

Иванюк Д.С., Головки В.А., Шуть В.Н.

## АСУТП. НЕЙРОСЕТЕВЫЕ ПОДХОДЫ В УПРАВЛЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ. СВЯЗЬ С УРОВНЕМ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА

**Введение.** В современных условиях управление производством становится все сложнее, требования к эффективности более высокими. Задачи, находящиеся на уровне АСУТП (автоматизированные системы управления технологическими процессами), находятся в тесном взаимодействии как с верхним уровнем (планирование производства), так и с нижним (уровень технологического оборудования). Таким образом, совершенствование производства должно не только заключаться за счет совершенствования применяемых на уровне АСУТП подходов к управлению, но и улучшения связей данного уровня с другими подсистемами производства.

**1. Задача управления непрерывными динамическими системами.** Управление динамическими системами является широкой сферой современной науки, связанной с построением систем управления разнообразными объектами. Примерами таких систем могут быть ракетно-космические и авиационные системы, системы управления химическими реакторами, различные системы управления технологическим оборудованием на предприятии.

**2. Применение ПИ- и ПИД-контроллеров.** ПИ- и ПИД-контроллеры были одними из первых систем управления [1]. Они доказали свою эффективность в управлении разнообразными процессами. Их использование не требует знание точной модели процесса, поэтому они эффективны в управлении промышленными и технологическими процессами, математические модели которых достаточно сложно определить. ПИ- и ПИД-контроллеры строятся на основе классической теории управления и просты для понимания и реализации. Установление связей между параметрами и управление действиями системы может осуществляться инженерами-практиками и операторами.

Кроме того, за последние десятилетия разработано несколько методов настройки ПИ- и ПИД-контроллеров.

Однако, наряду с вышеуказанными достоинствами, ПИ- и ПИД-контроллеры имеют и ряд недостатков. Так, если рабочая точка процесса изменяется из-за возмущений, параметры контроллера требуется перенастраивать вручную, чтобы получить новую оптимальную настройку. Настройка должна осуществляться опытным оператором. Для систем с взаимодействующими контурами эта процедура может быть сложной и занимать много времени. Кроме того, для процессов с переменными параметрами, временными задержками, существенными нелинейностями и значительными помехами использование ПИ- и ПИД-контроллеров может не обеспечить оптимальных характеристик. Методы настройки ПИ- и ПИД-контроллеров также имеют ряд недостатков.

Одна из идей повышения эффективности ПИ- и ПИД-контроллеров заключается в управлении с самонастройкой, в котором параметры контроллера настраивались бы в оперативном режиме.

Другой современной разработкой в области адаптивного управления является управление на основе долгосрочного прогнозирования. Принцип этого метода показан на рисунке 1.

Стратегия метода состоит в том, что в каждый конкретный момент времени  $t$  делается прогноз выхода процесса на длительный временной горизонт. Этот прогноз, основанный на математической модели процесса, делается явно или подразумевается в алгоритме управления.

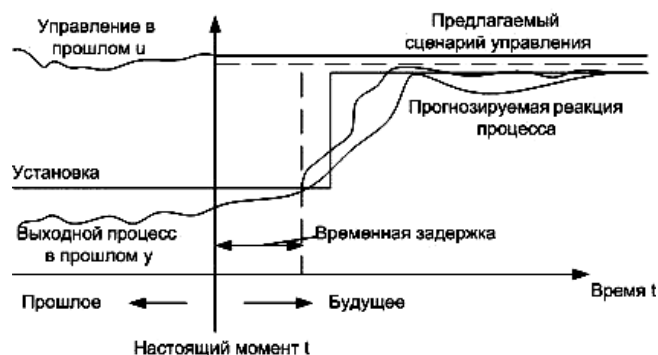


Рис. 1. Стратегия управления на основе долгосрочного прогнозирования

Кроме всего прочего, прогноз зависит от сценария управления в будущем, которое предполагается постоянным на все время прогнозирования. Из нескольких сценариев управления выбирается стратегия, обеспечивающая сходящуюся выходного процесса к установке наилучшим образом. Стратегия, выбранная в качестве наилучшей, применяется затем в качестве управляющего воздействия к реальному процессу, однако только на заданное время. В следующий момент дискретного времени вся процедура повторяется, в результате чего обеспечивается уточненное управляющее действие. Такая стратегия известна под названием стратегии управления по удаляющемуся горизонту.

