

3. Абелев Ю.М., Крутов В.И. Возведение зданий и сооружений на насыпных грунтах. – М.: Госстройиздат, 1962. – 148 с.
4. Жубаев Н. Исследование распространения ударных волн в грунтах. Вестник АН Каз ССР. – № 3. – 1964. – с. 21-24.
5. Зарецкий Ю.К., Гарицелов М.Ю. Глубинное уплотнение грунтов ударными нагрузками. – М.: Энергоавтомиздат, 1989. – 192 с.
6. Николаевский В.Н. Механика пористых и трещиноватых сред. – М.: Недра, 1984. – 312 с.
7. Новацкий В.К. волновые задачи теории пластичности. – М.: Мир, 1978. – 430 с.

УДК 539.3

Босяков С.М.

## О РАСПРОСТРАНЕНИИ ТЕПЛОВЫХ ВОЛН В СРЕДАХ С РЕЛАКСАЦИЕЙ ТЕПЛОвого ПОТОКА

Анализ закономерностей распространения тепловых волн в средах при отсутствии температурного расширения и с релаксацией теплового потока, нашел свое отражение в известных работах [1–3], а также монографии [4]. Однако в стороне от внимания ученых остался ряд вопросов, касающихся сравнения фазовой и групповой скоростей распространения тепловых возмущений и их затухания. Данная работа в определенной степени компенсирует этот пробел.

Представим решение обобщенного уравнения теплопроводности [3] в виде плоской волны с круговой частотой  $\omega$ . В результате получим следующее дисперсионное уравнение:

$$k^2 \sum_{i,j=1}^3 \lambda_{ij} \cos \alpha_i \cos \alpha_j = c_v (\tau \omega^2 + i\omega), \quad (1)$$

где  $\lambda_{ij}$  – коэффициенты теплопроводности анизотропных сред,  $\cos \alpha_i$  – направляющие косинусы нормали к волновой поверхности,  $c_v$  – теплоемкость при постоянной деформации,  $\tau$  – время релаксации теплового потока,  $k$  – волновое число,  $i$  – мнимая единица.

Дальнейший анализ проведем для сред, тепловые свойства которых характеризуются одним коэффициентом теплопроводности  $\lambda$ . В этом случае из (1) получим

$$k = \sqrt{\frac{c_v \omega}{2\lambda} \left( \sqrt{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2} + \tau \omega} + i \sqrt{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2} - \tau \omega} \right)}, \quad (2)$$

или

$$\xi = \frac{\omega_*}{c_1} \sqrt{\frac{\chi}{2} \left( \sqrt{\sqrt{1 + n_*^2 \chi^2} + n_* \chi} + i \sqrt{\sqrt{1 + n_*^2 \chi^2} - n_* \chi} \right)}, \quad (3)$$

где  $\chi = \omega / \omega_*$  – безразмерная частота,  $\xi = c_1 \omega / \omega_*$  – безразмерное волновое число,  $c_1$  – скорость распространения упругой волны дилатации,  $\omega_* = c_1^2 c_v / \lambda$  – характеристическая частота,  $n_* = \tau \omega_*$  – характерное число колебаний [4].

Из (2), (3) вытекают следующие выражения для фазовой скорости и коэффициента затухания:

$$V = \frac{\sqrt{2\omega\lambda}}{\sqrt{c_v (\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2} + \tau \omega)}} = \frac{c_1 \sqrt{2\chi}}{\sqrt{\sqrt{1 + n_*^2 \chi^2} + n_* \chi}} \quad (4)$$

$$q = \frac{\omega c_v}{2\lambda} \left( \sqrt{1 + \tau^2 \omega^2} - \tau \omega \right) = \frac{\omega_*}{c_1 \sqrt{2}} \sqrt{\chi \left( \sqrt{1 + n_*^2 \chi^2} - n_* \chi \right)}, \quad (5)$$

С энергетических соображений при распространении волн затухание не должно быть сильным, иначе в пространстве может возникнуть аперриодический процесс [5]. Для реализации истинного волнового процесса амплитуда волны на расстояниях порядка длины волны  $\Lambda$  должна изменяться незначительно, то есть  $\exp(-q\Lambda) \approx 1$  или  $q\Lambda \ll 1$ . В случае распространения тепловых волн с фазовой скоростью (4) и коэффициентом затухания (5) это условие приводит к неравенству  $\tau \omega \gg 1$ , то есть распространение волн в среде с релаксацией теплового потока возможно при высокой частоте колебаний (частотах порядка  $10^{13}$  Гц).

