### Вестник Брестского государственного технического университета. 2004. №4

векторных распределений скорости, является также гидростатическое давление внутри сосуда. Для установленной фазы выдавливания с редукцией  $\lambda = 0,55$  выполнено сравнение результатов (рис. 2).

Следует отметить основное отличие: в процессе несимметричного выдавливания предлагаемый метод моделирования позволяет определить распределение давлений. Однако результаты, полученные с помощью этих методик, следует трактовать несколько иначе. С помощью стержневых датчиков можно определить нормальное давление к поверхности, преобразователи измерений определяют составляющие давления в нормальном направлении, а результаты программы ANSYS дают распределение и возрастание гидростатического давления. В каждом из этих трех случаев нет возможности судить о составляющих давления. Следовательно, в конечном итоге результаты уже в начале процесса должны отличаться. Для избежания ошибок интерпретации следует также уточнить, что конкретно измеряется. Сравнительный анализ отчетливо показал разницу между полученным распределением давления на поршне и стенках сосуда и результатами численного анализа (рис. 3).

### Выводы

На величину максимального гидростатического давления имеет единственное влияние (при одинаковых краевых условиях) значение степени редукции  $\lambda$ . Можно заметить (рис. 3), что процессы симметричного и несимметричного выдавливаний при одинаковой степени редукции имеют небольшую разницу. При этом пульсация давления, в том числе его падение в области выхода материала из отверстия матрицы, определяются более интенсивно в случае несимметричного выдавливания (рис. 2в). Проведенные исследования показали, что сильное влияние на полученные результаты имеет подбор определенных зависимостей, т.е. физических уравнений, заложенных в математической модели. Установленные погрешности результатов численных исследований в отношении к результатам полученными другими методами (на уровне 50%), говорят о необходимости более глубокого анализа экспериментального процесса. Особое внимание следует обратить на изменение вязких свойств материала, а также на необходимость точного определения свойств материала.

Принятие соответствующих вязко-пластической модели тела и разрешающих уравнений для вычислений предопределяет получение результатов численным путем.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Ziółkiewicz S., Woźniak H.: Próba zastosowania programu FORM-2D do symulacji procesu wyciskania na zimno odkuwki częściowo niesymetrycznej, Obróbka Plastyczna Metali, nr 1, 1998, s. 39-45.
- Dewiatow W., Michalczyk J.: Analiza parametrów wyciskania kombinowanego na podstawie symulacji komputerowej przeprowadzonej za pomocą programu Forge®2D i Compromis, Materiały Konferencji Naukowej: Teoria i Inżynieria Procesów Metalurgicznych, Kraków, 2003.
- Mehta Bhavin V., Al-Zkeri I., Gunasekera J. S., Buijk A.: 3D flow analysis inside shear and streamlined extrusion dies for feeder plate design, Journal of Materials Processing Technology, 113, 2001, pp. 93 – 97.
- Narayanasamy R., Srinivasan P., Venkatesan R.: Computer aided design and manufacture of streamlined extrusion dies, Journal of Materials Processing Technology, 138, 2003, pp. 262 – 264.
- Qin Y., Balendra R.: FE Simulation of the Influence of Die Elasticity on component dimensions in forward extrusion, Int. J. Mech. Tools Manufact., Vol. 37, No 2,1997, pp. 183 – 192,
- 6. ANSYS USER'S GUIDE, SAS IP, Inc., 2002.
- Bandar A. R., Lorcharoensery K., Misiolek Z.: Three dimensional material flow analysis of asymmetric hollow extrusion, Journal of Materials Processing Technology, 80 - 81, 1998, pp. 657 – 664.
- Chitkara N. R., Aleem A.: Extrusion of axi symmetric tubes from hollow and solid circular billets: a generalised slab method of analysis and some experiments, International Journal of Mechanical Sciences, 43, 2001, pp. 1661 - 1684,
- 9. Wang G. C., Zhao G. Q., Huang X. H., Jia Y. X.: Analysis and design of a new manufacturing process for a support shaft using the finite element method, Journal of Materials Processing Technology, 121, 2002, pp. 259 264,
- Yang D. Y., Han C.H., Kim M.U.: A generalized method for analysis of three-dimensional extrusion of arbitrarily-shaped sections. Int J. Mech. Sci., 1986, t 28, nr 8, s. 517.

## УДК 620.178.16:620.178.3

## Богданович А.В.

## ГИПОТЕЗА СУММИРОВАНИЯ ИЗНОСОУСТАЛОСТНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ

Развитие методов износоусталостных испытаний силовых систем машин и оборудования, анализ результатов таких испытаний, проектирование силовых систем и прогнозирование их надежности требует разработки соответствующих моделей накопления износоусталостных повреждений (ИУП). В данной статье рассматривается одна из таких моделей, дается ее численный анализ.

