

Рис. 5 – Зависимость безразмерного коэффициента затухания q/q_{∞}^{class} от безразмерной частоты χ при разных значениях параметра n_* : 1 - $n_* = 0.1$; 2 - $n_* = 0.5$; 3 - $n_* = 1$; 4 - $n_* = 1.5$.

На рис.5 показана зависимость q/q_{∞}^{class} от χ при разных параметрах n_* , где q_{∞}^{class} - предельный коэффициент затухания тепловых модификаций упругих волн в классической и обобщенной теориях термоупругости ($q_{\infty}^{class} = \epsilon \omega_* / 2c_1$, ϵ - коэффициент связности, для стали $\epsilon = 0.0114$ [4]). В общем

УДК 539.16:574

Поляченко А.Н., Э. Клемт, Г. Цибольд, Гладыщук А.А., Поляченко В.В.

ДАТИРОВАНИЕ РАДИОАКТИВНЫХ ОСАДКОВ МЕТОДОМ ^{210}Pb

ВВЕДЕНИЕ

Изотоп радия (период полураспада 1622 лет) распадается на инертный газ ^{222}Rn (период полураспада 3,83 дней). Который, в свою очередь, через серию короткоживущих изотопов (рис.1) распадается на ^{210}Pb (период полураспада 22,26 лет). Часть атомов ^{222}Rn образованного при распаде ^{226}Ra в почве, извлекается посредством диффузии с поверхности земли и проходит процесс распада до ^{210}Pb в атмосфере. Последний, выпадает из атмосферы обратно на поверхность земли, дно рек и озер. Попав в озеро, ^{210}Pb постепенно, в зависимости от скорости осаждения, оседает на дно[1-3].

Удельная активность ^{210}Pb имеет две компоненты, Supported (поддерживаемый) ^{210}Pb – это та часть, которая образуется при распаде ^{222}Rn в грунте и Unsupported ^{210}Pb (неподдерживаемый остаток) – это та часть, которая образуется в атмосфере и выпадает на землю под воздействием метеорологических факторов. Таким образом, при непосредственном измерении удельной активности ^{210}Pb в осадках мы получим удельную активность всего ^{210}Pb (Total ^{210}Pb):

$$A_{TOTAL} = A_{SUPPORTED} + A_{UNSUPPORTED}$$

В отсутствие осаждения ^{210}Pb и ^{226}Ra находились бы в радиоактивном равновесии, поэтому, концентрацию Supported ^{210}Pb можно оценить по концентрации ^{226}Ra (или по концентрации его дочерних ядер ^{214}Pb , ^{214}Bi) в грунте. Концентрация Unsupported ^{210}Pb определяется разницей между концентрацией Total ^{210}Pb и Supported ^{210}Pb .

Поляченко Анна Николаевна. Стажер Fachhochschule Ravensburg-Weingarten, University of Applied Sciences

Клемт Экехард. Профессор, доктор Fachhochschule Ravensburg-Weingarten, University of Applied Sciences.

Цибольд Грегор. Профессор, доктор Fachhochschule Ravensburg-Weingarten, University of Applied Sciences.

Fachhochschule Ravensburg-Weingarten, University of Applied Sciences, 88241 Weingarten, Germany

Гладыщук Анатолий Антонович. Зав. каф. физики Брестского государственного технического университета.

Поляченко Валерий Валерьевич. Преподаватель-стажер каф. физики Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Физика, математика, химия

случае тепловая волна в теории теплопроводности с релаксацией теплового потока быстрее затухает по сравнению с выше указанными типами волн, причем коэффициент затухания при различных значениях n_* заметно изменяется в окрестностях характеристической частоты ω_* ($\chi = 1$).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Chadwick P. Progress in solid mechanics. Thermoelasticity. The dynamical theory. Amsterdam: Pub. Co. Vol. 1. 1961.
2. Семерак Ф. В. Исследование гармонических волн в термоупругих средах с учетом конечной скорости распространения тепла// Математические методы и физико-механические поля, 1975, Т. 1, С. 69—76.
3. Энгельбрехт Ю. К. Моды распространения одномерных волн в неограниченной термоупругой среде с конечной скоростью распространения тепла// Изв. АН ЭССР. Сер. физ.-мат. наук, 1973, Т. 22, № 2, С. 188—195.
4. Шашков А. Г., Бубнов В. А., Яновский С. Ю. Волновые явления теплопроводности. Мн. 1993.
5. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. С. Теория волн. М., 1990.
6. Banarjee D. K., Pao Yih-Hsing. Thermoelastic waves in anisotropic solids// J. Acoust. Soc. Am. 1974. Vol. 56. No. 5. Pp. 1444—1454.