**3. Нейросетевые подходы.** Адаптивное управление, рассмотренное выше, предполагает наличие математической модели объекта управления. Получение данной модели в общем случае относительно сложная задача. Кроме того, при каких-то изменениях в объекте управления или во внешних условиях необходимо вносить корректировки в данную модель, что также является трудоемкой задачей.

Для того чтобы алгоритмы управления могли применяться на практике, они должны быть достаточно простыми для реализации и понимания, обладать способностью к обучению, гибкостью, устойчивостью, нелинейностью. Таким образом, нейронные сети из-за своей способности обучаться на основе соотношения «вход-выход», нелинейными обобщающими способностями пригодны для решения задач управления, которые принципиально связаны с нелинейными характеристиками.

В настоящее время существует большое количество подходов к нейронному управлению. Согласно [1] можно выделить:

1. Последовательная схема управления. Нейронная сеть непосредственно обучается отображению желаемых (опорных) сигналов в управляющие воздействия, необходимые для получения таких сигналов.
2. Параллельная схема управления. Нейронная схема используется для компенсации управляющего воздействия, задаваемого обычным контроллером. Компенсация производится таким образом, чтобы выходной сигнал объекта управления поддерживался как можно ближе к желаемому.
3. Схема управления с самонастройкой. Нейронная сеть настраивает параметры управления, задающие работу обычного

**Иванюк Дмитрий Сергеевич**, ассистент, магистрант кафедры интеллектуальных информационных технологий Брестского государственного технического университета; начальник сектора разработки проектов отдела АСУТП, ОАО «Савушкин продукт».

**Шуть Василий Николаевич**, к.т.н., доцент кафедры интеллектуальных информационных технологий Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

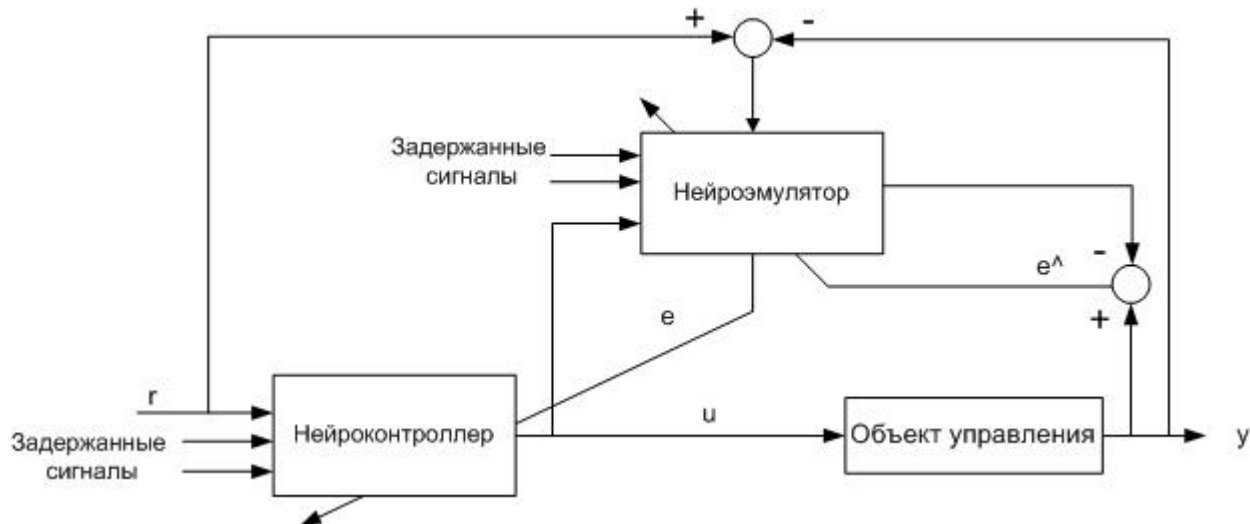


Рис. 2. Схема нейронного обучения с эмулятором и контроллером (обратное распространение во времени)



