

Увеличение плотности тока от 0,5 до 10 мА/см<sup>2</sup> при одинаковой скорости движения воды в электролизере повышало эффективность обескислороживания (табл. 2). При увеличении плотности тока согласно закону Фарадея возрастает скорость процессов электрохимического растворения алюминиевого анода и водородной деполяризации на катоде.

С увеличением плотности тока резко возрастают энергетические затраты на обескислороживание воды (табл. 2). Приемлемой величиной плотности тока следует считать 1-2 мА/см<sup>2</sup>. Так, при плотности тока 2 мА/см<sup>2</sup> и расходе воды 60 дм<sup>3</sup>/ч затрачивается 0,05 кВт·ч электроэнергии на 1 м<sup>3</sup> воды; концентрация кислорода при этом снижается примерно в 3 раза.

Таким образом, электрохимическая очистка воды в электролизере с алюминиевым анодом обеспечивает эффективное

удаление кислорода из воды, а при повышенных расходах электроэнергии и электродного материала достигается полное его удаление. Обескислороживание возрастает с повышением температуры воды и дозы алюминия. Увеличение скорости движения воды относительно поверхности электродов приводит к ухудшению процесса обескислороживания. Приемлемой величиной плотности тока следует считать 1-2 мА/см<sup>2</sup>.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Кульский Л.А. Основы химии и технологии воды. – К.: наук. Думка, 1991. – 568 с.
2. Яловая Н.П., Строкач П.П. Экология и гидрохимия. Словарь – справочник: Справ. пособие. – Брест: БГТУ, 2002. – 244 с.

УДК 681.3

Ашаев Ю.П., Ашаев С. Ю.

## ТЕРРИТОРИАЛЬНО - РАССРЕДОТОЧЕННЫЕ СИСТЕМЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ВСКРЫТИЯ ШАХТНЫХ ПОЛЕЙ

Введение нового понятия “территориально – рассредоточенные системы”, позволяет связать воедино методы различных наук, таких как вычислительная геометрия, теория графов, картография, геодезия, системный анализ сетей, математическое программирование и теория оптимизации при решении различных задач, главной отличительной особенностью которых является их пространственная привязка к единой системе координат. Формализуя данную область знаний, под территориально - рассредоточенными системами авторы понимают такие системы, которые функционируют в единой системе координат и описываются параметрами и функциями, характеризующими как сами элементы системы, так и характер взаимосвязи между ними. Использование методов различных научных направлений в их единой взаимосвязи при анализе и проектировании подобных систем позволит сократить размерности решаемых задач, исключить из рассмотрения заведомо бесперспективные варианты, разработать новые подходы к решению традиционных задач.

Введем некоторые понятия, позволяющие в дальнейшем описать территориально - рассредоточенные системы.

Область (**D**) – это то пространство, в пределах которого функционирует и описывается территориально - рассредоточенная система. Область имеет границу (**G**), характеризующую ее пространственное расположение. Границы области могут задаваться или строиться по определенным закономерностям  $F = F_G(x, y)$

Районы (**R<sub>j</sub>**)– это участки, на которые территориально может быть разбита вся область или ее часть, и которые обязательно находятся в границах области. Каждый район имеет свой контур (**K<sub>j</sub>**). В общем случае районы не должны пространственно пересекаться между собой. Каждый контур также или задается или формируется в соответствии с заданными закономерностями  $F_j = F_j^K(x, y)$ . В границах области **D** может быть **J** районов. Для районов должно выполняться условие. Сумма площадей всех районов  $S_{R_j}$  не должна превышать площади  $S_a$  области (**D**).

$$\sum S_{R_j} \leq S_a, \quad j \in \overline{1, J}.$$

Зона (**Z<sub>i</sub>**)– это пространство в границах области, ограниченное бровкой (**B<sub>i</sub>**). Зона обычно развивается по законам функционирования системы, что выражается изменением положения бровки в пространстве  $F_i = F_i^B(x, y)$ .