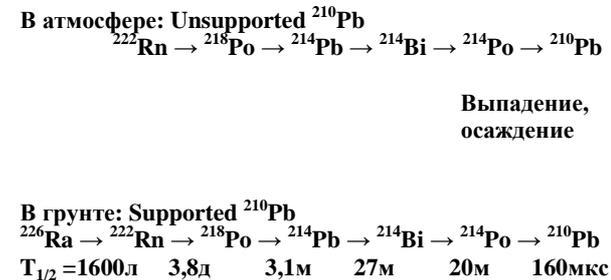


Рис. 1 – Последовательность радиоактивного распада ^{226}Ra в атмосфере и грунте.

Для расчёта возраста осадков использовались две модели. CIC (Constant initial concentration) и CRS (Constant rate supply) модель [4,5,7]. CIC модель предполагает постоянную начальную концентрацию Unsupported ^{210}Pb на единицу сухой массы на каждой стадии накопления, не учитывая изменения в скорости накопления. Это значит, что удельная активность спадает экспоненциально с течением времени:

$$C = C(0) \cdot \exp(-\lambda \cdot t),$$

поэтому возраст осадков, учитывая постоянную начальную концентрацию Unsupported ^{210}Pb , можно рассчитать следующим образом:

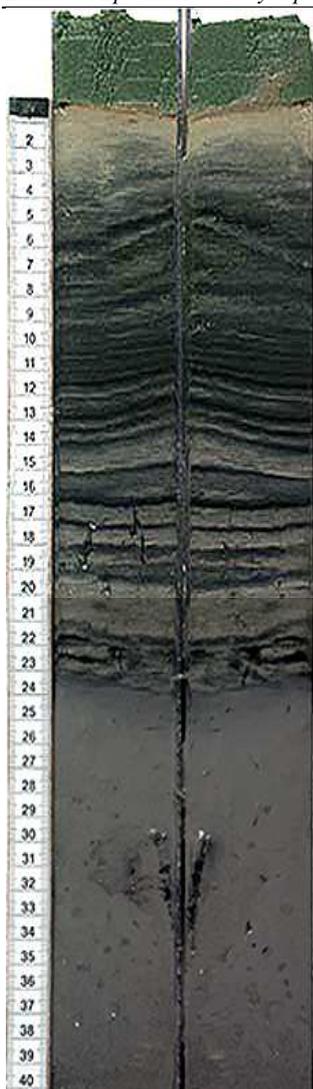


Рис. 2 – Проба донных осадков с озера Бодензее (Германия)

$$t(x) = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{C(0)}{C(x)},$$

где $C(0)$ это начальная удельная активность в Бк/кг, $C(x)$ удельная активность в слое осадков на глубине x и k постоянная радиоактивного распада для ^{210}Pb равная

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{22.26} = 0.03114 \text{ лет}^{-1}$$

И хотя постоянная начальная концентрация ^{210}Pb обычно только лишь грубое приближение, СИС-модель очень часто дает достаточно хорошую оценку для соотношения между возрастом осадков и глубиной залегания, особенно, если CRS-модель не применима.

CRS-модель основывается на предположении о постоянной скорости осадения ^{210}Pb с течением времени. Учитывая, что осадение ^{210}Pb одинаково для каждого промежутка времени, получим что начальная концентрация $C_0(t)$ ^{210}Pb с возрастом t лет должна удовлетворять следующему равенству

$$C_0(t) \cdot r(t) = \text{const},$$

где $r(t)$ в $\text{г}/(\text{см}^2 \cdot \text{год})$ — это скорость осадения сухой массы в данный период. Если полагать что x это глубина

залегания осадков данного возраста t то концентрация ^{210}Pb определяется

$$C(x) = C_0(t) \cdot \exp(-\lambda \cdot t)$$

Возраст осадков, при учёте постоянной скорости поставки может быть рассчитан как

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A(0)}{A(x)},$$

где $A(x)$ это общий остаток ^{210}Pb в $\text{Бк}/\text{см}^2$ на глубине ниже x см, который можно рассчитать как интеграл

$$A(x) = \int_x^\infty \rho(x) \cdot C(x) dx,$$

где $\rho(x)$ в $\text{г}/\text{см}^3$ — это масса сухих осадков, приходящаяся на единицу влажного объёма на глубине x см, $C(x)$ — это удельная активность ^{210}Pb на глубине x в Бк/г.

Трудности при использовании CRS модели связаны с тем, что весь избыток ^{210}Pb должен быть измерен. Так как ско-

рость осадения $r(t)$ может меняться, то ни один слой не должен быть упущен при измерениях.

ОТБОР ПРОБ И ИХ ПОДГОТОВКА К ИЗМЕРЕНИЯМ

Для измерений была взята цилиндрическая проба донных осадков с озера Бодензее, расположенном на юге Германии (дата взятия пробы: 11.03.2002, глубина: 254 м; диаметр пробы 60 мм, длина 1 метр). После взятия пробы она была разрезана вдоль на две одинаковые половины (рис.2), которые были оставлены на 4 дня, для подсыхания.