Рис. 3. Схема нейронного обучения с самонастройкой

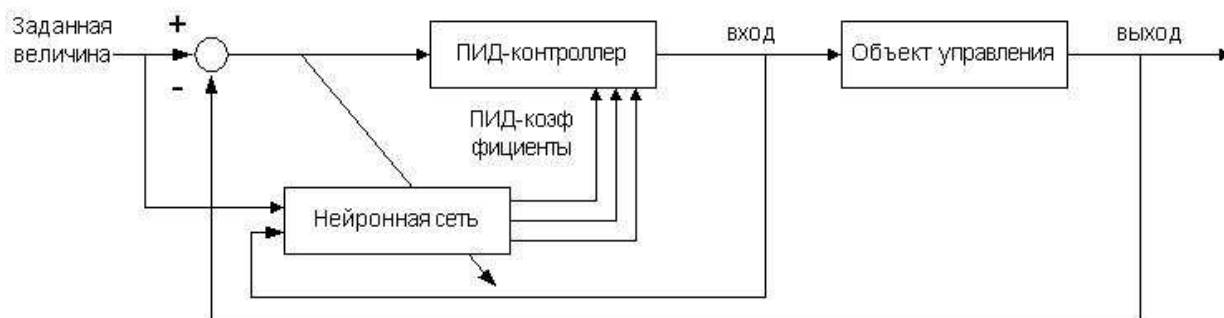


Рис. 4. ПИД-нейроконтроллер с самонастройкой

контроллера, таким образом, чтобы выходной сигнал объекта управления поддерживался как можно ближе к желаемому.

4. Схема управления с эмулятором и контроллером (схема обратного распространения во времени). Максимизируется некоторая мера полезности или эффективности во времени.
  5. Адаптивно-критическая схема. Эта схема приближена к динамическому программированию, т.е. реализации оптимального управления во времени в условиях шумов и нелинейностей.
- Более подробно рассмотрим наиболее перспективные и эффективные из них.

#### Схема обратного распространения во времени

«Обратное распространение во времени» – одна из важных архитектур нейронного управления, использующая алгоритм обратного распространения ошибки. В этой схеме для управления объектом используется две нейронные сети, как показано на рис. 2. Первая сеть используется как эмулятор, вторая – как контроллер. Сеть эмулятор может обучаться автономно, с использованием архитектуры обобщенного управления, или даже непосредственно, путем ввода

случайных входных сигналов для обучения динамике объекта управления.

#### ПИД-нейроконтроллер с самонастройкой

Общая схема нейронного управления с самонастройкой приведена на рис. 3. Нейронная сеть используется для настройки параметров обычного контроллера подобно настройке, выполняемой человеком-оператором.

Так как ПИД-контроллеры имеют давнюю историю применения в управлении промышленными объектами и зарекомендовавшие себя как надежные, простые и устойчивые средства для многих реальных процессов может применяться следующая схема, приведенная на рис. 4.

Нейронная сеть здесь используется вместо человека-оператора так, что обеспечивается минимизация ошибки путем настройки ПИД-коэффициентов [2].

**4. Оперативное планирование производства.** Основная задача оперативного планирования производства – составление производственного расписания (последовательность во времени использования определенных технологических объектов), которое учитывает основные технологические ограничения, для выпуска требуемо-

го количества определенной продукции. Основная цель – *обеспечить прозрачность и управляемость производства*. Таким образом, основная задача **системы оптимизированного производственного планирования – получение оптимального решения** – учет всех особенностей производственной среды, возможность составлять реалистичные расписания, видеть детальную картину производства в реальном времени и управлять им, добиваясь решения поставленных задач производственной оптимизации.