Пространственное положение и геометрическая конфигурация границы, контура и бровки может задаваться или моделироваться в соответствии с определенными закономерностями. Иногда первоначальное положение границы, контура и бровки задается, а в последующем моделируется согласно заданным закономерностям.

Пространство, определяющее область, район и зону, описывается функциями в рамках границы, контура и бровки

$$F = F_D(x, y); \quad F = F_j^K(x, y); \quad F = F_i^Z(x, y).$$

Характер этих функций может быть различен. Функция может быть представлена:

- константой;
- набором констант;
- функциональной зависимостью значения параметра от его пространственного местоположения;
- набором функциональных зависимостей значений параметра от пространственного местоположения.

В зависимости от размерности, территориально - рассредоточенные системы могут быть одномерными, двухмерными (на плоскости) и трехмерными (в пространстве). Процессы, которые функционируют в рамках территориально – рассредоточенных систем, предопределяют их разбиение на стационарные (когда значение функции **F** однозначно привязано к положению в пространстве) и динамические (когда значения функции **F** изменяются как в пространстве, так и во времени).

При моделировании территориально - рассредоточенных систем используется математический аппарат, оперирующий дискретными, аналитический или дискретно- аналитическими величинами. В зависимости от этого все рассматриваемое пространство представляется или непрерывным, или имеющим дискретную сеточно – узловую структуру.

Ашаев Юрий Павлович, к.т.н., доцент каф. информатики и прикладной математики Брестского государственного технического университета.

Ашаев Сергей Юрьевич, студент электронно-механического факультета Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Достоверность результатов задач, решаемых на основе территориально – рассредоточенных систем, в значительной степени зависит от достоверности исходных данных и адекватности задаваемых функциональных зависимостей. Если значения исходных данных характеризуются некоторой погрешностью или низкой достоверностью, то в функциях может учитываться вероятностно - статистический характер их значений. Кроме того, вероятностно- статистический анализ значений исходных данных позволяет из набора функциональных зависимостей, описывающих область район или зону, выбрать зависимости, обеспечивающие получение более достоверных результатов. Анализ природы и пространственного распределения исходных данных позволяет выявить участки, характеризующиеся различной степенью достоверности значений исходных данных, и тем самым выдавать научно – обоснованные рекомендации по дальнейшему изучению и исследованию территориально – рассредоточенных систем. Поэтому по мере пополнения исходных данных, более глубокого изучения процессов функционирования территориально – рассредоточенных систем, задачи могут и должны решаться заново, обеспечивая получение более достоверных результатов. Этот процесс вполне отражает существующую практику описания функционирования реальных систем. Сначала решаются задачи проектирования систем на базе имеющегося ограниченного объема данных, а затем по мере более детального изучения системы или в процессе функционирования системы решаются задачи эксплуатационного характера на более достоверных данных.

Территориально – рассредоточенные системы могут оперировать данными 3-х типов: количественные; качественные; ранговые. Над количественными данными можно производить различные вычисления и они описывают количественную меру величины. Качественные данные характеризуют какой либо признак элемента или величины (цвет, разновидность, тип и т.д.). Качественные данные могут выражаться символьной величиной или кодироваться в виде числа. Ранговые данные обычно представляют набор групп, характеризующих элемент или величину (сорт, коэффициент крепости пород по Протодяконову и т.д.). При использовании ранговых данных главным является указание значения признака (границы) при разбиении данных на ранги.

Как правило, результаты решения задач на основе территориально – рассредоточенных систем, могут быть представлены не только аналитически или таблично, но и в графической форме в виде карт, планов, разрезов.

Территориально – рассредоточенные системы ориентированы на класс реально существующих задач из различных областей. В зависимости от сферы применения территориально - рассредоточенных систем их можно разбить на следующие направления: социального назначения; технического назначения; производственного назначения; экономического назначения; экологического назначения; системы недропользования; геотехнические системы; системы, описывающие экстремальные ситуации и т. д.

Рассмотрим задачу проектирования вскрытия шахтного поля с позиций методологии территориально – рассредоточенных систем.