Заметим, что как фазовая скорость, так и коэффициент затухания имеют конечные пределы при высоких частотах ( $\omega, \chi \rightarrow \infty$ ), которые зависят от времени релаксации теплового потока:

$$V_\infty = V_T = \sqrt{\lambda / c_v \tau} = c_1 / \sqrt{n_*}, \quad (6)$$

$$q_\infty = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c_v}{\tau \lambda}} = \omega_* / 2c_1 \sqrt{n_*}, \quad (7)$$

где  $V_T$  – скорость распространения тепловых возмущений.

Найдем групповую скорость тепловой волны

$G = \left( \frac{dk'}{d\omega} \right)^{-1} = c_1 \left( \frac{d\xi'}{d\chi} \right)^{-1}$  [6], где  $k'$  и  $\xi'$  – действительные части дисперсионных законов (2) и (3) соответственно.

Получим

$$G = \frac{2\sqrt{2\lambda(1 + \tau^2 \omega^2)} \sqrt{\omega(\tau \omega + \sqrt{1 + \tau^2 \omega^2})}}{\sqrt{c_v} \left( 1 + 2\tau \omega (\tau \omega + \sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}) \right)} = \frac{2c_1 \sqrt{2(1 + n_*^2 \chi^2)} \sqrt{\chi(n_* \chi + \sqrt{1 + n_*^2 \chi^2})}}{1 + 2n_* \chi (n_* \chi + \sqrt{1 + n_*^2 \chi^2})} \quad (8)$$

Босяков Сергей Михайлович. К. физ.-мат. н., ассистент каф. сопротивления материалов и теоретической механики Брестского государственного технического университета. Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Заметим, что групповая скорость тепловых волн при высоких частотах также имеет конечный предел, который равен скорости распространения тепловых возмущений  $G_\infty = V_T = \sqrt{\lambda/c_v \tau} = c_1/\sqrt{n_*}$ . Исследуем зависимости фазовой скорости, коэффициента затухания и групповой скорости от безразмерной частоты на примере стали при  $c_1 = 5800 \text{ м/с}$ ,  $\omega_* = 1.75 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$  [4].

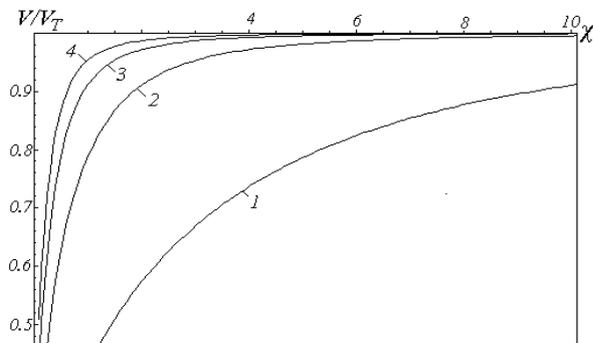


Рис. 1 - Зависимость безразмерной фазовой скорости  $V/V_T$  от безразмерной частоты  $\chi$  при разных значениях параметра  $n_*$ : 1 -  $n_* = 0.1$ ; 2 -  $n_* = 0.5$ ; 3 -  $n_* = 1$ ; 4 -  $n_* = 1.5$ .

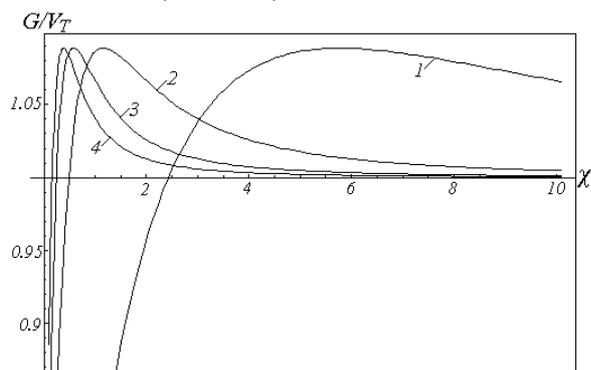


Рис. 2 - Зависимость безразмерной групповой скорости  $G/V_T$  от безразмерной частоты  $\chi$  при разных значениях параметра  $n_*$ : 1 -  $n_* = 0.1$ ; 2 -  $n_* = 0.5$ ; 3 -  $n_* = 1$ ; 4 -  $n_* = 1.5$ .