Высокий уровень конкуренции, большое количество наименований товарной номенклатуры, нечеткая длительность отдельных технологических стадий – эти и другие факторы делают планирование производственного процесса все более и более трудоемким. Составлять расписания в таких условиях непросто – еще сложнее их перепланировать с учетом постоянно меняющегося реального хода выполнения технологического процесса. Качество производственного расписания во многом зависит от степени детализации производственной модели, учета особенностей и ограничений (операционная производительность линий, характер взаимосвязи между операциями, времена технологических переходов, приоритеты выбора оборудования при планировании, наличие операторов требуемой квалификации и графики их работы и т.д.).

Работа по формированию сбалансированного плана производства начинается с описания технологии производственного процесса в виде информационной модели. Эта модель представляет собой описание производственного процесса и включает описание технологических линий, операций, маршрутов, рецептов и спецификаций изготовления продукции, а также многие другие параметры. Этот этап сильно связан с уровнем АСУТП и применяемыми SCADA-системами (**SCADA** – сокр. от [англ. Supervisory Control And Data Acquisition](#) — диспетчерское управление и сбор данных [3]). Именно этот уровень предоставляет основные участвующие в процессе технологические объекты, операции техпроцесса. На этапе мониторинга данный уровень является источником реальных данных хода выполнения плана.

Система планирования должна планировать размещение операций на линиях в соответствии с различными стратегиями:

- минимизация задержки при выпуске заказов;
- максимизация загрузки оборудования;
- минимизация технологических переходов;
- целесообразность вывода дополнительных смен и т.д.

Система планирования должна предоставлять возможность пользователям строить различные варианты производственного плана, оценивать каждый из вариантов, используя различные показатели эффективности, и в конечном итоге выстроить такое расписание, которое наиболее полно удовлетворяет бизнес-задачам предприятия. Наличие средств оптимизации и имитационного моделирования должно давать пользователям возможность создавать и управлять сложными производственными расписаниями в режиме, близком к реальному времени, обеспечивать наглядность созданных планов и простоту их изменений, а в целом – *обеспечивать прозрачность и управляемость производства*.

## 5. Обзор некоторых систем производственного планирования

### Система Ortems

В систему управления предприятием (ERP, 1С, EXCEL и т.д.), интегрированной с ORTEMS [4], менеджеры отдела сбыта вводят заказы клиентов, прогнозы продаж или заявки на пополнение склада. Указываются номенклатура, количество и дата требуемой отгрузки.

Прогноз продаж и заказы аккумулируются в учетной системе. Там они оцениваются, после чего принимается решение о размещении их в производство. Нажав на кнопку «Планы», заказы переносятся в систему оперативного планирования ORTEMS.

Система ORTEMS преобразует пришедшие заказы в производственные партии и разворачивает их по полуфабрикатам/операциям. Система определяет, может ли производство их выпустить при существующей загрузке линий и заданных ограничениях.

Отметим, что из системы управления предприятием вместе с портфелем заказов передается и вся необходимая нормативно-

справочная информация. В терминах ORTEMS это называется «информационная модель». Она содержит описание производственного процесса, включающее информацию о технологических линиях, операциях, маршрутах, рецептах и спецификациях изготовления продукции, а также многие другие параметры. В ней корректируются параметры производства и добавляются новые операции.

На основе полученных данных ORTEMS в автоматическом режиме, с использованием критериев оптимизации, составляет оптимизированное производственное расписание с учетом заданных ограничений.

Система ORTEMS рассчитывает точный срок выпуска каждой партии, технологический маршрут и исполнителей. Просроченные заказы по каждому полуфабрикату видно сразу – где просрочка, на сколько дней, по какой причине (поломка оборудования, длинная очередь заказов, отсутствие материалов или заготовки т.д.).

Одним из важных действий является процедура перепланирования полученных заказов согласно настроенным критериям оптимизации. Наличие большого списка таких критериев делает работу ORTEMS настоящим инструментом принятия решений.

