Предложен дизайн гетероструктуры, когда соседние CdSe/ZnSe вставки разделены узким (5 нм) слоем ZnS. Предложенный дизайн гетероструктур в случае несимметричного волновода приводит к значительному увеличению фактора оптического ограничения примерно в 1.3 и 1.6 раз (для 2 и 3 CdSe вставок, соответственно) по сравнению с традиционным волноводом (СР, разделяющие CdSe/ZnSe вставки, а также верхний и нижний участки СР имеют толщины 100 нм). При этом фактор оптического ограничения для гетероструктур предложенного дизайна не очень сильно отличается от максимально возможного: проигрыш составляет 6 и 11% для структур с двумя и тремя CdSe/ZnSe вставками, соответственно.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

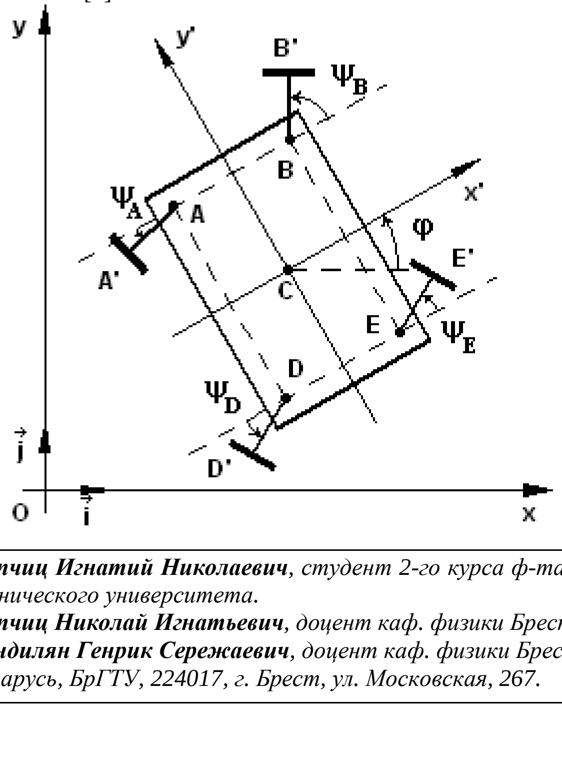
1. Albert D., Nurberger J., Hock V., et al. // Appl. Phys. Lett. – 1999. – Vol. 74. – P.1957
2. Jmerik V.N., Sorokin S.V., Shubina T.V., et al. // Cryst. Growth. 2000. – Vol. 214/215. – P. 502. 3.
3. I.V. Sedova, S.V. Sorokin, A.A. Toropov, V.A. Kaygorodov, S.V. Ivanov, P.S. Kop'ev E.V. Lutsenko, V.N. Pavlovskii, V.Z. Zubialevich, A.L. Gurskii, G.P. Yablonskii, Y. Dikme H. Kalisch, A. Szymakowski, R.H. Jansen, B. Schineller and M. Heuken, Phys. Stat. Sol. (c), **1** (4), 1030 (2004).
4. U. Lunz, B. Jobst, S. Einfeict, C. R. Becker, D. Hommel, G. Landwehr. Optical properties of $Zn_{1-x}Mg_xS_ySe_{1-y}$ epitaxial layers for blue-green laser applications// J. Appl. Phys., 1995, v. 77, №10, p. 5377-5380.
5. H. H. Li. Refractive index of ZnS, ZnSe, and ZnTe and its Wavelength and Temperature Derivatives// J. Phys. Chem. Ref. Data, 1984, v. 13, №1, p. 103-150.
6. M. J. Bergmann and H. C. Casey, Jr. Optical-field calculations for lossy multiple-layer $Al_x Ga_{1-x} N/In_x Ga_{1-x} N$ laser diodes// J. Appl. Phys., 1998, v. 84, №3, p. 1196-1203.
7. Н.П. Тарасюк, А.А. Гладыщук, Е.В. Луценко. Фактор оптического ограничения и пороговые условия генерации оптически накачиваемых полупроводниковых лазеров на квантоворазмерных структурах InGaN/GaN, выращенных на кремниевых подложках// Вестник БГТУ. Физика, математика, химия. – 2002. – $№5_{(17)}$. – С. 8-13.
8. М. Адамс. Введение в теорию оптических волноводов/ Москва, 1984.