Как следует из рис. 1, фазовая скорость распространения тепловых волн не превышает скорость распространения тепловых возмущений для соответствующих значений параметра  $n_*$ . При низких частотах фазовая скорость  $V$  на порядок меньше  $V_T$ ; когда же  $\chi \geq 1$ , эти скорости сопоставимы. Это подтверждает вывод о том, что релаксацию теплового потока следует учитывать при высоких частотах [3, 4].

Из поведения групповой скорости распространения тепловых волн следует, что при разных значениях частоты  $\chi$  групповая скорость может быть меньше или больше скорости распространения тепловых возмущений. Решение уравнения  $G = V_T$  относительно безразмерной частоты показывает, что это равенство выполняется при  $\chi_{эке} = \sqrt{\sqrt{5} - 2}/2n_*$  (или  $\omega_{эке} = \sqrt{\sqrt{5} - 2}/2\tau$ ), то есть при  $\chi \geq \chi_{эке}$  групповая скорость  $G \geq V_T$ . Особенностью зависимости групповой скорости от частоты, по сравнению с аналогичной зависимостью

для фазовой скорости, является наличие максимума групповой скорости  $G_{\max} = 4V_T \sqrt{6}/9$ , который достигается при  $\chi_{\max} = 1/n_* \sqrt{3}$  (или  $\omega_{\max} = 1/\tau \sqrt{3}$ ). После прохождения максимума групповая скорость стремится к скорости распространения тепловых возмущений.

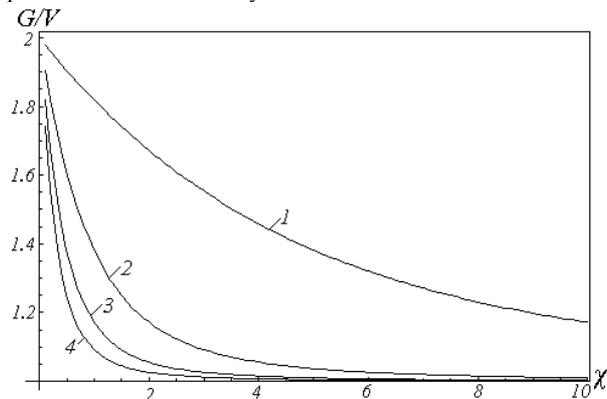


Рис. 3 - Зависимость безразмерной групповой скорости  $G/V$  от безразмерной частоты  $\chi$  при разных значениях параметра  $n_*$ : 1 -  $n_* = 0.1$ ; 2 -  $n_* = 0.5$ ; 3 -  $n_* = 1$ ; 4 -  $n_* = 1.5$ .

На рис. 3 представлены зависимости  $G/V$  от безразмерной частоты при разных значениях параметра  $n_*$ . Групповая скорость всегда превышает фазовую, причем на частотах  $\chi \approx 1$  отличие составляет  $1.5 + 2$  раза и при увеличении  $\chi$  групповая скорость приближается к фазовой; функция  $G/V$  при низких и высоких частотах максимумов не имеет. Зависимости безразмерной фазовой и групповой скоростей от параметра  $n_*$  имеют аналогичный вид.