Рис. 3 – Разрезание пробы на тонкие слои толщиной 1 см.

Согласно результатам датирования осадков, полученным из Lake Constance Research Institute, мы можем предположить что все слои выше 23-24 см соответствуют промежутку времени после 1900 г., а все слои ниже соответствуют периоду до 1900 г. В 1900 г. течение реки Рейн изменилось, вследствие строительства канала.. В 1899 г. огромный слой осадков был отложен в районе взятия проб из-за сильного замутнения (причиной этому могут быть различные природные явления) по этому на глубине ниже 24 см можно видеть довольно большой однородный слой. Светлые и тёмные слои принадлежат различным временам года, так как цвет слоя зависит от количества кислорода в воде. После 1900 г. поток осадков в районе взятия проб стал более постоянным, и как результат имеем область тонких однородных слоёв в области 0-24 см.

Для измерения вертикального распределения изотопов проба была разрезана поперёк на тонкие слои толщиной 1 см (0-24 см (24 слоя), 55-56 см (1 слой), и 71-72 см (1 слой)) (рис. 3), которые впоследствии были высушены в вакууме при низкой температуре в отдельных цилиндрических ёмкостях. Слои 0-24 см были выбраны из-за достаточно равномерного поступления осадков в данном районе, что даёт нам возможность использовать СИС- и CRS-модели. Важным является также тот факт, что согласно предварительному анализу в данной области донных отложений находятся основные точки соответствующие выпадению изотопов в результате испыта-

ния ядерного оружия (1963год) и в результате аварии на Чернобыльской АЭС(1986год) Слои на глубине 55-56 см и 71-72 см были выбраны для сравнения.. В результате непостоянных замутнений имевших место до 1900 г., мы не можем использовать эти слои для датирования.

Высушенные пробы гомогенизировались путем измельчения и смешивания с парафиновым порошком. Соотношение между массой пробы и парафином 1:10 , т.е. масса парафинового порошка определялась в зависимости от массы пробы. После перемешивания каждая проба была спрессована в пластины (диаметр 105 мм) (Рис.4). Для определения эффективности детектора, с помощью специальной программы LabSOCS, были определена толщина пластин и рассчитана их плотность. Спрессованные пластины были помещены в алюминиевую фольгу, которая фиксировалась с помощью двухкомпонентного клея, созданного по вакуумной технологии, и оставлены на 3 недели, с целью достижения радиоактивного равновесия между ^{226}Ra , ^{214}Pb и ^{214}Bi . (рис. 4)



Рис. 4 – Спрессованная пластина в алюминиевой фольге.

ИЗМЕРЕНИЕ АКТИВНОСТИ ПРОБ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ ДАННЫХ

Наиболее распространённый метод определения активности ^{210}Pb – это измерение альфа излучения продукта его распада – ^{210}Po посредством альфаспектрометрии. Однако этот метод предусматривает сложную технологию радиохимической обработки и выделения ^{210}Po . Поэтому, измерение активности ^{210}Pb проводилось гаммаспектрометрическим методом. Данный метод был осуществлён с помощью BEGe-детектора (Broad Energy Germanium detector) компании Canberra. Файлы калибровки эффективности были созданы с помощью программы LabSOCS для каждой пластины, учитывая их толщину и плотность. Химический состав пластин созданный с помощью LabSOCS это – 91% парафина и 9% стандартной пробы грунта.

Каждая пластина находилась в детекторе 24 часа. Результат анализа удельной активности всех пластин представлен на рис. 5. Легко видеть, что удельная активность ^{40}K остается практически постоянной, изменяясь в пределах 400 – 600Бк/кг. Та же ситуация с ^{214}Bi и ^{214}Pb (их удельная активность изменяется в пределах 6 – 40 Бк/кг). В распределении удельной активности ^{137}Cs определён выделяются два пика: самый большой соответствует выпадению изотопов вследствие аварии на Чернобыльской АЭС в 1986 году и немного ниже пик соответствует выпадению изотопов в результате испытания ядерного оружия с максимумом в 1963 году. Удельная активность ^{210}Pb уменьшается с глубиной залегания слоёв.

С целью оценить точность наших измерений мы изготовили пластину из стандартной пробы грунта (BfS / St 2.3 / Boden / V-98, ZAR-98-020-01, NUC-02-903-02).. Для изготовления пластины использовалось 7,7г грунта. Был сделан анализ данной пластины по следующим изотопам [8-9] (таблица 1):