В общем виде задачу проектирования вскрытия шахтного поля можно сформулировать следующим образом. Построить оптимальную сеть вскрывающих выработок, характеризующихся сечением, креплением, применяемым видом транспорта, грузопотоками, обеспечивающих производственную мощность шахты по руде при минимальных капитальных вложениях и эксплуатационных затратах. Таким образом, при проектировании необходимо решить широкий круг взаимосвязанных технико –экономических задач:

- определить способ вскрытия;

- определить место заложения шахтного ствола;
- сконструировать оптимальную сеть вскрывающих выработок на горизонте, определив число и расположение горно-капитальных выработок в пространстве;
- рассчитать величину грузопотоков горной массы;
- рассчитать оптимальное сечение и крепление горно-капитальных выработок;
- выбрать и обосновать вид транспорта и др.

Причем выбранный вариант технического решения с экономической точки зрения должен обеспечивать минимум капитальных вложений и текущих эксплуатационных затрат.

Основная идея решения подобных задач сводится к синтезированию оптимальной схемы вскрывающих выработок из общей сети, включающей в себя наиболее полный набор технически допустимых вариантов. Задача синтеза интерпретируется экономико – математической моделью выделения на мультиграфе частичного подграфа, определяющего оптимальную сеть  $G=(Y, V)$  вскрывающих выработок, осуществляющую выполнение необходимых технологических функций с наименьшими затратами [1].

В качестве критерия можно принять следующую целевую функцию

$$\min \sum_{ijk} f_{ijk} (x_{ijk}^1, x_{ijk}^2, \dots, x_{ijk}^n) = \sum_{(ijk) \in V} f_{ijk} (x_{ijk}^1, x_{ijk}^2, \dots, x_{ijk}^n) \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq x_{ijk}^1 \leq r_{ijk}^1 \\ \dots \dots \dots \\ 0 \leq x_{ijk}^n \leq r_{ijk}^n \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_j \sum_k x_{ijk}^1 - \sum_j \sum_k x_{jik}^1 = 0 \\ \dots \dots \dots \\ \sum_j \sum_k x_{ijk}^n - \sum_j \sum_k x_{jik}^n = 0 \end{aligned} \right\} i \in \{i / d_i = 0\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_j \sum_k x_{ijk}^1 = d_i^1 \\ \dots \dots \dots \\ \sum_j \sum_k x_{ijk}^n = d_i^n \end{aligned} \right\} i \in \{i / d_i \neq 0\} \quad (4)$$

где  $x_{ijk}^1, \dots, x_{ijk}^n$  - грузопотоки  $n$ -го вида груза (горной массы) для каждой  $ij$ -ой выработки при  $k$ -ом варианте сочетания в ней параметров (различные сечения, типы транспорта и т. п.) из общего количества сочетаний  $K, k \in [1, K]$ ;

$r_{ijk}^1, \dots, r_{ijk}^n$  - пропускная способность для  $n$ -го вида груза  $ij$ -ой выработки при  $k$ -ом сочетании в ней параметров;

$d_i^1, \dots, d_i^n$  - интенсивность (производительность)  $i$ -го источника по  $n$ -ому виду груза.

$f_{ijk} (x_{ijk}^1, \dots, x_{ijk}^n)$  - стоимостная функция, зависящая от потоков  $n$ -го вида груза по  $ij$ -ой выработке.

Ограничения (2) определяют условие, что величина грузопотоков  $x_{ijk}^1, \dots, x_{ijk}^n$  не должна превышать соответствующих пропускных способностей  $r_{ijk}^1, \dots, r_{ijk}^n$ .

Ограничения (3) выражают условие непрерывности потока. Для вершин с нулевой интенсивностью  $d_i=0$  количество

входящего в вершину  $i$  потока  $\sum_j \sum_k x_{ijk}$  равно исходящему

из нее потоку  $\sum_j \sum_k x_{jik}$ .

Ограничения (4) характеризуют вершины источники ( $d_i > 0$ ) или вершины стоки ( $d_i < 0$ ).