Система способна планировать размещение операций на линиях в соответствии с выбранной стратегией:

- минимизация задержки при выпуске заказов;
  - максимизация загрузки оборудования и т.д.
- Созданный план производства синхронизирован с потребностью в материалах. Полученное производственное расписание можно отредактировать:
- изменить дату выполнения партии;
  - переместить партию на другую линию или дату начала производства;
  - изменить количество в партии;
  - изменить порядок следования партий на линиях.

Задача оперативного планирования неразрывно связана с составлением производственного расписания, которое учитывает основные технологические ограничения и одновременно позволяет визуализировать ход производственного процесса.

Качество производственного расписания во многом зависит от степени детализации производственной модели. ORTEMS позволяет описать большинство процессов «как есть» в реальной жизни. Графики работы оборудования, операционная производительность линий – это лишь некоторые примеры ограничений, которые ORTEMS учитывает при планировании.

Работа по формированию сбалансированного плана производства начинается с описания технологии производственного процесса в виде информационной модели (рис. 5). Эта модель представляет собой описание производственного процесса и включает описание технологических линий, операций, маршрутов, рецептов и спецификаций изготовления продукции, а также многие другие параметры.

Весь производственный процесс представлен графически – в виде диаграммы Ганта. На диаграмме пользователь системы – планировщик – видит производственное расписание как набор операций, расположенных в двумерном пространстве: оборудование и время. При этом гарантировано соблюдение правил технологических процессов – объекты диаграммы точно соответствуют всем нормативам, которые занесены в систему. Все объекты диаграммы связаны между собой, взаимозависимы.

### Система Microsoft Navision

Производственный блок представлен в системе Microsoft Navision [5] двумя модулями – «Производство» и «Планирование мощностей». Microsoft Navision поддерживает дискретное производство различного типа: производство на склад, производство на заказ и смешанное.

В системе представлены базовые средства, необходимые для организации и оптимизации производственных процессов. С их помощью, в частности, ведутся технологические маршруты и спецификации, каждая из которых может быть представлена в нескольких версиях и модификациях, и поддерживается функция объемно-календарного планирования и производственного прогнозирования.

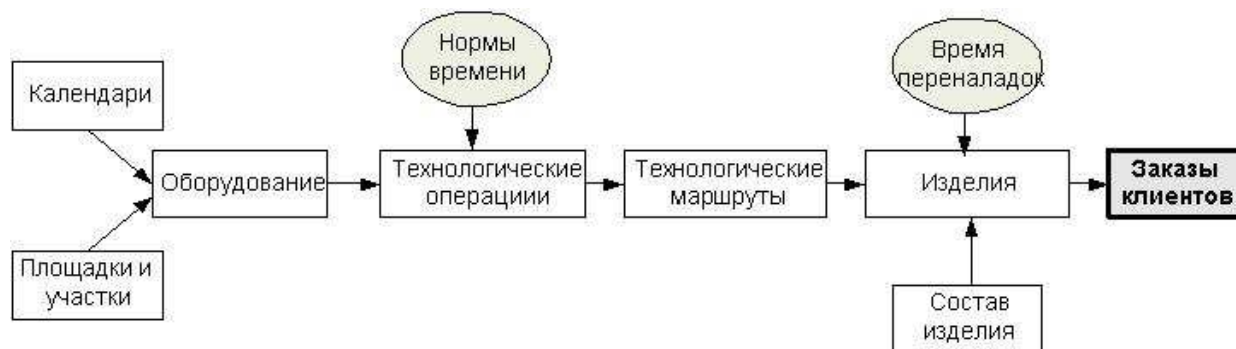


Рис. 5. Схема информационной модели системы ORTEMS

Microsoft Navision позволяет вести и обрабатывать производственные заказы разных видов, в том числе плановые, утвержденные, запущенные и завершенные.