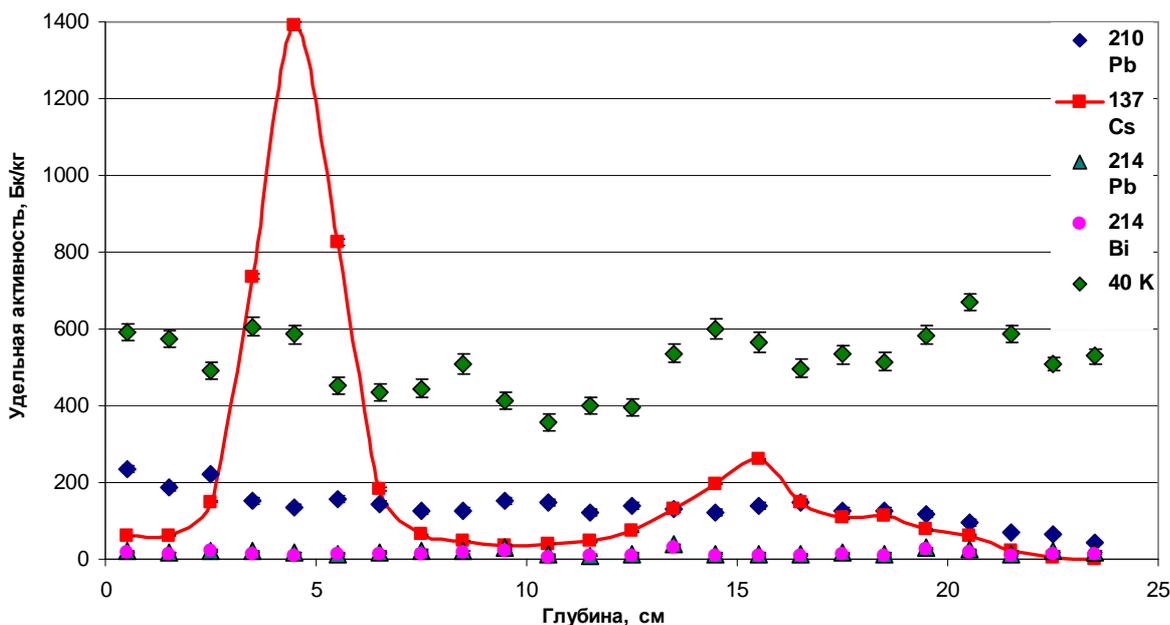


Рис. 5 – Удельная активность различных изотопов в пробе грунта с озера Бодензее (Германия).

Таблица 1 – Характеристики измеряемых изотопов.

Изотоп	Период полураспада	Энергия γ -излучения, кэВ	Вероятность эмиссии, %	Пояснения
²³⁸ U	4,7e+09 лет	48,00	0,075	–
²³⁵ U	7,038e+08 лет	185,72	54,00	–
		143,76	10,50	
		163,35	4,70	
		205,31	4,70	
²²⁶ Ra	1600 лет	185,99	3,28	–
²¹⁰ Pb	22,3 лет	46,52	4,00	–
²²⁸ Ra	5,75 лет	–	–	²²⁸ Ra не имеет гамма-излучения, поэтому для определения активности данного изотопа использовалось гамма-излучение ²²⁴ Ra (241 кэВ, 3,9%, $T_{1/2}=3,162 \cdot 10^5$ с), который находится в том же ряду радиоактивного распада и при учёте радиоактивного равновесия между этими двумя изотопами.
²²⁸ Th	1,913 лет	84,40	1,19	Для определения ²²⁸ Th использовалась гамма-линия ²²⁴ Ra (241 кэВ, 3,9%, $T_{1/2}=3,162 \cdot 10^5$ с), который находится в том же ряду радиоактивного распада. Причиной тому, что мы не можем непосредственно определить активность ²²⁸ Th заключается в эффекте наложения гамма-линий ²²⁸ Th (84,40 кэВ, 1,19%) и ²²⁷ Ac (83,960 кэВ, 0,022%)
		215,94	0,27	
²²⁷ Ac	21,8 лет	83,96	0,02	Для определения ²²⁷ Ac использовалась гамма-линия ²²⁷ Th (50,20кэВ, 8,5%; 236,0 кэВ, 11,2%; 256,25 кэВ, 6,8%; $T_{1/2}=18,5$ дней). Причина заключается в том что вероятность эмиссии для гамма-излучения ²²⁷ Ac очень мала, а так как ²²⁷ Th принадлежит к тому же ряду радиоактивного распада и имеет большую вероятность эмиссии гамма-излучения, то это даёт нам возможность использовать его для определения активности ²²⁷ Ac.
		100,00	0,03	
		160,40	0,02	
⁴⁰ K	1,28e+09 лет	146,07	10,70	–
¹³⁷ Cs	30,1 лет	661,62	84,62	–

Результаты, полученные нами и в *Physikalisch-Technischen Bundesanstalt*(РТВ), для данной пробы представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Удельная активность различных изотопов, полученная при анализе спектра стандартной пробы грунта.