УДК 531

Чопчиц И.Н., Чопчиц Н.И., Кандилян Г.С.

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ РОБОТА С МАКСИМАЛЬНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Пусть некоторое тело, называемое основным, связано голономными или неголономными связями с другими твердыми телами, которые могут совершать заданные управляемые движения относительно основного тела (такая система называется кусочно-твердым телом). При этом и основное твердое тело, и связанные с ним тела могут находиться в контакте с опорой. При заданных характеристиках взаимодействия тел с опорой движение основного твердого тела определяется управляемыми движениями связанных с ним тел, и если управляются все степени свободы этих тел, то управление называется максимальным. В этой общей исходной постановке могут быть поставлены различные задачи оптимизации управления [1].



В качестве одной их простейших реализаций такого типа систем рассмотрим модель плоского робота с четырьмя колесами. На рисунке показан вид сверху робота с платформой прямоугольной формы, на которой в точках $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{E}$ находятся перпендикулярные плоскости рисунка оси поворота осей вращения колес $\boldsymbol{AA'}$, $\boldsymbol{BB'}$, $\boldsymbol{DD'}$, $\boldsymbol{EE'}$; длины указанных отрезков предполагаются одинаковыми и равными $\boldsymbol{l}$, $\boldsymbol{AB = DE = 2a}$, $\boldsymbol{AD = BE = 2b}$, радиусы колес обозначим $\boldsymbol{R}$, угловые скорости буквами $\boldsymbol{\Omega}$ с соответствующими индексами, например, $\boldsymbol{\Omega_{A'}}$ – угловая скорость колеса с центром в точке $\boldsymbol{A'}$; угловые скорости считаются положительными, если соответствующие векторы образуют с осью $\boldsymbol{Cx'}$ тупой угол; $\boldsymbol{\mu}$ – коэффициент трения в модели Кулона-Амонтона. Управление движением робота осуществляется путем задания набора функций $\{\boldsymbol{\Omega_{A'}(t),\ \Omega_{B'}(t),\ \Omega_{D'}(t),\ \Omega_{E'}(t),\ \Psi_A(t),\ \Psi_B(t),\ \Psi_D(t),\ \Psi_E(t)}\}$, из которых первые четыре могут быть выражены через мощностные и моментные характеристики двигателя и характеристики трансмиссии, а остальные являются, так сказать, рулевыми характеристиками. Из уравнений моментов относительно осей $\boldsymbol{Cx'}$, $\boldsymbol{Cy'}$ и условия равновесия в проекции на ось $\boldsymbol{Oz}$ имеем:

$$\begin{aligned} &N_{A''}(l\cos\Psi_A + a) + N_{D''}(l\cos\Psi_D + a) = \\ &= N_{B''}(l\cos\Psi_B + a) + N_{E''}(l\cos\Psi_E + a), \end{aligned}$$

***Чопчиц Игнатий Николаевич**, студент 2-го курса ф-та электронно-информационных систем Брестского государственного технического университета.*
***Чопчиц Николай Игнатьевич**, доцент каф. физики Брестского государственного технического университета.*
***Кандилян Генрик Сережаевич**, доцент каф. физики Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

$$N_{A''}(b - l\sin\Psi_A) + N_{B''}(b + l\sin\Psi_B) =$$
$$= N_{D''}(b + l\sin\Psi_D) + N_{E''}(b - l\sin\Psi_E),$$
$$N_{A''} + N_{B''} + N_{D''} + N_{E''} = mg\,. \qquad (1)$$