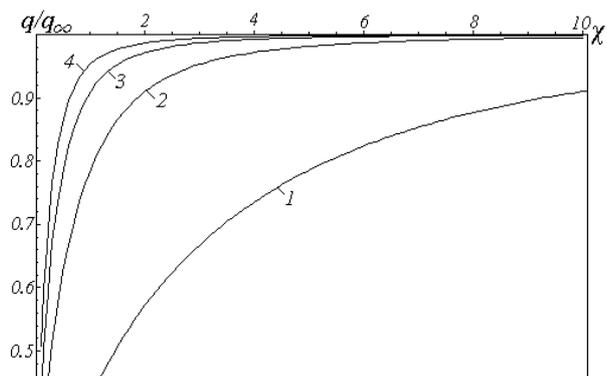


Рис. 4 - Зависимость безразмерного коэффициента затухания  $q/q_\infty$  от безразмерной частоты  $\chi$  при разных значениях параметра  $n_*$ : 1 -  $n_* = 0.1$ ; 2 -  $n_* = 0.5$ ; 3 -  $n_* = 1$ ; 4 -  $n_* = 1.5$ .

На рис. 4 представлена зависимость функции  $q/q_\infty$  от безразмерной частоты при различных значениях параметра  $n_*$ . С увеличением  $n_*$  коэффициент затухания быстрее стремится к своему предельному значению, причем влияние  $n_*$  на затухание тепловых волн заметно при значениях порядка  $10^{-2} \div 10^{-3}$ .

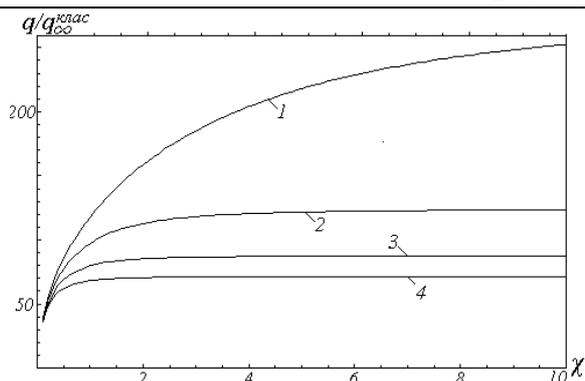


Рис. 5 – Зависимость безразмерного коэффициента затухания  $q/q_{\infty}^{class}$  от безразмерной частоты  $\chi$  при разных значениях параметра  $n_*$ : 1 -  $n_* = 0.1$ ; 2 -  $n_* = 0.5$ ; 3 -  $n_* = 1$ ; 4 -  $n_* = 1.5$ .

На рис.5 показана зависимость  $q/q_{\infty}^{class}$  от  $\chi$  при разных параметрах  $n_*$ , где  $q_{\infty}^{class}$  - предельный коэффициент затухания тепловых модификаций упругих волн в классической и обобщенной теориях термоупругости ( $q_{\infty}^{class} = \epsilon \omega_* / 2c_1$ ,  $\epsilon$  - коэффициент связности, для стали  $\epsilon = 0.0114$  [4]). В общем

УДК 539.16:574

Поляченко А.Н., Э. Клемт, Г. Цибольд, Гладыщук А.А., Поляченко В.В.

## ДАТИРОВАНИЕ РАДИОАКТИВНЫХ ОСАДКОВ МЕТОДОМ $^{210}\text{Pb}$

### ВВЕДЕНИЕ

Изотоп радия (период полураспада 1622 лет) распадается на инертный газ  $^{222}\text{Rn}$  (период полураспада 3,83 дней). Который, в свою очередь, через серию короткоживущих изотопов (рис.1) распадается на  $^{210}\text{Pb}$  (период полураспада 22,26 лет). Часть атомов  $^{222}\text{Rn}$  образованного при распаде  $^{226}\text{Ra}$  в почве, извлекается посредством диффузии с поверхности земли и проходит процесс распада до  $^{210}\text{Pb}$  в атмосфере. Последний, выпадает из атмосферы обратно на поверхность земли, дно рек и озер. Попав в озеро,  $^{210}\text{Pb}$  постепенно, в зависимости от скорости осаждения, оседает на дно[1-3].