В качестве критерия можно использовать функцию

$$F_i = C_i^{nod} + C_i^{mp} + a(K_i) + E_n(C_i^{np} + C_i^{ob}), \quad (5)$$

где  $C_i^{nod}$  - текущие затраты на поддержание горных выработок;

$C_i^{mp}$  - текущие затраты на перемещение груза (горной массы);

$a(K_i)$  - амортизационные отчисления;

$E_n$  - нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений;

$C_i^{np}$  - капитальные затраты на проведение горных выработок;

$C_i^{ob}$  - капитальные затраты на приобретение оборудования и его монтаж.

Наиболее распространенным методом решения подобных задач является метод синтеза оптимальной топологии схемы вскрытия на сформированной базисной сети, включающей наиболее полный перечень возможных и технологически допустимых сочетаний фрагментов вскрывающихся выработок в геологическом пространстве. Задача синтеза, интерпретируемая экономико-математической моделью (1)-(4), сводится к выделению на мультиграфе оптимального частного подграфа. В качестве критерия оптимальности при этом принимаются экономические критерии: капитальные, текущие, приведенные затраты и т.д. Для реализации модели (1)-(4) разработан метод и алгоритм синтеза сетей, который подробно рассмотрен в работе [2]. Такой подход обладает рядом существенных достоинств, основным из которых является получение комплексного решения, позволяющего выявить не только оптимальный подграф, но и технические характеристики вскрывающихся выработок (сечение, грузопотоки, вид транспорта). Но с точки зрения авторов данной статьи такой подход не обеспечивает получение строго оптимального решения, так как формирование мультиграфа производится субъективно и в значительной мере зависит от опыта и квалификации проектировщика. Практически построение мультиграфа это операция не свойственная проектировщику, требующая от него значительных трудозатрат, знаний и навыков, не сочетающихся с его профессиональной деятельностью. Кроме того, вследствие принятия ложного варианта формирования мультиграфа или исключения из рассмотрения оптимального варианта, что является более вероятным, вся эффективность оптимизационных расчетов может свестись к нулю и привести к значительным перерасходам денежных средств. Очевидно, что данные причины и являются основным камнем преткновения для практического внедрения данного метода.

Исключить данное противоречие в какой-то мере позволяет использование методологии территориально – рассредоточенных систем. Основной и очевидно неоспоримый тезис, который должен быть положен в основу построения мультиграфа является утверждение, что структура мультиграфа должна определяться в первую очередь объективными причинами, и прежде всего пространственным распределением запасов полезного ископаемого в недрах, а не зависеть от субъективных факторов. Только в этом случае удастся избежать ошибок в проектировании вскрытия шахтных полей. Так как распределение запасов полезного ископаемого имеет жесткую координатную привязку, то к решению данной зада-

чи можно применить методологию территориально – рассредоточенных систем. Причем использование методологии территориально – рассредоточенных систем ни в коей мере не противоречит возможности применения в дальнейшем рассмотренного выше метода синтеза оптимальной сети вскрывающихся выработок, а лишь позволяет построить научно – обоснованную оптимальную структуру мультиграфа, для дальнейшего получения оптимального решения.

Предлагаемая авторами идея формирования мультиграфа базируется на ряде утверждений.

1. В отработку должны быть вовлечены разведанные запасы месторождения, что предопределяет их предварительный подсчет по данным разведочного бурения;
2. Формирование мультиграфа сети вскрывающихся выработок должно базироваться на результатах оценки и подсчета запасов, однозначно определяющих местоположение, объемы и качественные характеристики горной массы, подлежащей отработке;
3. Основным критерием при формировании мультиграфа сети вскрывающихся выработок является обеспечение минимального суммарного расстояния между рудными блоками, подлежащими отработке и выемке. То есть топология мультиграфа сети вскрывающихся выработок должна соответствовать минимуму значений сумм длин ребер мультиграфа, что обеспечивает минимизацию затрат на транспортирование горной массы.
4. Место заложения шахтного ствола должно выбираться из условия минимального суммарного объема грузопотоков от рудных блоков, подлежащих отработке до шахтного ствола.