Для расчетной оценки долговечности в условиях нерегулярного нагружения примем временную функцию поврежденности силовой системы в виде [1]:

$$\boldsymbol{\omega}_{\Sigma} = \left[ 1 - \left( 1 - \frac{n}{N} \right)^{\boldsymbol{\alpha}} \right]^{\boldsymbol{\beta}}, \tag{1}$$

где  $\alpha \ge 1$  и  $\beta \ge 1$  – параметры разупрочнения и упрочнения соответственно; *n* – текущее число циклов (наработка); *N* – число циклов до наступления предельного состояния.

Можно выделить, по крайней мере, два важных достоинства функции (1). Во-первых, ее аргументом является относительная наработка n/N, которая, как известно, имеет энергетическое содержание, так как долговечность N связана с критической энергией, ответственной за разрушение объекта, а наработка *n* – с текущей энергией деформации. Во-вторых, функция (1) согласуется с фактически общепризнанным (и основанном на многочисленных опытных данных) мнением исследователей о нелинейном характере накопления повреждений во времени при усталости и изнашивании [1 – 9 и др.], а также при износоусталостных повреждениях [10 – 13]. При этом (1) позволяет моделировать влияние на накопление повреждений различных по природе процессов упрочненияразупрочнения, связанных с классом материала (циклически упрочняющиеся, разупрочняющиеся или стабильные), характером нерегулярного нагружения, со свойствами коррозионной среды и др. [1, 9, 14, 15].

Графический анализ функции (1) при различных значениях параметров **α** и **β** приведен в [1]. Следует отметить, что линейное накопление повреждений, согласно модели (1), возможно лишь в частном случае, когда  $\alpha$  = 1,0 и  $\beta$  = 1,0. Модель (1) удовлетворяет заданным требованиям к функции поврежденности:  $\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{\Sigma}} = 0$  при  $\boldsymbol{n} = 0$  и  $\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{\Sigma}} = 1$  при  $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{N}$ , независимо от значений параметров α и β, как это и должно быть.

Ранее [16, 17] были предложены уравнения кривых износоусталостного повреждения – фрикционно-механической усталости (ФМУ): при прямом эффекте (критерий предельного состояния - зарождение магистральной трещины), когда кривая ФМУ построена по параметру фрикционных напряжений 🕻

$$N_{\sigma\tau} = \frac{\left[\boldsymbol{\sigma}_{-1} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{\sigma}(\boldsymbol{\tau}_{w})\right]^{\boldsymbol{m}_{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{m}(\boldsymbol{\tau}_{w})} \cdot N_{\sigma G}}{\boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{m}_{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{m}(\boldsymbol{\tau}_{w})}}, \qquad (2)$$

и при обратном эффекте (критерий предельного состояния достижение предельного износа), когда кривая ФМУ построена по параметру амплитуды циклических напряжений **б** 

$$N_{\tau\sigma} = \frac{\left[\tau_f \cdot \varphi_{\tau}(\sigma)\right]^{m_{\tau} \cdot \varphi_m(\sigma)} \cdot N_{\tau G}}{\tau_w^{m_{\tau} \cdot \varphi_m(\sigma)}}, \qquad (3)$$

где  $\sigma_{1}, N_{\sigma G}, m_{\sigma}$  – параметры кривой механической усталости (предел выносливости, абсцисса точки перелома и показатель наклона кривой усталости соответственно);  $\mathbf{\tau}_{r} N_{\mathbf{\tau} G}, m_{\mathbf{\tau}}$  параметры кривой фрикционной усталости (предел выносливости, абсцисса точки перелома и показатель наклона кривой усталости соответственно);  $\phi_{\sigma}(\tau_w)$ ,  $\phi_{\tau}(\sigma)$ ,  $\phi_m(\tau_w)$ ,  $\phi_m(\sigma)$  – функции, определяемые по выражениям [16, 17]:

$$\boldsymbol{\varphi}_{m}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{\lg(\boldsymbol{\tau}_{f} / \boldsymbol{\tau}_{wL})}{\lg(\boldsymbol{\tau}_{f} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\sigma}) / \boldsymbol{\tau}_{wL})}, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\varphi}_{m}(\boldsymbol{\tau}_{w}) = \frac{\lg(\boldsymbol{\sigma}_{-1}/\boldsymbol{\sigma}_{L})}{\lg(\boldsymbol{\sigma}_{-1}\cdot\boldsymbol{\varphi}_{\sigma}(\boldsymbol{\tau}_{w})/\boldsymbol{\sigma}_{L})}.$$
$$\boldsymbol{\varphi}_{\tau}(\boldsymbol{\sigma}) = \sqrt{\frac{1}{R_{\sigma/\tau}} - \frac{\boldsymbol{\sigma}^{2}}{\boldsymbol{\sigma}_{-1}^{2}}},$$
$$\boldsymbol{\varphi}_{\sigma}(\boldsymbol{\tau}_{w}) = \sqrt{\frac{1}{R_{\sigma/\tau}} - \frac{\boldsymbol{\tau}_{w}^{2}}{\boldsymbol{\tau}_{c}^{2}}}.$$
(5)