Удельная активность  $^{210}\text{Pb}$  имеет две компоненты, Supported (поддерживаемый)  $^{210}\text{Pb}$  – это та часть, которая образуется при распаде  $^{222}\text{Rn}$  в грунте и Unsupported  $^{210}\text{Pb}$  (неподдерживаемый остаток) – это та часть, которая образуется в атмосфере и выпадает на землю под воздействием метеорологических факторов. Таким образом, при непосредственном измерении удельной активности  $^{210}\text{Pb}$  в осадках мы получим удельную активность всего  $^{210}\text{Pb}$  (Total  $^{210}\text{Pb}$ ):

$$A_{TOTAL} = A_{SUPPORTED} + A_{UNSUPPORTED}$$

В отсутствии осаждения  $^{210}\text{Pb}$  и  $^{226}\text{Ra}$  находились бы в радиоактивном равновесии, поэтому, концентрацию Supported  $^{210}\text{Pb}$  можно оценить по концентрации  $^{226}\text{Ra}$  (или по концентрации его дочерних ядер  $^{214}\text{Pb}$ ,  $^{214}\text{Bi}$ ) в грунте. Концентрация Unsupported  $^{210}\text{Pb}$  определяется разницей между концентрацией Total  $^{210}\text{Pb}$  и Supported  $^{210}\text{Pb}$ .

Поляченко Анна Николаевна. Стажер Fachhochschule Ravensburg-Weingarten, University of Applied Sciences

Клемт Экехард. Профессор, доктор Fachhochschule Ravensburg-Weingarten, University of Applied Sciences.

Цибольд Грегор. Профессор, доктор Fachhochschule Ravensburg-Weingarten, University of Applied Sciences.

Fachhochschule Ravensburg-Weingarten, University of Applied Sciences, 88241 Weingarten, Germany

Гладыщук Анатолий Антонович. Зав. каф. физики Брестского государственного технического университета.

Поляченко Валерий Валерьевич. Преподаватель-стажер каф. физики Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Физика, математика, химия

случае тепловая волна в теории теплопроводности с релаксацией теплового потока быстрее затухает по сравнению с выше указанными типами волн, причем коэффициент затухания при различных значениях  $n_*$  заметно изменяется в окрестностях характеристической частоты  $\omega_*$  ( $\chi = 1$ ).

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Chadwick P. Progress in solid mechanics. Thermoelasticity. The dynamical theory. Amsterdam: Pub. Co. Vol. 1. 1961.
2. Семерак Ф. В. Исследование гармонических волн в термоупругих средах с учетом конечной скорости распространения тепла// Математические методы и физико-механические поля, 1975, Т. 1, С. 69—76.
3. Энгельбрехт Ю. К. Моды распространения одномерных волн в неограниченной термоупругой среде с конечной скоростью распространения тепла// Изв. АН ЭССР. Сер. физ.-мат. наук, 1973, Т. 22, № 2, С. 188—195.
4. Шашков А. Г., Бубнов В. А., Яновский С. Ю. Волновые явления теплопроводности. Мн. 1993.
5. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. С. Теория волн. М., 1990.
6. Banarjee D. K., Pao Yih-Hsing. Thermoelastic waves in anisotropic solids// J. Acoust. Soc. Am. 1974. Vol. 56. No. 5. Pp. 1444—1454.

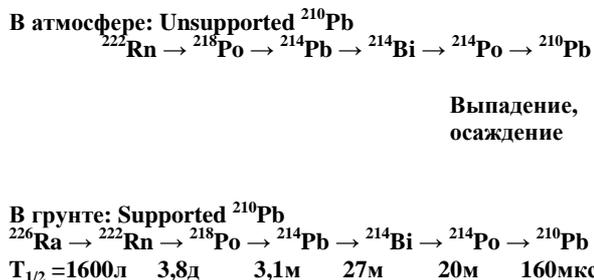


Рис. 1 – Последовательность радиоактивного распада  $^{226}\text{Ra}$  в атмосфере и грунте.

Для расчёта возраста осадков использовались две модели. CIC (Constant initial concentration) и CRS (Constant rate supply) модель [4,5,7]. CIC модель предполагает постоянную начальную концентрацию Unsupported  $^{210}\text{Pb}$  на единицу сухой массы на каждой стадии накопления, не учитывая изменения в скорости накопления. Это значит, что удельная активность спадает экспоненциально с течением времени:

$$C = C(0) \cdot \exp(-\lambda \cdot t),$$

поэтому возраст осадков, учитывая постоянную начальную концентрацию Unsupported  $^{210}\text{Pb}$ , можно рассчитать следующим образом: