управления и использования соответствующих сигналов обратных связей, так и за счет необходимости построения регуляторов с пространственно-распределенными управляющими воздействиями.

Одной из удобных, с практической точки зрения, по пути решения задач управления, является использование моделирования систем с распределенными параметрами.

В наиболее простых ситуациях, допускающих представление объектов с распределенными параметрами в форме "элементарных" линейных распределенных блоков с известными вход-выходными соотношениями, системы с распределенными параметрами описываются точными математическими моделями достаточно сложного ввода. При этом типичным следствием моделирования поведения ОРП дифференциальными уравнениями в частных производных является трансцевдентный характер зависимости соответствующих передаточных функций от комплексной переменной (либо описание этой зависимости в форме бесконечных рядов) даже относительно сосредоточенных входных воздействий, что резко усложняет их анализ и использование в целях последующего синтеза систем управления по сравнению с дробно-рациональными передаточными функциями систем с ССП. В более сложных случаях, например, для пространственно-многомерных объектов со сложной формой границы области изменения пространственных координат или при необходимости учитывать существенные нелинейные эффекты, как правило, вообще не удается получить аналитическое решение уравнений объекта. Указанные обстоятельства привели к широкому распространению на практике приближенных моделей ОРП упрощенного вида, описывающих их поведение с требуемой точностью.

При этом преобладающей тенденцией является вполне понятное стремление к построению таких моделей в форме соответствующих ССП, что, во-первых,

диктуется "физически прозрачными" соображениями о возможности описания СРП с любой желаемой точностью правильно подобранной более простой ССП и, во-вторых, возможностью применения после такой аппроксимации всего "привычного" фундаментального аппарата теории управления ССП.

Сразу отметим, что всюду в данной главе имеются в виду аналитические методы получения искомых приближений по известным точным описаниям рассматриваемых распределенных блоков. В инженерной практике широко распространены в этих целях достаточно хорошо разработанные применительно к ССП экспериментальные методы (методы идентификации), которые естественно отнести к способам приближенного моделирования объектов управления.

К очевидным недостаткам экспериментальных методов относится, прежде всего, частный характер получаемых результатов, правомерных лишь применительно к конкретным режимам работы конкретного объекта с конкретными значениями соответствующих параметров.

В настоящее время разработан целый ряд аналитических способов, построения приближенных моделей объектов с распределенными параметрами.

Как известно, современные системы управления строятся на использовании цифровых систем. Управляющие воздействия на объект управления формируются путем прерывания цикла нормального течения вычислительного процесса микропроцессорной структуры. Несмотря на высокое быстродействие современных процессоров, как теория управления, так и энергетические факторы рекомендуют выбирать время цикла (время квантования) исходя из динамических свойств объекта [2, 3].

Данное положение позволяет в некоторых случаях реализовать моделирование системы с распределенных координатами с максимальным приближением.

Наилучшие решения получаться, если имеется аналитическое решение уравнения в частных производных для разомкнутого технологического объекта.

Для получения результатов переходного процесса системы регулирования требуется получать отдельное решение после каждого шага квантования. Т.е. изменилось входное воздействие на объект — считаем динамики объекта на интервале квантования. По результатам расчета вычисляем новые граничные решения и начальные системы. Потом просчитываем показания обратной связи. На основании полученного значения рассчитываем новое значение управляющего воздействия от регулятора. Далее повторяем цикл.

Наличие аналитического решения не является обязательным условием для моделирования динамики СРП по предложенному алгоритму. Решение между циклами квантования можно получать и с применением численных методов решения уравнения в частных производных. Существует большой класс программных продуктов для решения уравнений в частных продуктов, которые способны произвести расчет за короткое время с удовлетворительной для технических систем точностью. Это может позволить использовать данный подход для реализации, например, систем управления по модели без упрощения уравнения в частных производных до уравнения в обыкновенных производных для широкого класса технологических процессов.

## СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. Рапопорт, Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами: Учеб. пособие/Э.Я. Рапопорт. М.: Высш. шк., 2003. 299 с.
- 2. Изерман, Р. Цифровые системы управления : пер. с англ. / Р. Изерман. М. : Мир,  $1984.-541~{\rm c}.$
- 3. Гринюк Д.А. Цифровые алгоритмы для управления технологическими процессами. / Д.А. Гринюк, И.О. Оробей, И.Г. Сухорукова, Н.М. Олиферович // МНТК «Информационные технологии и системы 2013 (ИТС 2013)», Минск, Минск: БГУИР, 2013 С.38-39.

УДК531.3; 796.01

## СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ В РОБОТОТЕХНИКЕ И БИОМЕХАНИКЕ

Покатилов А.Е., Киркор М.А., Ильенков И.В.

Могилевский государственный университет продовольствия, Могилев, Республика Беларусь.

При исследовании роботов, манипуляторов и в сходных задачах биомеханики движения человека широко используют теорию углового поворота движения твердого тела. Ее основные результаты были получены еще в позапрошлом веке и в 20-м веке серьезно развиты на практике применительно к проблемам техники. Для описания движения твердого тела около неподвижной точки предложены параметры Родрига – Гамильтона, параметры Кейли – Клейна, углы Эйлера – Крылова и направляющие косинусы. Значительную роль сыграла теория гироскопов. При этом движение твердого тела задавалось исключительно углами Эйлера – Крылова, которые нашли широкое применение во всех работах по механике, включая и работы по исследованию управления движущимися объектами [1]. В конце 20-го появлялись серьезные научные исследования в области манипуляторов по использованию алгебры кватернионов для описания движения роботов [2], но они имели больше академический, а не практический интерес.

Анализ состояния исследований в области изучения пространственного движения роботов, и еходных по структуре биомеханических систем (БМС), выявил серьезную проблему в описании пространственного движения кинематических цепей, подобных опорно-двигательному аппарату человека. В настоящее время задачи пространственного движения человека решаются в кинематографе, анимации и компьютерных играх для визуализации. Критичным для таких задач является скорость вычислительных операций компьютера по пересчету изображения человека и пр., которая зависит от объема таких операций. Поэтому на первый план выходят технологии, дающие максимальную скорость расчета по сравнению с остальными методами. Среди всех кинематических параметров особое место занимают параметры Родрига — Гамильтона и Кейли — Клейна, т.к. эти параметры не вырождаются при любом положении твердого тела, в отличие от углов Эйлера, и их число равно четырем, поэтому они имеют одно уравнение связи, в отличие от шести для направляющих косинусов. Кроме того, интегрирование кинематических уравнений и преобразование координат в