Microsoft Navision позволяет планировать и формировать производственные заказы непосредственно из заказов продаж. При необходимости производственный заказ может быть модифицирован или скорректирован на любой стадии производственного цикла. Наличие в системе функции многоуровневых заказов гарантирует более совершенную координацию действий в процессе производства на заказ, а также обеспечивает информационный базис в случае закупки изделий у стороннего поставщика с целью дальнейшего их использования при выполнении производственного заказа. Многоуровневая трассировка позволяет четко отслеживать статус выполнения клиентских заказов. Доступ к данным непосредственно из производственного заказа позволяет на уровне цеха отследить влияние тех или иных модификаций.

Microsoft Navision помогает корректировать и модифицировать производственные методы и процессы, соотнося их с текущими требованиями и интересами заказчиков. Система позволяет буквально «на лету» модифицировать компоненты и операции, даже в том числе и в уже запущенных производственных заказах.

В момент внесения изменений, можно обновить и перепланировать все материалы, себестоимости и операции, не запуская при этом длительных пакетных заданий.

Многочисленные средства планирования, трассировки и, получения интерактивных указаний позволяют быстро и просто внести текущие изменения и сделать необходимые исключения с целью производства изделий, наиболее полно соответствующих запросам клиентам. Планирование может осуществляться из заказа продажи, производственного заказа, заявки на закупку или традиционными методами планирования MPS/MRP. Таким образом, плановики-снабженцы всегда смогут скорректировать график поставок так, чтобы компания могла извлечь максимальную выгоду.

В Microsoft Navision реализованы мощные средства планирования оптимальной загрузки ресурсов и оборудования, а также сроков выпуска продукции с учетом рентабельности предприятия.

#### Система Algors

Особенность системы оперативного управления производством Algors [6] состоит в том, что расчеты всех показателей, связанных со временем: сроки запуска, выпуска, отставания - не используют нормативы длительности производственного цикла партии деталей. Эти показатели формируются в результате имитационного моделирования производства. Такой подход учитывает реальное состояние загрузки ресурсов и существенно повышает надежность оперативных планов. Пользователь имеет возможность наблюдать движение деталей в ходе имитации производства и убедиться в достоверности расчетов.

Рассчитанные показатели времени имеют, разумеется, прогнозный характер. Надежность прогноза зависит от достоверности пооперационных нормативов и характера изменений внешней среды. Система автоматически оповещает пользователя об изменении обстановки, требующей перерасчета расписания, и позволяет пере-

страивать расписание с той частотой, которая требуется в реальных производственных условиях.

Система оптимизирует выпуск продукции путем:

- своевременного выявления дефицитных деталей;
- формирования производственного расписания - распределенного во времени и по конкретным рабочим местам плана изготовления деталей;
- оперативного выявления нарушений хода выполнения расписания и компенсации этих нарушений.

Тиражирование систем оперативного управления основным производством встречает, как известно, значительные трудности. Однако в пределах определенного типа организации производства и определенной планово-учетной единицы большинство основных, базовых функций имеют универсальный характер. Особенности предприятия определяют в основном формы выходных документов и способы формирования исходной информации. Эти особенности выявляются на стадии предпроектного обследования и учитываются при внедрении системы.

#### 6. Взаимосвязь системы производственного планирования с другими уровнями.

Система производственного планирования с одной стороны связана с уровнем АСУТП, с другой – с уровнем управления предприятием (отделом сбыта). Оба уровня являются источниками данных, но характер данных различен. Отдел сбыта предоставляет входные данные для составления плана, АСУТП – данные о том, как реально функционирует производство. Необходимые также данные об информационной модели можно получить как с уровня управления предприятием (такой подход применяется в рассмотренной выше системе Ortems), так и с уровня АСУТП. Таким образом, при наличии сильно развитой SCADA-системы, все основные необходимые данные для построения информационной модели уже есть, в то же время вся недостающая информация может легко быть добавлена. В этом подходе мы получаем полностью достоверную гибкую информационную модель, в которой все изменения производственной базы отражаются без необходимости ручной модификации параметров системы. Это происходит за счет того, что SCADA-система уровня АСУТП становится частью системы планирования. В общем случае такое объединение может потребовать реализации дополнительных функций, частичного расширения объектной модели АСУТП.