Вышеперечисленные этапы легли в основу предлагаемого алгоритма формирования оптимального мультиграфа сети вскрывающихся выработок шахтного поля. Данные геологического опробования на горизонте отработки в плане представляют набор точек опробования, каждая из которых кроме координат  $\{X, Y\}$  характеризуется значениями геологических параметров ( мощность рудного пласта, содержание полезных и вредных компонентов, объем руды и горной массы и т.д.). При такой постановке для получения этих данных наиболее целесообразным является применение метода ближайшего района (метод Болдырева). Так как данный метод позволяет не только получить значения объемно-качественных характеристик горной массы, но и осуществить привязку этих данных в пространстве. Метод Болдырева при его математической формализации соответствует задачи близости, относящейся к области вычислительной геометрии [3].

Суть данной задачи состоит в следующем. В области  $D$ , ограниченной границей  $G$ , имеется  $M$  точек наблюдения, положение которых в плане определено координатами

$$\{P_1(x_1', y_1'); P_2(x_2', y_2'); \dots; P_M(x_M', y_M')\}$$

Разбить область  $D$  на  $M$  районов, удовлетворяющих следующему условию. Любая точка  $q$ , лежащая в границах участка  $m$ , должна быть ближе к точке наблюдения с координатами  $P_m(x_m', y_m')$ , чем к любой другой точке наблюдения

$$\text{dist}(q, P_m) = \min \text{dist}(q, P_p) \quad p=1,2,\dots,m-1,m+1,\dots,M$$

Если отсутствует граница  $G$ , ограничивающий область  $D$ , или технологически затруднено его однозначное выделение, то в этом случае предусмотрен алгоритм, позволяющий в автоматизированном режиме построить выпуклый замкнутый контур, проходящий через граничные точки и включающий все  $M$  точек наблюдения. Алгоритм данной задачи основан на свойстве аналитической геометрии, суть которого заключается в том, что координаты точек  $(x, y)$ , подставленные в уравнение прямой обеспечивают знакпостоянство этого уравнения, если эти точки расположены по одну сторону от

прямой. Если уравнение прямой представить через декартовы координаты двух точек на плоскости, то по отношению к этой прямой все остальные точки можно разбить на три группы: лежащие слева от прямой; лежащие на прямой; лежащие справа от прямой. В итоге из всей совокупности  $M$  точек можно выбрать две, которые позволяют построить прямую, по отношению к которой все остальные точки расположить по одну сторону. Совокупность таких точек образует замкнутый выпуклый контур, ограничивающий все рассматриваемые точки на плоскости.

Разбиение области (горизонта отработки) на районы (участки ближайшего района) соответствует так называемой диаграмме Вороного (рис.1) [1]. Диаграмма Вороного, полученная в процессе подсчета запасов по методу Болдырева, позволяет перейти к построению структуры мультиграфа сети вскрывающих выработок. Математическая формализация данной задачи заключается в построении Евклидова минимального остовного дерева (ЕМОД), приведенного на рис.2. Суть ЕМОД заключается в построении дерева, вершинами которого являются точки опробования, а суммарная длина всех ребер графа минимальна.

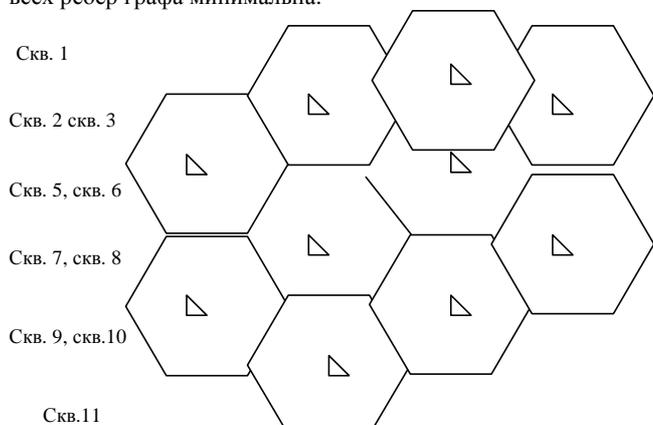


Рис. 1. Группировка запасов на рабочем горизонте по методу Болдырева, формирование диаграммы Вороного.

