Поскольку топливо, рассматриваемое в данной работе, имеет достаточно низкое значение вязкости, равное 0.001, и сравнительно большое давление, принимаем характер нашего течения турбулентным. Выбор между ламинарностью и турбулентностью определяется критерием Рейнольдса, который задает соотношение инерционных сил и сил внутреннего трения (соотношение инерционного переноса и вязкостного переноса). Результаты расчетов приведены на рисунке 3.

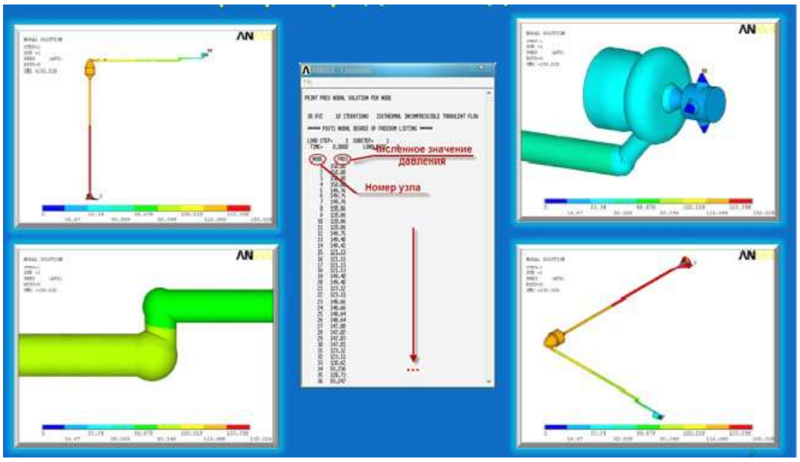

Рисунок 3 – Результаты расчета форсунки автомобиля МАЗ

Полученные данные позволяют делать выводы о конструктивных особенностях системы и оценивать ее прочностные характеристики.

Список цитированных источников

1. Федорович, С.А. Получение полей скорости и давления составляющей системы питания двигателя автомобиля МАЗ / Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследования: сб. материалов XIII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов ч.1. – Гомель: ГГУ им. Скорины, 2010. – С. 192-193

УДК 519.852

АЛГОРИТМЫ ГЕНЕРАЦИИ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С НАПЕРЕД ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ

Филиппова М.В.

УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», г. Гродно

Научный руководитель – Будько О.Н., канд. физ.-мат. наук, доцент

Задача линейного программирования (ЗЛП) подробно изучена в многочисленной литературе, хорошо известны её практические приложения (задача определения оптимального плана производства, раскроя материалов, составления оптимальной смеси и др.). Проблема построения ЗЛП с наперед заданными свойствами является в определенном смысле обратной задачей: по выбранному типу элементов задачи и решения генерируется один из вариантов такой задачи. Для генерации можно использовать датчик случайных чисел.

Постановка задачи. Разработать алгоритмы для генерации ЗЛП с наперед заданными свойствами в случае двух переменных (n = 2). Задача генерируется в виде (1):

$$f(x_1,x_2) = c_1x_1 + c_2x_2 \to extr$$

$$\begin{cases} a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 \le b_i\ ,\ i = \overline{1,m_1} \\ a_{k,1}x_1 + a_{k,2}x_2 \ge b_k\ ,\ k = \overline{m_1+1,m} \end{cases} \qquad (1)$$

Здесь a_{ij} , b_i, c_j –сформированные постоянные величины.

Общий алгоритм. Общий алгоритм построения ЗЛП с наперед заданными свойствами состоит из следующих этапов:

1. Выбор типа области допустимых решений (ОДР):

a) ограниченное множество;
b) неограниченное множество;
c) пустое множество.

2. Задание количества угловых точек ОДР (m).
3. Построение (генерация) ОДР.
4. Выбор типа решения:

a) единственное решение;
b) множество решений;
c) целевая функция (ЦФ) неограниченно возрастает (убывает);
d) множество решений пусто.

5. Построение (генерация) целевой функции.
6. Приведение ЗЛП к общей форме (1).

Обсуждение алгоритма. В основу алгоритмов построения ЗЛП положены свойства ЗЛП, идеи графического метода решения [2, с. 52-53], некоторые идеи из вычислительной геометрии [3, с. 120-121] и параметрического программирования [1, с. 193-194].

Задачи удобно генерировать в виде массивов координат угловых точек ОДР: X [i], Y [i], $i = \overline{1, m}$, а затем приводить их к виду (1).

Для каждого из типов ОДР (см. п. 1 алгоритма) характерны определенные типы решения.