#### 7. Использование имитационного моделирования в производственном планировании.

Как было показано выше, имитационное моделирование может применяться, и применяется для формирования различных вариантов планов загрузки оборудования, выбора наиболее оптимального для заданного требуемого объема выпускаемой продукции. Это стандартный вариант его применения. Но какие возможности мы получаем при наличии достоверной и гибкой информационной модели производства, частью которой является АСУТП? Мы можем получить ответы на следующие вопросы:

1. Определить реальный максимальный объем продукции, который можно выпустить в условиях имеющегося технологического процесса и оборудования;

2. Определить узкие места системы, ограничивающие производительность (например, в целях обоснования необходимости покупки дополнительного нового технологического оборудования);
3. Определить важные места системы, наиболее сильно влияющие на производительность (например, в целях обеспечения наличия требуемых для ремонта деталей, чтобы в случае поломки в минимальные сроки восстановить их работоспособность и обеспечить выполнение плана);
4. Определить объем выпускаемой продукции, обеспечивающий оптимальное использование имеющегося оборудования.

**Заключение.** Таким образом, улучшение функционирования АСУТП может быть достигнуто за счет изменений в применяемых подходах управления, а именно использовании схем управления с нейрорегулятором и нейроконтроллером, ПИД-нейроконтроллера как замены ПИ- и ПИД- ориентированных классических схем.

Наличие эффективной системы производственного планирования, её тесная интеграция с уровнем АСУТП, является одним из

необходимых условий успешного функционирования предприятия. Составление имитационной модели техпроцесса на основе его описания в SCADA-системе позволяет создать основу для построения такой системы.

**СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Сигеру Омату, Марзуки Халид, Рубия Юсоф. Нейроуправление и его приложения. Книга 2. – М.: Издательское предприятие редакции журнала «Радиотехника», 2000.
2. Усков А.А., Кузьмин А.В. Интеллектуальные технологии управления. Искусственные нейронные сети и нечеткая логика. – М.: «Горячая линия – Телеком», 2004.
3. [www.ru.wikipedia.org](http://www.ru.wikipedia.org)
4. [www.ortems.ru](http://www.ortems.ru)
5. [www.microsoft.com/Rus/Dynamics/Default.msp](http://www.microsoft.com/Rus/Dynamics/Default.msp)
6. [www.algors.com/mnf\\_def\\_ru.html](http://www.algors.com/mnf_def_ru.html)

Материал поступил в редакцию 25.10.2008

**IVANIUK D.S., GOLOVKO V.A., SHUT V.N. Industrial control. Neural methods of controlling dynamic systems. Connection with planning level**

There are few problems about the ways of enhancing the controlling dynamic systems in this article. Usage neural networks is proposed as alternative way of using standard PID controlled systems. The structure of such systems is given. There are also some considerations about the problems of a manufacturing resource planning and a communication between it and the SCADA-systems. Three of the existing variety systems of production planning is briefly described with their advantages.

УДК 004.5;621.38

**Бутов А.А.**

**МЕТОД ОБЪЕДИНЕНИЯ МНОЖЕСТВА ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ КОНТУРОВ**

**Введение.** Автоматизированное проектирование топологии полупроводниковой пластины СБИС порождает большое число задач, многие из которых решаются методами вычислительной геометрии и используют, в частности, такое основное понятие как контур [1-3]. Важнейшей задачей проектирования является задача нахождения покрытия контура прямоугольниками, после чего найденное покрытие можно использовать как входную информацию для генераторов изображений микрофотонаборных установок [4]. При этом некоторые сложные задачи покрытия в процессе поиска решения или при его оптимизации обращаются к решению такой общей задачи как объединение множества контуров, которая и рассматривается в настоящей работе.