фективных частей силовой и фрикционной энергий;  $\mathbf{T}_{wL}, \mathbf{G}_L$  – характерные значения напряжений  $\mathbf{T}_{w}$  и **О**. Функции (4) – (5) используются для того, чтобы по результатам испытаний на обычные механическую и фрикционную усталость определить характеристики сопротивления разрушению при комплексном повреждении - ФМУ. Под фрикционным напряжением понимаем величину

$$\boldsymbol{\tau}_{w} = \boldsymbol{F}_{T} / \boldsymbol{A}_{0} = \boldsymbol{f}_{c} \cdot \boldsymbol{F}_{N} / \boldsymbol{A}_{0}, \qquad (6)$$

где  $F_T$  и  $f_C$  – сила и коэффициент трения при скольжении; *А*<sub>0</sub> – номинальная площадь контакта.

Выражение (1) преобразуем с учетом (2), (3) к виду:

а) при изучении прямого эффекта

$$\boldsymbol{\omega}_{\Sigma}(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\tau}_{w}=const) = \left[1 - \left(1 - \frac{n}{N_{\sigma\tau}}\right)^{\boldsymbol{\alpha}_{\sigma}}\right]^{\boldsymbol{\beta}_{\sigma}} =$$

$$= \left[1 - \left(1 - \left(\frac{\boldsymbol{\sigma}}{\boldsymbol{\sigma}_{-1}} \cdot \boldsymbol{\phi}_{\sigma}(\boldsymbol{\tau}_{w})\right)^{m_{\sigma}\cdot\boldsymbol{\phi}_{m}(\boldsymbol{\tau}_{w})} \cdot \frac{n}{N_{\sigma G}}\right)^{\boldsymbol{\alpha}_{\sigma}}\right]^{\boldsymbol{\beta}_{\sigma}}$$
(7)

б) при изучении обратного

$$\boldsymbol{\omega}_{\Sigma}(\boldsymbol{\tau}_{w},\boldsymbol{\sigma}=const) = \left[1 - \left(1 - \frac{n}{N_{\tau\sigma}}\right)^{\boldsymbol{\alpha}_{\tau}}\right]^{\boldsymbol{\beta}_{\tau}}$$

$$= \left[1 - \left(1 - \left(\frac{\boldsymbol{\tau}_{w}}{\boldsymbol{\tau}_{f} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{\tau}(\boldsymbol{\sigma})}\right)^{m_{\tau} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{m}(\boldsymbol{\sigma})} \frac{n}{N_{\tau G}}\right)^{\boldsymbol{\alpha}_{\tau}}\right]^{\boldsymbol{\beta}_{\tau}}$$
(8)

Графический анализ (7) для наработки п, равной 10<sup>4</sup> циклов, на координатной плоскости  $\omega_{\Sigma} - \sigma$  дан на рис. 1. Для анализа выбраны следующие исходные данные:  $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{/} \boldsymbol{\tau}} = 1,0;$ **σ**<sub>L</sub> = 500 MΠa;**σ**<sub>-1</sub> = 124 MΠa; <math>m<sub>σ</sub> = 6,0;**τ**<sub>f</sub> = 16,7 MΠa; $N_{{
m G}G}$  = 2  $\cdot 10^6$  цикл. Для кривых 1 – 3 было принято **τ**<sub>w</sub> = 10 МПа = const; при этом использовались три закона накопления повреждений: разупрочнения 1 ( $\alpha$  = 2,0,  $\beta$  = 1,0), линейный 2 ( $\alpha = 1.0, \beta = 1.0$ ) и упрочнения 3 ( $\alpha = 1.0, \beta = 2.0$ ).

Сравнивая кривые 1 – 3 (см. рис. 1), можно отметить, что при одинаковой нагруженности наименьшая поврежденность отвечает закону упрочнения 3, а наибольшая - закону разупрочнения 1. Предельное состояние для заданной наработки  $(\mathbf{n} = 10^4$  цикл.) наступает при  $\mathbf{\sigma}_{1-3} = 240$  МПа. Если уменьшить удельную силу трения в силовой системе до уровня  $\mathbf{T}_{w} = 6$  МПа, то работоспособность ее повышается, - кривая 4 поврежденности (см. рис. 1) становится более пологой и предельное состояние для заданной наработки достигается уже при  $\mathbf{\sigma}_4 = 280 \text{ МПа} > \mathbf{\sigma}_{1-3}$ . Увеличение фрикционных напряжений до величины  $\mathbf{\tau}_w = 14$  МПа существенно снижает работоспособность системы, - предельное состояние наступает при **б**<sub>5</sub> = 162 МПа < **б**<sub>1-3</sub> (кривая 5). Заметим, что при построении кривых 2, 4, 5 использовался линейный закон накопления относительной долговечности ( $\alpha = 1, 0, \beta = 1, 0$ ).

Обратимся к простейшему виду нерегулярного нагружения - блочному, когда элементы силовой системы могут быть подвержены воздействию в каждом программном блоке нескольких дискретных уровней: либо циклических напряжений  $\mathbf{\sigma}_i$  при  $\mathbf{\tau}_w = \text{const}$  (рис. 2,а – прямой эффект), либо фрикционных напряжений  $\mathbf{T}_{wi}$  при  $\mathbf{\sigma}$  = const (рис. 2,6 – обратный эффект), либо и  $\mathbf{\sigma}_{p}$ , и  $\mathbf{\tau}_{wi}$  в совокупности (рис. 2, в – общий случай ИУП).

Гипотеза накопления ИУП в этом случае может быть записана в виде:

а) для прямого эффекта (рис. 2,а)

$$\sum_{i=1}^{s} \boldsymbol{\omega}_{\Sigma}(\boldsymbol{\sigma}_{i}, \boldsymbol{\tau}_{w} = const) =$$

$$= \sum_{i=1}^{s} \left[ 1 - \left( 1 - \left( \frac{\boldsymbol{\sigma}_{i}}{\boldsymbol{\sigma}_{R} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{\sigma}(\boldsymbol{\tau}_{w})} \right)^{m_{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{m}(\boldsymbol{\tau}_{w})} \cdot \frac{\boldsymbol{n}_{i}}{\boldsymbol{N}_{\sigma G}} \right)^{\boldsymbol{\alpha}_{\sigma}} \right]^{\boldsymbol{\beta}_{\sigma}} = 1;$$
<sup>(9)</sup>

Машиностроение



**Рис. 1.** Зависимость поврежденности  $\mathbf{\omega}_{n\Sigma}$  от уровня циклических напряжений  $\mathbf{\sigma}$  при  $\mathbf{\tau}_{w}$  = const и  $\mathbf{n} = 10^{4}$  цикл = const: 1 – ИУП накапливаются по закону разупрочнения ( $\mathbf{\alpha}_{\sigma} = 2,0, \, \mathbf{\beta}_{\sigma} = 1,0$ ) при  $\mathbf{\tau}_{w} = 10$  МПа, 2, 4, 5 – по линейному закону ( $\mathbf{\alpha}_{\sigma} = 1,0, \, \mathbf{\beta}_{\sigma} = 1,0$ )  $\mathbf{\tau}_{w} = 10$  МПа (2),  $\mathbf{\tau}_{w} = 14$  МПа (4),  $\mathbf{\tau}_{w} = 6$  МПа (5); 3 – по закону упрочнения ( $\mathbf{\alpha}_{\sigma} = 1,0, \, \mathbf{\beta}_{\sigma} = 2,0$ ) при  $\mathbf{\tau}_{w} = 10$  МПа.



Рис. 2. Блоки программного нагружения при исследовании прямого эффекта (а), обратного эффекта (б), общего случая ИУП (в).

б) для обратного эффекта (рис. 2,б)

$$\sum_{j=1}^{r} \boldsymbol{\omega}_{\Sigma}(\boldsymbol{\tau}_{wj}, \boldsymbol{\sigma} = const) =$$

$$= \sum_{j=1}^{r} \left[ 1 - \left( 1 - \left( \frac{\boldsymbol{\tau}_{wj}}{\boldsymbol{\tau}_{f} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{\tau}(\boldsymbol{\sigma})} \right)^{m_{\tau} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{m}(\boldsymbol{\sigma})} \frac{\boldsymbol{n}_{j}}{N_{\tau G}} \right)^{\boldsymbol{\alpha}_{\tau}} \right]^{\boldsymbol{\beta}_{\tau}} = 1;$$
(10)

в) для общего случая ИУП (рис. 2,в – критерий предельного состояния – 1) образование магистральной трещины или
2) предельный износ в силовой системе или 1 и 2 одновременно)

$$\sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1}^{s} \boldsymbol{\omega}_{\Sigma}(\boldsymbol{\sigma}_{i},\boldsymbol{\tau}_{wj}) =$$

$$= \sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1}^{s} \left[ 1 - \left( 1 - \left( \frac{\boldsymbol{\sigma}_{i}}{\boldsymbol{\sigma}_{R} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{\sigma}(\boldsymbol{\tau}_{wj})} \right)^{m_{\sigma} \boldsymbol{\varphi}_{m}(\boldsymbol{\tau}_{wj})} \frac{\boldsymbol{n}_{ij}}{\boldsymbol{N}_{\sigma G}} \right)^{\boldsymbol{\alpha}_{\sigma}} \right]^{\boldsymbol{\beta}_{\sigma}} = 1;$$

$$\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{r} \boldsymbol{\omega}_{\Sigma}(\boldsymbol{\tau}_{wj}, \boldsymbol{\sigma}_{i}) =$$

$$= \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{r} \left[ 1 - \left( 1 - \left( \frac{\boldsymbol{\tau}_{wj}}{\boldsymbol{\tau}_{f} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{\tau}(\boldsymbol{\sigma}_{i})} \right)^{m_{\tau} \boldsymbol{\varphi}_{m}(\boldsymbol{\sigma}_{i})} \frac{\boldsymbol{n}_{ji}}{\boldsymbol{N}_{\tau G}} \right)^{\boldsymbol{\alpha}_{\tau}} \right]^{\boldsymbol{\beta}_{\tau}} = 1,$$

$$(11)$$

(12)

где i = 1, 2, 3, ..., s – число ступеней изменения **G**, а j = 1, 2, 3, ..., r – число ступеней изменения **T**<sub>w</sub> в одном блоке нагружения. Из (9) – (12) следуют формулы для оценки долговечности силовой системы при блочном нагружении:

- -

а) при прямом эффекте

$$N_{\sigma\tau\Sigma} = \frac{N_B}{\sum_{i=1}^{s} \left[ 1 - \left( 1 - \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_{-1} \cdot \varphi_{\sigma}(\tau_w)} \right)^{m_{\sigma} \cdot \varphi_m(\tau_w)} \frac{n_i}{N_{\sigma G}} \right)^{\alpha_{\sigma}} \right]^{\beta_{\sigma}}}; (13)$$

б) при обратном эффекте

$$N_{\tau\sigma\Sigma} = \frac{N_B}{\sum_{j=1}^r \left[ 1 - \left( 1 - \left( \frac{\boldsymbol{\tau}_{wj}}{\boldsymbol{\tau}_f \cdot \boldsymbol{\varphi}_{\tau}(\boldsymbol{\sigma})} \right)^{m_{\tau} \boldsymbol{\varphi}_m(\boldsymbol{\sigma})} \frac{\boldsymbol{n}_j}{N_{\tau G}} \right)^{\boldsymbol{q}_{\tau}} \right]^{\boldsymbol{\beta}_{\tau}}; \quad (14)$$
  
B) B ofoliem chyae ИУП

$$N_{\tau,\sigma\Sigma} = \frac{N_B}{\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{r} \left[ 1 - \left( 1 - \left( \frac{\tau_{wj}}{\tau_f \cdot \varphi_{\tau}(\sigma_i)} \right)^{m_{\tau}\varphi_m(\sigma_i)} \frac{n_{ji}}{N_{\tau G}} \right)^{\alpha_{\tau}} \right]^{\beta_{\tau}}, \quad (15)$$

$$N_{\sigma,\tau\Sigma} \frac{N_B}{\sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1}^{s} \left[ 1 - \left( 1 - \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_{-1} \cdot \varphi_{\sigma}(\tau_{wj})} \right)^{m_{\sigma}\varphi_m(\tau_{wj})} \frac{n_{jj}}{N_{\sigma G}} \right)^{\alpha_{\sigma}} \right]^{\beta_{\sigma}}, \quad (16)$$

где  $N_{B}$  – общее число циклов в одном блоке нагружения;  $n_{B}$  – наработка на *i*-той (*j*-той) ступени блока.

Можно также вычислить долговечность силовой системы, нагруженность которой задана в виде функций  $p(\sigma)$ ,  $p(\tau_w)$ 

плотности распределения действующих нормальных  $\sigma$  и фрикционных  $\tau_w$  напряжений (рис. 3).



*Рис.* 3. Схемы случайной нагруженности силовой системы: при прямом эффекте (а), обратном эффекте (б) и в общем случае ИУП (в).

Принимая (для обеспечения интегрируемости)  $\alpha = \beta = 1$ , получим следующие выражения для средней долговечности: а) при прямом эффекте (рис. 3,а)

$$N_{\sigma\tau\Sigma} = \left[\sigma_{-1} \cdot \varphi_{\sigma}(\tau_{w})\right]^{m_{\sigma}\cdot\varphi_{m}(\tau_{w})} \times \times N_{\sigma G} \cdot \left\{ \int_{\sigma_{-1}\cdot\varphi(\tau_{w})}^{\sigma_{m}} \overline{\sigma}^{m_{\sigma}\cdot\varphi_{m}(\tau_{w})} \cdot p(\sigma) d\sigma \right\}^{-1},$$
(17)