При ограниченной ОДР решение ЗЛП может находиться в угловой точке многоугольника или на отрезке. Значит, существует две возможности выбора типа решения:

a) единственное решение;
b) множество решений.

При неограниченной ОДР решение ЗЛП может находиться в угловой точке множества, на отрезке (луче) или решение не существует: ЦФ неограниченно возрастает (убывает). В этом случае существует три возможности выбора типа решения:

a) единственное решение;
b) множество решений;
c) не существует решений.

Выбранный тип решения используется при генерации ОДР и коэффициентов ЦФ.

Построение (генерация) ОДР. Общей частью алгоритма является вычисление и проверка на знак определителя для трех подряд идущих точек: P_{i-1}, P_i , P_{i+1} (2):

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} x_{i-1} & y_{i-1} & 1 \\ x_i & y_i & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \end{vmatrix}, \qquad (2)$$

где x_i, y_i – координаты точек.

Если Д$_i$ =0 – три точки лежат на одной прямой. Третью точку необходимо сгенерировать заново. Если Д$_i$ <0 – имеем правосторонний поворот, если Д$_i$ >0 –левосторонний поворот. Поворот (направление обхода) можно зафиксировать, а можно выбрать по первой тройке точек. Например, если выбрать обход по часовой стрелке, тогда случай Д$_i$>0 не подходит. Необходимо отбросить последнюю точку и сгенерировать новую, пока не будет выполнено условие Д$_i$<0.

Примеры показывают, что нахождение определителя трех подряд идущих точек не гарантирует выпуклость строящейся ОДР. Необходимо вычислять все определители с текущей точкой k ($\Delta_{i,i+1,k}$, $i = \overline{1,k-2}$).

По сгенерированным точкам находим уравнения прямых. Из канонического уравнения прямой получаем следующие формулы (3):

$$a_{i,1} = \frac{1}{x_{i+1}-x_i}, \quad a_{i,2} = -\frac{1}{y_{i+1}-y_i}, \quad b_i = \frac{x_i}{x_{i+1}-x_i} - \frac{y_i}{y_{i+1}-y_i}, \quad i = \overline{1,m}, \qquad (3)$$

где a_{ij} , b_i,– заданные постоянные величины;

где x_i, y_i – координаты точек.

Найденные уравнения прямых образуют систему ограничений. Необходимо определить, какой знак имеет каждое неравенство: больше или равно (≥) или меньше или равно (≤). Для этого необходимо сделать предположение в отношении определенного знака, а затем проверить правильность нашего предположения. Поэтому необходимо выбрать любую точку на координатной плоскости, не принадлежащую прямой, а принадлежащую полуплоскости (например, предыдущую по отношению к прямой точку (x_{i-1}, y_{i-1})), и подставить ее координаты в неравенство. Если неравенство будет выполняться, то данная точка является допустимым решением и знак неравенства выбран правильно. Иначе неравенство будет иметь противоположный знак. И так для каждого неравенства.

Построение (генерация) ЦФ. В ЗЛП с заранее заданными свойствами мы сами выбираем, в какой точке или на каком отрезке будет находиться решение задачи.

Если задача имеет единственное решение, необходимо задать уравнение прямой, проходящей через эту точку. Разрешающая прямая (линия уровня) может находиться в интервале между прямыми, пересечением которых является данная точка, но не совпадать с ними, т. е. вектор-градиент может менять направление в некотором интервале [б; в] между этими прямыми.

Если задача имеет множество решений, то линия уровня ЦФ будет параллельна прямой, на которой будут находиться решения. Поэтому ЦФ может иметь такие же коэффициенты при неизвестных, как и уравнение прямой, на которой находится решение, или коэффициенты, умноженные на коэффициент пропорциональности k. Затем выбирается направление изменения ЦФ.

Полученные результаты и применение. В работе кратко представлены разработанные алгоритмы генерации задач линейного программирования с наперед заданными свойствами. Результаты работы будут использованы в учебном процессе при разработке учебно-методических материалов по разделу «Линейное программирование» (индивидуальных и тестовых заданий, контрольных работ и др.), для разработки соответствующего программного обеспечения.

Список цитированных источников

1. Акулич, И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах/ И.Л. Акулич – М.: Высш.шк., 1986. – 319 с.
2. Костевич, Л.С. Математическое программирование. Информационные технологии оптимальных решений: учебное пособие / Л.С. Костевич. – Минск: Новое знание, 2003. – 424 с.
3. Препарата, Ф. Вычислительная геометрия: Введение; пер. с англ. / Ф. Препарата, Ф. Шеймос – М.: Мир, 1989. – 478 с.