**1. Основные определения, постановка задачи.** Простой или, что то же самое, односвязный контур  $B$ , представляющий собой замкнутую ломаную, будем далее называть просто контуром и задавать последовательностью (упорядоченным множеством) его вершин  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$  или последовательностью его ребер  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , где ребро  $a_i$  будем задавать упорядоченной парой его концевых точек и обозначать  $\overline{p_i p_{i+1}}$  для всех  $i = 1, 2, \dots, n-1$ .

Для  $i = n$  будет иметь место:  $a_n = \overline{p_n p_1}$ . В свою очередь, каждой вершине  $p_i$  можно поставить в соответствие упорядоченную пару  $(x_i, y_i)$  декартовых координат на плоскости.

Каждое ребро контура имеет проекции на оси координат, представляющие собой отрезки координатных осей, которые будем записывать с использованием квадратных скобок:

$$Pr_x(a_i) = \begin{cases} [x_i, x_{i+1}], & \text{если } x_i \leq x_{i+1} \\ [x_{i+1}, x_i], & \text{если } x_i > x_{i+1} \end{cases}$$

$$Pr_y(a_i) = \begin{cases} [y_i, y_{i+1}], & \text{если } y_i \leq y_{i+1} \\ [y_{i+1}, y_i], & \text{если } y_i > y_{i+1} \end{cases}$$

для всех  $i = 1, 2, \dots, n-1$ . Для  $i = n$  будет иметь место:

$$Pr_x(a_n) = \begin{cases} [x_n, x_1], & \text{если } x_n \leq x_1 \\ [x_1, x_n], & \text{если } x_n > x_1 \end{cases}$$

$$Pr_y(a_n) = \begin{cases} [y_n, y_1], & \text{если } y_n \leq y_1 \\ [y_1, y_n], & \text{если } y_n > y_1 \end{cases}$$

По аналогии можно говорить о проекции всего контура  $B$  на координатные оси, определяя это следующим образом:

$$Pr_x(B) = Pr_x(a_1) \cup Pr_x(a_2) \cup \dots \cup Pr_x(a_n) = [\min(x_1, x_2, \dots, x_n), \max(x_1, x_2, \dots, x_n)]$$

$$Pr_y(B) = Pr_y(a_1) \cup Pr_y(a_2) \cup \dots \cup Pr_y(a_n) = [\min(y_1, y_2, \dots, y_n), \max(y_1, y_2, \dots, y_n)]$$

Множество контуров будем называть множеством пересекающихся контуров, если его элементы можно упорядочить так, что в полученной последовательности контуров

$$(B_1, B_2, \dots, B_n) \tag{1}$$

каждый контур  $B_i$  пересекается по меньшей мере с одним из предшествующих ему контуров  $B_1, B_2, \dots, B_{i-1}$ , что можно записать следующим образом:

$$(B_i \cap B_1) \cup (B_i \cap B_2) \cup \dots \cup (B_i \cap B_{i-1}) \neq \emptyset \tag{2}$$

для всех  $i = 2, 3, \dots, n$ . Здесь и далее под пересечением и объединением контуров подразумевается выполнение указанных операций над точками плоскости, ограниченными соответствующими контурами.

Необходимо отметить, что если два контура пересекаются между собой, то можно найти по меньшей мере две пары пересекающихся между собой ребер, причем в каждой из этих пар одно ребро принадлежит одному контуру, а другое ребро – другому контуру. При этом возможны следующие 4 варианта пересечения двух ребер между собой (рис. 1):

1. **X-пересечение.** Точка пересечения ребер является внутренней точкой как одного ребра, так и другого.
2. **I-пересечение.** Ребра лежат на одной прямой и каждое из них включает в себя общий отрезок этой прямой.
3. **T-пересечение.** Точка пересечения ребер является внутренней точкой одного ребра и концевой точкой другого ребра.
4. **V-пересечение.** Точка пересечения ребер является концевой точкой как одного ребра, так и другого.

Все из перечисленных выше вариантов пересечения ребер можно увидеть на рисунке 2, где показаны два пересекающихся контура  $B^{i-1}$  и  $B_i$ , при этом контур  $B_i$  изображен пунктиром.