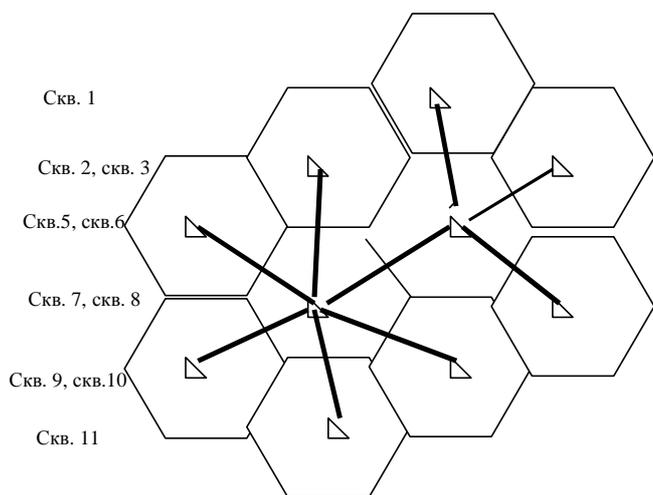


Рис. 2. Формирование Евклидова минимального остовного дерева.

Преобразование дерева в граф осуществляется путем введения фиктивной вершины, объединяющей все стоки. Каждая вершина графа характеризуется объемом руды или горной массы, сосредоточенным в блоке, и качественными характеристиками полезного ископаемого. Фактически ЕМОД это оптимальный граф сети вскрывающих выработок для отработываемого горизонта, оптимальность которого обоснована строго математически. Ребро графа представляет вскрывающую выработку, причем результат решения данной задачи предопределяет выдачу точных маркшейдерских координат проходки каждой выработки. Так как каждый  $i$ -ый подсчетный геологический блок, определенный по методу Болдырева, характеризуется координатами центральной точки  $(X_i; Y_i)$  и объемами полезного ископаемого  $(V_i)$ , то ее можно рассматривать в плане (на рабочем горизонте) как точку, с массой равной объему полезного ископаемого. Такой подход позволяет рассчитать координаты центра тяжести системы материальных точек по формулам

$$x_c = \frac{\sum x_i v_i}{\sum v_i}; y_c = \frac{\sum y_i v_i}{\sum v_i}$$

Координаты  $(X_c; Y_c)$  определяют координаты заложения шахтного ствола на рабочем горизонте. Если аналогично рассчитать координаты точек для заложения шахтного ствола на каждом рабочем горизонте то по формулам, аналогичным вышеприведенным, можно рассчитать наиболее рациональные координаты местозаложения вертикального шахтного ствола для всех рабочих горизонтов.

Достоинством предложенной методики является то, что методика позволяет по мере уточнения данных о структуре и качественных характеристиках горного массива повторно решать задачу обоснования топологии сети вскрывающих выработок при рассмотрении вопросов ее развития. Такой подход позволяет использовать данную методику как при проектировании новых рудников, так и при реконструкции действующих. Последующие задачи определения и обоснования сечений вскрывающих выработок и вида транспорта, решаются на сформированной сети вскрывающих выработок с учетом производительности рудника и заданных календарных объемах добычи полезного ископаемого. При этом граф преобразуется в мультиграф, для которого могут успешно использоваться апробированные методики проектирования вскрытия шахтных полей [1, 2].

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Данилина Г. П., Лисенков А.А., Эйдензон В.Я., Мосин Е.Ф. Автоматизация проектирования подземных рудников.– Алма-Ата: Наука, 1990 – 256с.
2. Цой С., Данилина Г.П. Синтез оптимальных сетей горных выработок – Алма-Ата: Наука, 1969 – 212 с
3. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: Введение: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989 – 478 с.
4. Шикин В.В., Боресков А. В. Компьютерная графика. Полигональные модели. – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 2001 – 464с.
5. Ашаев Ю.П., Ашаев С. Ю. Территориально – распределенные системы. Компьютерная математика в фундаментальных исследованиях и образовании. Тез. Докл. III Междунар. Научн. Конф. – Мн.: БГУ, 2002 – 92 с.