Недостающее четвертое уравнение может быть написано исходя из традиционных представлений, используемых в статически неопределимых задачах, и вследствие громоздкости выписывать его не будем. Полученная система уравнений (1) определяет все нормальные реакции. Заметим, что при редукции управления, когда $\Psi_A = \Psi_B = \Psi$, $\Psi_D = \Psi_E = \Psi'$, все нормальные реакции одинаковы и равны $\frac{1}{4}mg$, где m – масса системы. Векторы скоростей точек соприкосновения колес с опорой A'', B'', D'', E'', координаты x и y которых совпадают с координатами точек A', B', D', E', запишутся в виде:

$$\vec{V}_{A''} = \left(\dot{x}_C + (l\dot{\Psi}_A + R\Omega_{A'})\sin(\Psi_A + \varphi)\right)\vec{i} +$$
$$+\left(\dot{y}_C - (l\dot{\Psi}_A + R\Omega_{A'})\cos(\Psi_A + \varphi)\right)\vec{j},$$
$$\vec{V}_{B''} = \left(\dot{x}_C - (l\dot{\Psi}_B - R\Omega_{B'})\sin(\Psi_B + \varphi)\right)\vec{i} +$$
$$+\left(\dot{y}_C + (l\dot{\Psi}_B - R\Omega_{B'})\cos(\Psi_B + \varphi)\right)\vec{j},$$
$$\vec{V}_{D''} = \left(\dot{x}_C + (l\dot{\Psi}_D + R\Omega_{D'})\sin(\Psi_D + \varphi)\right)\vec{i} +$$
$$+\left(\dot{y}_C - (l\dot{\Psi}_D + R\Omega_{D'})\cos(\Psi_D + \varphi)\right)\vec{j},$$
$$\vec{V}_{E''} = \left(\dot{x}_C - (l\dot{\Psi}_E - R\Omega_{E'})\sin(\Psi_E + \varphi)\right)\vec{i} +$$
$$+\left(\dot{y}_C + (l\dot{\Psi}_E - R\Omega_{E'})\cos(\Psi_E + \varphi)\right)\vec{j}\,. \qquad (2)$$

Векторы сил трения в соответствующих точках в моменты времени, когда имеет место проскальзывание колес, запишутся в виде:

$$\vec{F}_{A''} = -\mu N_{A''}\vec{e}_{A''}, \quad \vec{F}_{B''} = -\mu N_{B''}\vec{e}_{B''},$$
$$\vec{F}_{D''} = -\mu N_{D''}\vec{e}_{D''}, \quad \vec{F}_{E''} = -\mu N_{E''}\vec{e}_{E''}, \qquad (3)$$

где, например, единичный вектор в направлении $\vec{V}_{A''}$ определяется соотношением (4).

Остальные векторы $\vec{e}_{B''}$, $\vec{e}_{D''}$, $\vec{e}_{E''}$ определяются аналогично.

Уравнения движения центра масс системы имеют вид:

$$m\ddot{x}_C = -\mu\left(N_{A''}e_{A''x} + N_{B''}e_{B''x} + N_{D''}e_{D''x} + N_{E''}e_{E''x}\right),$$
$$m\ddot{y}_C = -\mu\left(N_{A''}e_{A''y} + N_{B''}e_{B''y} + N_{D''}e_{D''y} + N_{E''}e_{E''y}\right), \qquad (5)$$

куда должны быть подставлены выражения для соответствующих проекций векторов $\vec{e}_{A''}$, $\vec{e}_{B''}$, $\vec{e}_{D''}$, $\vec{e}_{E''}$, определяемых соотношениями (4), и сил нормальных реакций, определяемых из системы (1). Уравнение динамики вращательного движения относительно оси Cz', перпендикулярной плоскости рисунка, запишется в виде:

$$I_{Cz'}\ddot{\varphi} = -\mu\Big(\left(\tilde{x}_{A''}N_{A''}e_{A''y} - \tilde{y}_{A''}N_{A''}e_{A''x}\right) +$$
$$+\left(\tilde{x}_{B''}N_{B''}e_{B''y} - \tilde{y}_{B''}N_{B''}e_{B''x}\right) +$$
$$+\left(\tilde{x}_{D''}N_{D''}e_{D''y} - \tilde{y}_{D''}N_{D''}e_{D''x}\right) +$$
$$+\left(\tilde{x}_{E''}N_{E''}e_{E''y} - \tilde{y}_{E''}N_{E''}e_{E''x}\right)\Big) \qquad (6)$$

