

Система (1) может быть сведена к системе конечного числа линейных неоднородных ДУ с постоянными коэффициентами, которая в матричной форме может быть записана в виде:

$$\frac{dV_i(t)}{dt} = Q_i(t) + AV_i(t), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (2)$$

где $V_i^T(t) = (v_i(1, t), \dots, v_i(l, t))$ – вектор доходов системы S_i , $i = \overline{1, n-1}$, l – число состояний сети.

Решение системы (2) можно найти, используя прямой метод:

$$V_i(t) = e^{At} V_i(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} Q_i(\tau) d\tau,$$

необходимым условием которого является вычисление матричной экспоненты e^{At} .

Для более быстрого и эффективного вычисления матричной экспоненты можно использовать специальный алгоритм «быстрого» вычисления, основанный на формуле:

$$e^{tA^{(q)}} = (e^{A^{(q)} \frac{t}{2^M}})^{2^M} \approx \left(\sum_{s=0}^N \frac{A^{(q)S}}{S!} \left(\frac{t}{2^M} \right)^S \right)^{2^M},$$

где $N \geq 1$, $M \geq 0$ – некоторые целые числа; $A^{(q)}$ – матрица чисел на q -ом интервале времени, $q = \overline{1, r}$.

Применяя данный метод к модели функционирования СМО (предприятия) и решая систему разностно-дифференциальных уравнений с помощью пакета математических вычислений Mathematica, можно получить графики ожидаемых доходов центральной СМО (предприятия).

УДК 510.647: 338.22.021.4

ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТОСПОСОБНОСТИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Коваленко И.В.

УО «Белорусский государственный университет информатики
и радиоэлектроники», г. Минск

Научный руководитель – Поттосина С.А., канд. физ.-мат. наук, доцент

Любой объект или процесс можно рассматривать как комплекс взаимосвязанных элементов. Банк, компания, государство, университет – все это социально-экономические системы, основные особенности которых – многокомпонентность и сложность организационной структуры, неопределенность внутреннего состояния. Данная неопределенность обусловлена тем, что основу любой социально-экономической организации составляют люди, действия которых не всегда поддаются управлению и контролю. Кроме того, каждая организация вынуждена действовать в условиях быстро изменяющейся внешней среды. Именно поэтому необходимо обратить пристальное внимание на теорию надежности, ориентированную на исследование условий работоспособности различного рода систем.

Для оценки работоспособности системы в теории надежности используются понятия работоспособности, надежности.

Работоспособность (availability, operability) – это состояние системы, при котором она способна реализовывать заданную функцию с заранее установленными требованиями в течение расчётного периода времени.

Под *безотказностью, надежностью (reliability)* понимается способность системы выполнять свои функции (полностью или частично) до некоторого момента времени при определенных условиях и при условии, что в начальный момент времени система была работоспособна.

Обычно при анализе надежности или безопасности объекта и его элементов исследуются два возможных состояния: корректная работа системы или отказ. На практике же таких состояний намного больше, они характеризуются особенностями функционирования системы. Для анализа таких промежуточных состояний работоспособности используются специальные математические модели - «системы с несколькими уровнями работоспособности».

Одно из направлений анализа надежности систем с несколькими уровнями работоспособности состоит в исследовании значимости или влияния отдельных элементов системы на различные уровни ее работоспособности (в англоязычной литературе Importance Analysis).

Проведенный анализ публикаций показал, что в настоящее время данное научное направление находится на этапе интенсивного развития, что объясняется перспективностью таких исследований. Для разработки методов анализа систем с несколькими уровнями работоспособности предлагаются различные математические подходы. Один из возможных подходов заключается в использовании математического аппарата логического дифференциального исчисления.

Системы с несколькими уровнями работоспособности являются математическим описанием функционирования исходного объекта. Представление объекта такой математической моделью позволяет исследовать его надежность на разных уровнях работоспособности.

Одним из перспективных, по мнению Э.Зио (E.Zio), подходов является использование при описании математической модели анализируемого объекта или процесса нескольких уровней работоспособности [1]. В англоязычной литературе такая математическая модель получила название *Multi-State System (MSS)*. Эта модель позволяет представить исходный объект как систему с несколькими уровнями работоспособности.

Использование MSS в качестве математической модели для анализа надежности впервые было предложено в 70-е годы [2]. В этой работе были определены основные теоретические понятия для анализа исходного объекта с помощью MSS. В частности, для MSS было введено понятие структурной функции (*Structure Function*). Эта функция устанавливает соответствие между состояниями отдельных элементов системы и ее надежностью. В этом случае исходные показатели объекта интерпретируются как исходные атрибуты структурной функции, а результирующие – как ее результирующие атрибуты.

Система, описывающая показатели реального экономического объекта, достаточно громоздка, в результате структурная функция обладает значительной вычислительной сложностью. Одним из подходов к снижению этой сложности является декомпозиция структурной функции. Суть декомпозиции заключается в разбиении функции на подфункции с меньшим числом атрибутов (на рис. 1 представлена структурная функция для системы оценки кредитоспособности физических лиц).

Аргументы таких подфункций будем интерпретировать как промежуточные атрибуты, а сами подфункции – как компоненты структурной функции. В свою очередь компоненты этой функции так же являются структурной функцией меньшей сложности и в свою очередь могут быть декомпозируемы. Компонент структурной функции реализует функцию *m*-значной логики. Математические методы логического дифференциального исчисления позволяют проанализировать изменение состояний работоспособности системы в зависимости от изменения состояний ее элементов. В рамках этого анализа вычисляется вероятность отказа или нахождения системы на различных уровнях работоспособности в зависимости от состояний работоспособности исследуемого элемента.