Радиоизотоп	Результаты, полученные в нашей лаборатории	Результаты, полученные в <i>Physikalisch-Technische Bundesanstalt</i>
²³⁸ U	–	340 ± 13
²³⁵ U	18,0 ± 1,9	16,3 ± 0,7
²²⁶ Ra	200,3 ± 39,1	258 ± 13
²¹⁰ Pb	217,9 ± 7,3	260 ± 40
²²⁸ Ra	67,6 ± 9,6	62,4 ± 2,1
²²⁸ Th	67,6 ± 9,6	60,6 ± 1,8
²²⁷ Ac	11,1 ± 1,5	11,1 ± 1,2
⁴⁰ K	767,1 ± 21,4	850 ± 19
¹³⁷ Cs	27,2 ± 0,5	32,5 ± 1,2

В данной таблице отсутствует значение удельной активности для ²³⁸U, причиной этому является то, что удельная активность данного изотопа ниже Минимума Определяемой Активности (Minimum Detectable Activity MDA), равного 1128 Бк/кг, это значит, что невозможно объективно оценить активность ²³⁸U. Кроме этого имеется различие (20%) в удельной активности ¹³⁷Cs, что вероятнее всего связано с проблемами LabSOCS.

Для всех остальных изотопов полученные данные показывают, что представленным способом, возможно, определять удельную активность различных изотопов, в пределах существующей погрешности.

Определение активности Unsupported ²¹⁰Pb. Все изотопы в ряду радиоактивного распада между ²²²Rn и ²¹⁰Pb имеют сравнительно малый период полураспада ($T_{1/2} \leq 27$ мин),

поэтому процесс распада происходит в атмосфере, не достигнув грунта. Это означает, что можно использовать один из этих изотопов для определения активности Supported ²¹⁰Pb. Претендентами для гаммаспектрометрии являются изотопы ²¹⁴Pb и ²¹⁴Bi с энергиями гамма-излучения 351,921 кэВ и 609,130 кэВ соответственно. Однако из-за большого смешанного эффекта гамма-линии ²¹⁴Bi для анализа активности Supported ²¹⁰Pb был выбран ²¹⁴Pb. Удельная активность Unsupported ²¹⁰Pb рассчитывается как разность между удельными активностями Total ²¹⁰Pb и ²¹⁴Pb. [1,3,6] Результат данных вычислений представлен на Рис.6.

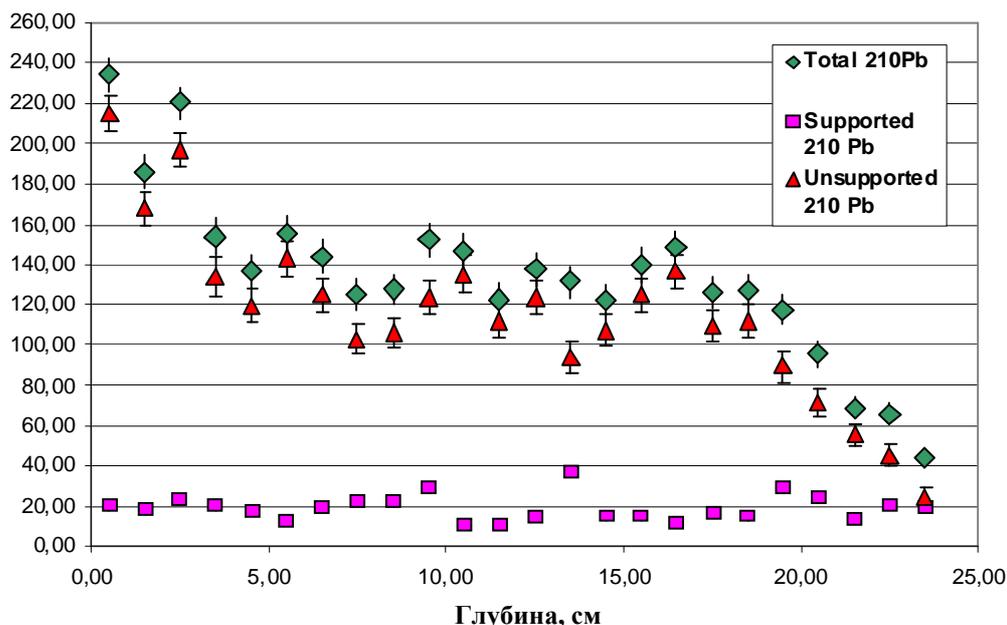


Рис.6 – Удельная активность Total, Unsupported и Supported 210Pb.