где $I_{Cz'}$ – момент инерции системы и

$$\tilde{x}_{A''} = -(a + l\cos\Psi_A)\cos\varphi - (b - l\sin\Psi_A)\sin\varphi,$$
$$\tilde{y}_{A''} = -(a + l\cos\Psi_A)\sin\varphi + (b - l\sin\Psi_A)\cos\varphi,$$
$$\tilde{x}_{B''} = (a + l\cos\Psi_B)\cos\varphi - (b + l\sin\Psi_B)\sin\varphi,$$
$$\tilde{y}_{B''} = (a + l\cos\Psi_B)\sin\varphi + (b + l\sin\Psi_B)\cos\varphi,$$
$$\tilde{x}_{D''} = -(a + l\cos\Psi_D)\cos\varphi + (b + l\sin\Psi_D)\sin\varphi,$$
$$\tilde{y}_{D''} = -(a + l\cos\Psi_D)\sin\varphi - (b + l\sin\Psi_D)\cos\varphi,$$
$$\tilde{x}_{E''} = (a + l\cos\Psi_E)\cos\varphi - (-b + l\sin\Psi_E)\sin\varphi,$$
$$\tilde{y}_{E''} = (a + l\cos\Psi_E)\sin\varphi + (-b + l\sin\Psi_E)\cos\varphi\,.$$

Полученная система уравнений (5)-(6) определяет динамику поведения робота, т.е. зависимости $x_C(t)$, $y_C(t)$, $\varphi(t)$ при задании соответствующих начальных условий и вида управляющих функций. Некоторое упрощение системы достигается в режимах медленного управления, когда, например, $l\dot{\Psi}_A \ll R\Omega_{A'}$ и т.д. Отметим, что в режимах, когда скорость соответствующей точки касания равна нулю, выражение для силы трения, записанное в виде равенства, заменяется неравенством. Однако в силу того, что соответствующее множество точек фазового пространства имеет меру нуль, при численном решении проверять выполнение условий равенства нулю скоростей нет необходимости. Разумеется, можно легко учесть в рассматриваемой модели и случай зависимости коэффициента трения от скорости соответствующей точки контакта колеса. Анализ поведения системы в различных режимах управления проводится с помощью системы *Mathematica*. Особый интерес представляют задачи редукции управления, т.е. обеспечение заданных траекторий характеристик меньшим набором управляющих функций, а также обычные задачи оптимального управления с оптимизацией по мощностям, моментам сил и энергетическим характеристикам.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Л.С.Понтрягин, В.Г.Болтянский, Р.В.Гамкрелидзе, Е.Ф.Мищенко. Математическая теория оптимальных процессов. 3-е изд. – М.: Наука, 1976. – 392 с.

$$\vec{e}_{A''} = \frac{\vec{V}_{A''}}{V_{A''}} = \frac{\left(\dot{x}_C + (l\dot{\Psi}_A + R\Omega_{A'})\sin(\Psi_A + \varphi)\right)\vec{i} + \left(\dot{y}_C - (l\dot{\Psi}_A + R\Omega_{A'})\cos(\Psi_A + \varphi)\right)\vec{j}}{\left[\left(\dot{x}_C + (l\dot{\Psi}_A + R\Omega_{A'})\sin(\Psi_A + \varphi)\right)^2 + \left(\dot{y}_C - (l\dot{\Psi}_A + R\Omega_{A'})\cos(\Psi_A + \varphi)\right)^2\right]^{1/2}} = e_{A''x}\vec{i} + e_{A''y}\vec{j} \qquad (4)$$