Актуальность этого анализа объясняется тем, что его результаты позволяют:

- определить влияние значений отдельных показателей на поведение объекта;
- вычислить устойчивость к изменениям отдельных показателей;
- обнаружить начальные условия, обеспечивающие развитие или ухудшение результирующих показателей экономического объекта и ориентированных на получения оптимальной стратегии развития;
- определить при проектировании оптимальную структуру объекта с учетом разнообразных критериев.

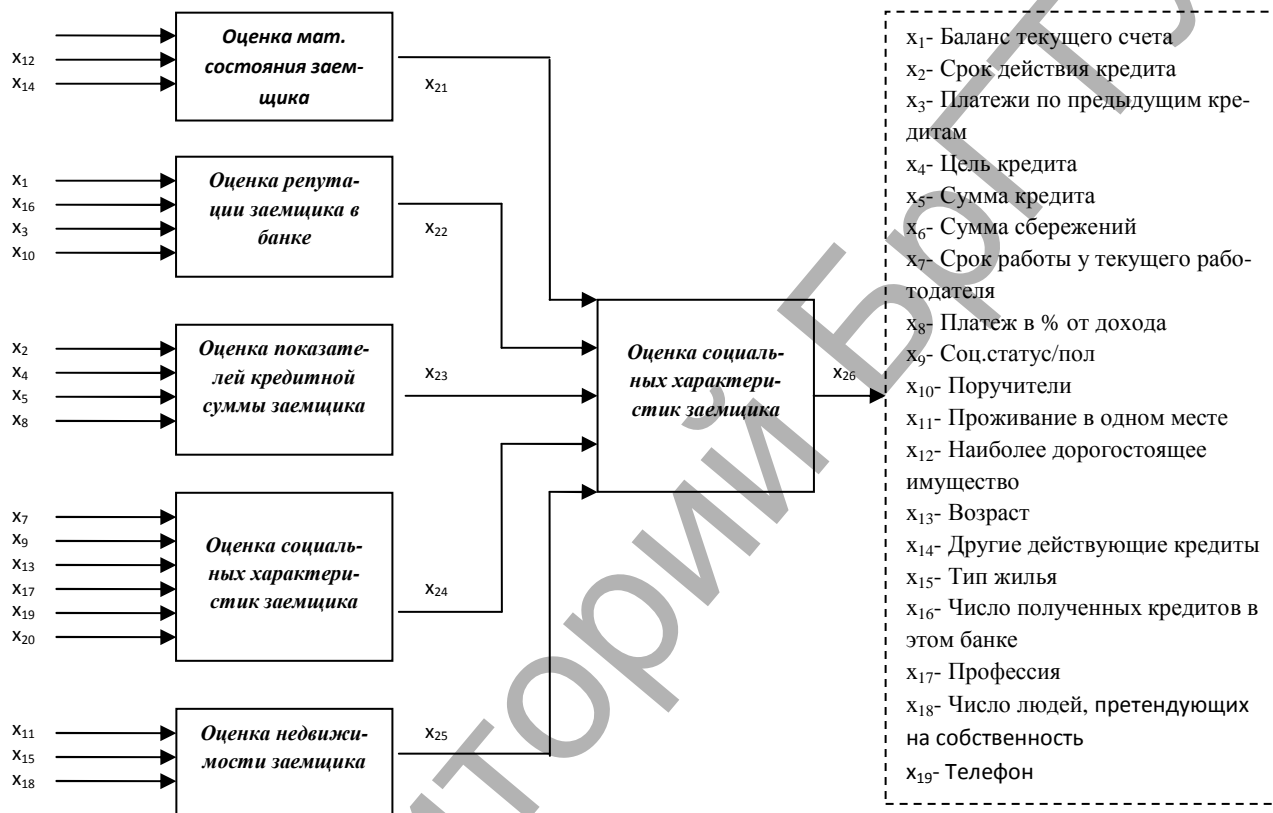


Рисунок 1 – Схематическое представление структурной функции, описывающей систему оценки кредитоспособности заемщика

Практическое использование математической модели MSS имеет ряд сложностей. К этим сложностям, во-первых, относят большую вычислительную нагрузку, связанную с размерностью структурной функции. Снятие этого затруднения авторы видят в использовании новых алгоритмов обработки структурной функции, ориентированных на регулярные и параллельно-конвейерные вычисления.

В заключение отметим, что в настоящее время математические модели MSS и алгоритмы их анализа успешно используются при оценке надежности и решении прикладных задач в области энергетики, обеспечения работы морского порта. Известны примеры использования MSS при оценке надежности медицинских и логистических систем, газо- и нефтепроводов, программного обеспечения и анализе систем сложной структуры.

Список цитированных источников

1. Zio, E. Reliability engineering: Old problems and new challenges // Reliability Engineering and System Safety. – 2009. – Vol.94. – № 2. – P. 125-141.
2. Andrews, J.D. Importance Measures for Non-Coherent-System Analysis / J.D. Andrews, S. Beeson // IEEE Trans. on Reliability. – 2003. – Vol.52. – №3. – P.301-310.