б) при обратном эффекте (рис. 3,6)  $N = \left[ \mathbf{\sigma} \cdot (\mathbf{\sigma}) \right]^{m_{\tau} \cdot \mathbf{\phi}_{m}(\mathbf{\sigma})}$ 

$$N_{\tau\sigma\Sigma} = \left[ \tau_f \cdot \varphi_{\tau}(\sigma) \right] \times \\ \times N_{\tau G} \cdot \left\{ \int_{\tau_f \cdot \varphi_{\tau}(\sigma)}^{\tau_{wmax}} \overline{\tau}_{w}^{m_{\tau} \cdot \varphi_{m}(\sigma)} \cdot p(\tau_{w}) d\tau_{w} \right\}^{-1},$$
(18)

в) в общем случае ИУП (рис. 3,в)

$$N_{\sigma,\tau\Sigma} = \left[\sigma_{-1} \cdot \varphi_{\sigma}(\bar{\tau}_{w})\right]^{m_{\sigma}r \cdot \varphi_{m} \cdot \tau_{w}} \times \\ \times N_{\sigma G} \cdot \left\{ \int_{\sigma_{-1}}^{\sigma_{\max}} \bar{\sigma}^{m_{\sigma} \cdot \varphi_{m}(\bar{\tau}_{w})} \cdot p(\sigma) d\sigma \right\}^{-1},$$
<sup>(19)</sup>

$$N_{\tau,\sigma\Sigma} = \left[ \tau_{f} \cdot \varphi_{\tau}(\overline{\sigma}) \right]^{m_{\tau} \cdot \varphi_{m}(\overline{\sigma})} \times \\ \times N_{\tau G} \cdot \left\{ \int_{\tau_{f} \cdot \varphi_{\tau}(\overline{\sigma})}^{\tau_{w \max}} \overline{\tau}_{w}^{m_{\tau} \cdot \varphi_{m}(\overline{\sigma})} \cdot p(\tau_{w}) d\tau_{w} \right\}^{-1},$$
(20)

где  $\overline{\mathbf{\sigma}}$ ,  $\overline{\mathbf{\tau}}_{w}$  – средние значения действующих напряжений.

Если функции  $p(\sigma)$ ,  $p(\tau_w)$  аппроксимированы какимилибо теоретическими законами распределения, то интегралы, входящие в формулы (17) – (20), могут быть выражены через табулированную функцию интеграла вероятностей  $\chi^2$  [18]

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{\chi},\boldsymbol{n}) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \boldsymbol{\Gamma}\left(\frac{\boldsymbol{n}}{2}\right)} \int_{\boldsymbol{\chi}}^{\infty} \boldsymbol{y}^{\frac{\boldsymbol{n}}{2}-1} \cdot \boldsymbol{e}^{-\frac{\boldsymbol{y}}{2}} d\boldsymbol{y}.$$
(21)

Процедуры вычисления указанных интегралов с помощью (21) для различных теоретических законов распределения изложены в [19].

В качестве примера выполним оценку долговечности металл-металлической силовой системы при ФМУ блок программного нагружения которой изображен на рис. 4.  $\sigma.\tau_{w}$ 



Рис. 4. Параметры блока программного нагружения.

Предположим, что элементы системы изготовлены из одного материала. Под предельным состоянием силовой системы будем понимать либо достижение контртелом (колодкой) предельной величины износа, либо достижение телом (валом) такой же величины износа, либо образование в теле магистральной трещины, либо реализация любых двух или всех трех указанных событий одновременно.

Таблица 1. Оценка значений характеристик нагруженности и сопротивления ИУП для заданной силовой системы при прямом эффекте

Характеристика	Численное значение		
<b>т</b> <sub>w</sub> , МПа	5	8	
$ au_w/ au_f$	1,11	1,78	
R <sub>o/τ</sub>	0,5	0,3	
<b>φ</b> <sub>σ</sub> ( <i>τ</i> <sub>w</sub> )	0,88	0,73	
$\boldsymbol{\varphi}_m(\boldsymbol{\tau}_w)$	0,92	0,82	
<b>σ</b> .1 <sub>τ</sub> , ΜΠa	109	91	
mor	5,5	4,9	

В табл. 1 приведены заданные и расчетные значения величин и параметров, необходимых для оценки долговечности при прямом эффекте (критерий предельного состояния – образование магистральной трещины). Принято также  $\mathbf{\sigma}_L = 500 \text{ МПа}, \mathbf{\sigma}_{-1} = 124 \text{ МПа}, \mathbf{m}_{\sigma} = 6,0, \mathbf{N}_{\sigma G} = 2 \cdot 10^6$  цикл.

Суммарную долговечность образца  $N_{\sigma,\tau\Sigma}$  при прямом эффекте определим по формуле (15) для четырех моделей накопления ИУП во времени:

• Линеиной (
$$\mathbf{u}_{\sigma} = 1,0, \mathbf{p}_{\sigma} = 1,0$$
)  
 $N_{\sigma,\tau\Sigma} = 3 \cdot 10^3 \cdot \left\{ \frac{10^3 \cdot 270^{5.5}}{109^{5.5} \cdot 2 \cdot 10^6} + \frac{5 \cdot 10^2 \cdot 250^{5.5}}{109^{5.5} \cdot 2 \cdot 10^6} + \frac{5 \cdot 10^2 \cdot 250^{5.5}}{91^{4.9} \cdot 2 \cdot 10^6} \right\}^{-1} =$   
 $= 3 \cdot 10^3 \cdot \{0,07339 + 0,02403 + 0,03536 + 0,02370\}^{-1} =$   
 $= 3 \cdot 10^3 \cdot \{0,07339 + 0,02403 + 0,03536 + 0,02370\}^{-1} =$   
 $= 3 \cdot 10^3 \cdot (0,07339 + 0,02403 + 0,03536 + 0,02370)^{-1} =$   
 $= 3 \cdot 10^3 \cdot (0,07339 + 0,02403 + 0,03536 + 0,02370)^{-1} =$   
 $= 3 \cdot 10^3 \cdot (0,07339^2 + 0,02403^2 + 0,03536^2 + 0,02370^2)^{-1} = 3 \cdot 10^3 \cdot 128, 6 = 3,86 \cdot 10^5 \quad (\mathbf{u} \mathbf{u} \mathbf{\kappa} \mathbf{n});$   
• упрочнения ( $\mathbf{\alpha}_{\sigma} = 1,0, \mathbf{\beta}_{\sigma} = 2,0$ )  
 $N_{\sigma,\tau\Sigma} = 3 \cdot 10^3 \cdot \left\{ [1 - (1 - 0,07339)^2] + [1 - (1 - 0,02403)^2] + [1 - (1 - 0,02403)^2] \right\}^{-1} =$   
 $= 3 \cdot 10^3 \cdot 3,28 = 9,83 \cdot 10^3 \quad (\mathbf{u} \mathbf{u} \mathbf{\kappa} \mathbf{n});$   
• упрочнения-разупрочнения ( $\mathbf{\alpha}_{\sigma} = 2,0, \mathbf{\beta}_{\sigma} = 2,0$ )

Вычислим также суммарную долговечность  $N_{\tau,\sigma\Sigma}$  вала и контртела при обратном эффекте (критерий предельного состояния – достижение предельного износа). Примем, что  $\tau_L$  = 11 МПа,  $\tau_f$  = 4,5 МПа,  $m_{\tau}$  = 10,0,  $N_{\tau G}$  = 5·10<sup>5</sup> цикл. Необходимые для оценки долговечности заданные и расчетные значения величин и параметров приведены в табл. 2.

*Таблица 2.* Оценка значений характеристик нагруженности и сопротивления ИУП для заданной силовой системы при обратном эффекте

Характеристика	Численное значение		
<b>б</b> , МПа	270	250	200
σ/σ.1	2,18	2,02	1,61
R <sub>o/τ</sub>	0,20	0,22	0,30
φ <sub>τ</sub> (σ)	0,51	0,69	0,86
<b>φ</b> <sub>m</sub> ( <b>σ</b> )	0,57	0,71	0,86
<b>т<sub>fo</sub></b> , МПа	2,3	3,1	3,9
m <sub>to</sub>	5,7	7,1	8,6

По формуле (16) для принятых моделей накопления ИУП будем иметь:

линейной (**α**<sub>τ</sub> = 1,0, **β**<sub>τ</sub> = 1,0)