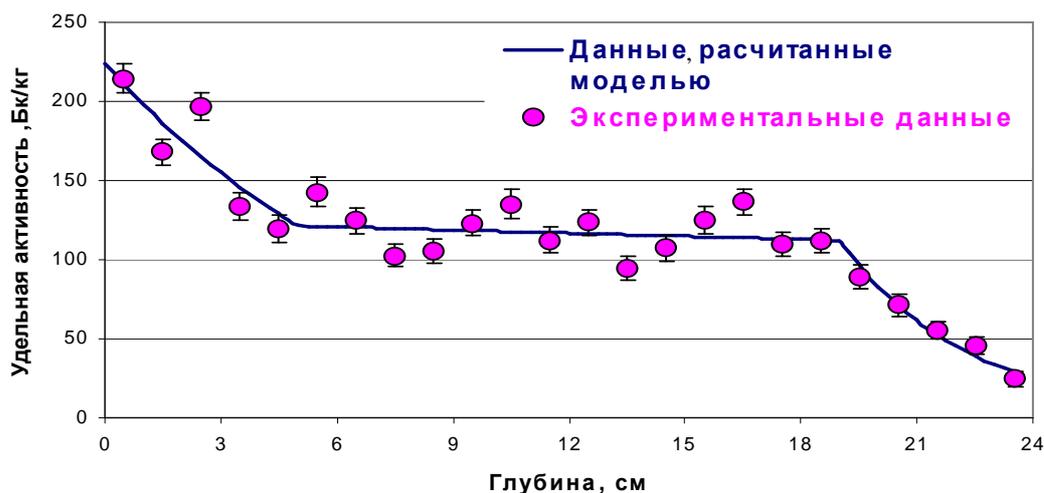


Рис. 7 – Моделирование экспериментальных данных для Unsupported ²¹⁰Pb с помощью 3-х экспоненциальных функций.

Легко видеть, что удельная активность Supported ²¹⁰Pb остаётся практически постоянной, а удельная активность Total и Unsupported ²¹⁰Pb убывает с глубиной.

СИС модель для Pb²¹⁰. Анализируя данный график легко видеть, что зависимость удельной активности Unsupported ²¹⁰Pb от глубины залегания можно разделить на три различные области, к каждой из которых отдельно можно применить экспоненциальную функцию

$$a' = a_1 \cdot \exp(-b_1 \cdot d) \quad d \leq 5 \text{ см},$$

$$a'' = a_2 \cdot \exp(-b_2 \cdot d) \quad 5 \text{ см} \leq d \leq 19 \text{ см},$$

$$a''' = a_3 \cdot \exp(-b_3 \cdot d) \quad d > 19 \text{ см},$$

где d - это глубина залегания слоя.

Свободными параметрами в данной модели являются следующие величины a_2 , b_1 , b_2 и b_3 с граничными условиями

$$a'(5 \text{ см}) = a''(5 \text{ см}) \quad \text{and} \quad a''(19 \text{ см}) = a'''(19 \text{ см}).$$

Результат данной модели представлен на рис.7.

Используя оптимизированные параметры b_1 , b_2 и b_3 можно рассчитать скорость осаждения для каждой из областей $r_1 = (0.253 \pm 0.038)$ (см/год), $r_2 = (5.662 \pm 7.014)$ (см/год) and $r_3 = (0.103 \pm 0.021)$ (см/год). По известной скорости осаждения, возраст слоёв рассчитывается следующим образом

$$t = \frac{d}{r}.$$

Возможно, также рассчитать возраст непосредственно для каждого отдельного слоя по формуле:

$$t(x) = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \left(\frac{C(0)}{C(x)} \right),$$

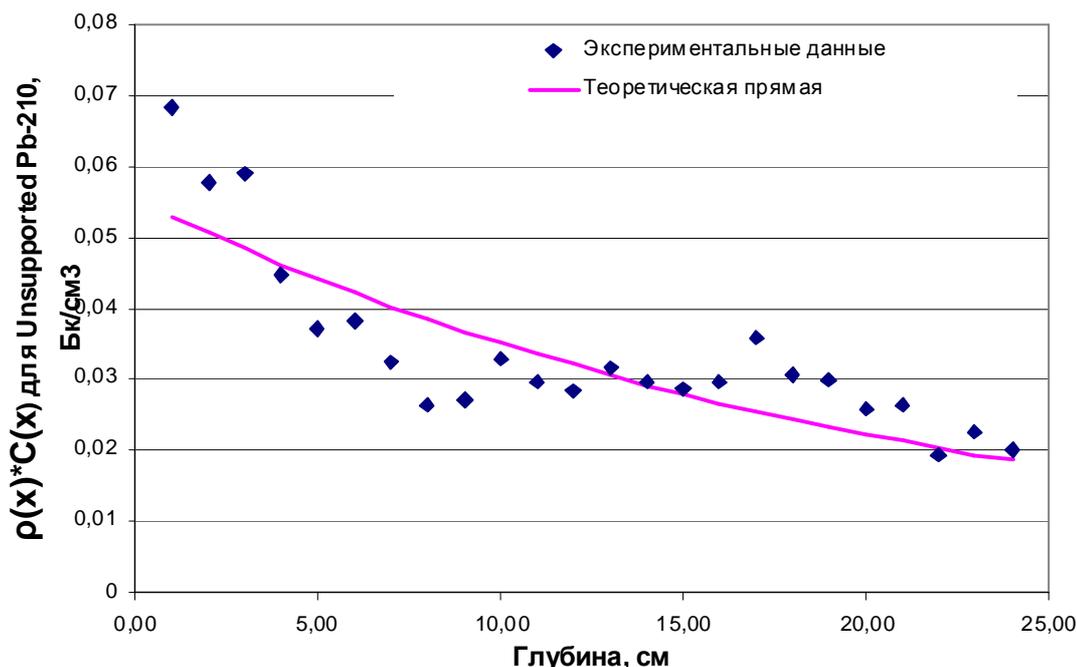


Рис. 8 – Расчёт теоретической функции для Unsupported ²¹⁰Pb.

но при этом необходимо учитывать, что $t(0)=0$ и $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$.

Результат полученных расчётов представлен рис.8 CRS модель для Pb²¹⁰. Согласно CRS модели удельная концентрация Unsupported ²¹⁰Pb на глубине x может быть рассчитана следующим образом:

$$C(x) = C_0(t) \cdot e^{-\lambda t}$$

Общий остаток (накопленный) Unsupported ²¹⁰Pb ниже глубины x был рассчитан методом нелинейной интерполяции всего профиля ²¹⁰Pb:

$$A(\text{глубина} > x) = \int_x^{\infty} \rho(x) \cdot C(x) \cdot dx$$

Используя метод наименьших квадратов (рис.8) для значений удельной активности Unsupported ²¹⁰Pb вычисляется подынтегральная функция

$$\rho(x) \cdot C(x) = 0,055 \cdot \exp(-0,046 \cdot x)$$

Накопленный ²¹⁰Pb ниже глубины x рассчитывается как интеграл следующей функции:

$$A(\text{глубина} > x) = \int_x^{\infty} 0,055 \cdot e^{-0,046 \cdot x} \cdot dx$$

Удельная активность накопленного ²¹⁰Pb в каждом слое выше глубины x рассчитывается как

$$A_i = A_{i-1} + C_{i-1}$$

где i номер слоя начиная с глубины x и $C(x)$ удельная активность Unsupported ²¹⁰Pb, Бк/см³/слой (1 см).

Возраст осадков, учитывая постоянную скорость осаджения, рассчитывается по формуле

$$t = \frac{1}{k} \ln \frac{A(0)}{A(x)}$$

Полученные данные представлены на рис. 9.

Датирование осадков с помощью Цезия-137 представлено двумя событиями, которые соответствуют двум максимумам активности ¹³⁷Cs: выброс в результате испытаний ядерного оружия в 1963 году и аварии на Чернобыльской АЭС в 1986 году.

ВЫВОДЫ

Возраст осадков, рассчитанный на основе СИС-модели с учётом постоянной скорости осадения (3 экспоненциальные функции), хорошо согласуется с возрастом осадков, рассчитанным для каждого отдельного слоя. Однако если предположить, что скорость осадения постоянна, то можно заметить, что по сравнению с областью от 4,5 до 18,5 см, где наблюдается достаточно равномерное распределение значений возраста осадков (разброс от 2 до 5 лет), на глубине 0 – 4,5 см и 18,5 – 21,5 см имеем большой разброс значений (5-10 лет).

CRS-модель, предполагающая постоянную скорость осадения Unsupported ²¹⁰Pb, показала вполне реальный результат. Но, необходимо заметить, что в процессе вычислений не учитывалось наличие трёх различных областей и для расчёта активности, накопленной ниже глубины x , мы использовали только одну экспоненциальную функцию для всего профиля сердцевины.

Таким образом, данная работа показала, что датирование осадков, базирующееся на данных о ¹³⁷Cs, недостаточно для реальной оценки возраста осадков в связи с многочисленными процессами внутри водных экосистем, которые непосредственно влияют на распределение активности различных изотопов в грунте. В этом случае метод датирования осадков с помощью ²¹⁰Pb даёт нам возможность не только корректно определить возраст осадков, но также оценить процессы, влияющие на распределение изотопов.

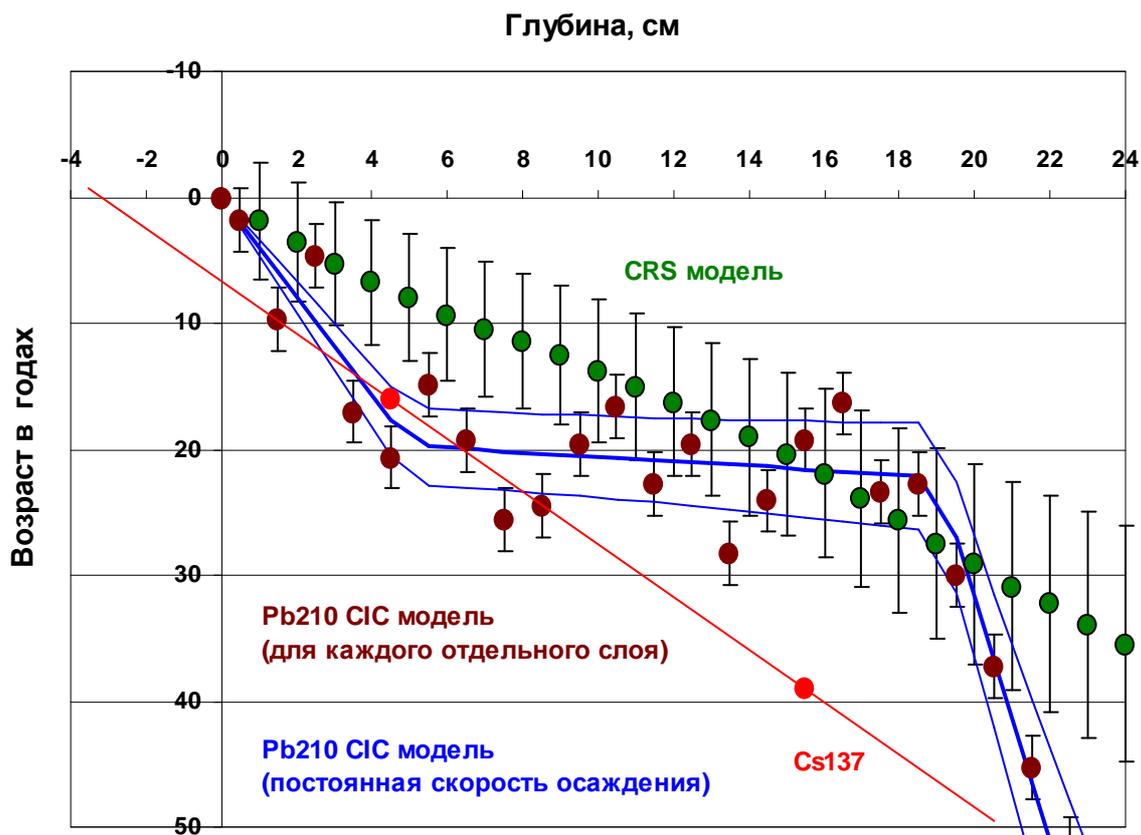


Рис. 9 – Зависимость возраста осадков от глубины их залегания полученная на основе данных об активности Unsupported ²¹⁰Pb (CIC и CRS модели).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Bollhöfer, A. Mangini, A. Lenhard, M. Wessels, F. Giovanoli, B.Schwarz. High-resolution ²¹⁰Pb dating of Lake Constance sediments: Stable lead in Lake Constance// Environmental Geology, 24 (1994):267-274.
2. S. Kaminski, A.Konoplev, G. Linder, H.G.Schröder. The fate of artificial caesium radionuclides in Lake Constance// Arch.Hydrobiol.Spec.Issues Advanc.Limnol. 53 (Stuttgart, 1998): 369-409.
3. G. Kirchner, H. Ehlers. Sediment Geochronology in Changing Coastal Environments: Potentials and Limitations of the ¹³⁷Cs and ²¹⁰Pb Methods// Journal of Coastal Research 14 (Florida, 1998): 483-492.
4. P.G. Appleby, F. Oldfield. The assessment of ²¹⁰Pb data from sites with varying sediment accumulation rates// Hydrobiologia 103 (Liverpool, 1983): 29-35.
5. P.G. Appleby. Dating recent sediments by ²¹⁰Pb: problems and solutions// Department of Mathematical Sciences, University of Liverpool. Liverpool L69 3BX, UK.
6. Kober, M. Wessels, A. Bollhöfer, A. Mangini. Pb isotopes in sediments of Lake Constance, Central Europe constrain the heavy metal pathways and the pollution history of the catchment, the lake and the regional atmosphere// Geochimica et Cosmochimica Acta, №9 (1999): 1293-1303.
7. P.G. Appleby, F. Oldfield. The calculation of ²¹⁰Pb dates assuming a constant rate of supply of unsupported ²¹⁰Pb to the sediments// Braunschweig, 1978.
8. Ronald L. Kathren. Radioactivity in the environment sources, distribution, and surveillance// OPA Amsterdam, 1984.
9. G. Erdtmann, W. Soyka. The gamma rays of the radionuclides// Verlag Chemie. Weinheim. NewYork, 1979.

УДК 519.622

Морозов В.В.

О РЕШЕНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ

Пусть дифференциальное уравнение краевой задачи Дирихле имеет вид

$$F(u(x)) = D(u(x)) - f(x) = 0, \tag{1}$$

где $x \in G_M = \{x = (x_1, \dots, x_M) \mid x_j \in [0; 1], j = 1, \dots, M\}$,

f – заданная функция, D – непрерывный дифференциальный оператор.

Будем считать, что решение $u(x)$ задачи (1)

а) удовлетворяет на границе области G_M условию

Морозов Владимир Васильевич. Ассистент каф. информационных технологий Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина.

Беларусь, БрГУ, г. Брест, бульвар Космонавтов, 21.