$$\begin{split} \boldsymbol{N}_{\tau,\sigma\Sigma} &= 3\cdot10^{3}\cdot\left\{\frac{10^{3}\cdot5^{5.7}}{4,5^{5.7}\cdot5\cdot10^{5}} + \frac{5\cdot10^{2}\cdot5^{7.1}}{4,5^{7.1}\cdot5\cdot10^{5}} + \frac{5\cdot10^{2}\cdot8^{7.1}}{4,5^{7.1}\cdot5\cdot10^{5}} + \right.\\ &+ \frac{10^{3}\cdot8^{8.6}}{4,5^{8.6}\cdot5\cdot10^{5}}\right\}^{-1} = 3\cdot10^{3}\cdot\left\{3,646\cdot10^{-3} + 2,112\cdot10^{-3} + \right.\\ &+ 0,05944 + 0,28182\right\}^{-1} = 3\cdot10^{3}\cdot2,88 \approx 8,65\cdot10^{3} \quad (\boldsymbol{u}\boldsymbol{u}\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{n});\\ \bullet \text{ разупрочнения } (\boldsymbol{\alpha}_{\tau} = 2,0, \boldsymbol{\beta}_{\tau} = 1,0)\\ \boldsymbol{N}_{\tau,\sigma\Sigma} &= 3\cdot10^{3}\cdot\left\{\left[1-\left(1-3,646\cdot10^{-3}\right)^{2}\right] + \right.\\ &+ \left[1-\left(1-2,112\cdot10^{-3}\right)^{2}\right] + \left[1-\left(1-0,05944\right)^{2}\right] + \right.\\ &+ \left[1-\left(1-0,28182\right)^{2}\right]\right\}^{-1} = 3\cdot10^{3}\cdot1,64 = 4,92\cdot10^{3}(\boldsymbol{u}\boldsymbol{u}\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{n});\\ \bullet \text{ упрочнения } (\boldsymbol{\alpha}_{\tau} = 1,0, \boldsymbol{\beta}_{\tau} = 2,0)\\ \boldsymbol{N}_{\tau,\sigma\Sigma} &= 3\cdot10^{3}\cdot\left\{(3,646\cdot10^{-3})^{2} + \left(2,112\cdot10^{-3}\right)^{2} + \right.\\ &+ \left.0,05944^{2} + 0,28182^{2}\right\}^{-1} = 3\cdot10^{3}\cdot12,1 = 3,63\cdot10^{4}(\boldsymbol{u}\boldsymbol{u}\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{n});\\ \bullet \text{ упрочнения-разупрочнения } (\boldsymbol{\alpha}_{\tau} = 2,0, \boldsymbol{\beta}_{\tau} = 2,0)\\ \boldsymbol{N}_{\tau,\sigma\Sigma} &= 3\cdot10^{3}\cdot\left\{\left[1-\left(1-3,646\cdot10^{-3}\right)^{2}\right]^{2} + \right.\\ &+ \left[1-\left(1-2,112\cdot10^{-3}\right)^{2}\right]^{2} + \left[1-\left(1-0,05944\right)^{2}\right]^{2} + \right.\\ &+ \left[1-\left(1-2,112\cdot10^{-3}\right)^{2}\right]^{2} + \left[1-\left(1-0,05944\right)^{2}\right]^{2} + \right.\\ &+ \left[1-\left(1-2,28182\right)^{2}\right]^{2}\right\}^{-1} = 3\cdot10^{3}\cdot4,04 = 1,21\cdot10^{4}(\boldsymbol{u}\boldsymbol{u}\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{n}). \end{split}$$

С помощью рис. 5, на котором изображены кинетические зависимости сумм накопленных повреждений  $\Sigma \omega_{r}$  и  $\Sigma \omega_{r}$  от числа блоков λ программного нагружения (см. рис. 5), можно проанализировать полученные результаты расчета. Так, если сравнивать попарно кривые  $\Sigma \omega_{\sigma} - \lambda$ ,  $\Sigma \omega_{\tau} - \lambda$ , отвечающие одному закону накопления повреждений, то в рассмотренном примере оказывается, что поверхностное повреждение более опасно, чем объемное, поскольку долговечность по критерию изнашивания меньше, чем долговечность по критерию образования магистральной трещины (см. кривые 1 и 5 разупрочнения, 2 и 6 - линейный закон, 3 и 7 - закон упрочнения-разупрочнения, 4 и 8 - закон упрочнения). Иными словами, если накопление поверхностных и объемных повреждений происходит по единому закону, то предельное состояние силовой системы наступит по критерию достижения предельного износа (телом и контртелом одновременно). Если же законы накопления ИУП для поверхностного и объемного повреждений отличны, то, согласно выполненным расчетам и рис. 5, возможно несколько вариантов. Например, в тех случаях, когда изнашивание обоих элементов системы подчиняется закону упрочнения-разупрочнения (кривая 7) или упрочнения (8), а образование магистральной трещины - соответственно закону разупрочнения (1) или линейному (2), то предельное состояние силовой системы наступит по критерию трещинообразования вала. Можно также предположить, что изнашивание протекает по линейному закону (кривая 6), или по закону упрочнения-разупрочнения (7), или по закону упрочнения (8), а образование магистральной трещины - соответственно по закону разупрочнения (1), или по линейному (2), или по закону упрочнения-разупрочнения (3). Тогда существует немалая вероятность того, что предельное состояние силовой системы наступит по обоим критериям одновременно или почти одновременно (см. рис. 5).



*Рис.* 5. Кинетика накопления объемных  $\Sigma \omega_{\sigma}$  и поверхностных Σω, повреждений в силовой системе при моделях накопления повреждений: 1, 5 – разупрочнения (**α**= 2,0, **β** = 1,0); 2, 6 – линейной (**α**= 1,0, **β** = 1,0); 3, 7 - упрочнения-разупрочнения (**Q**= 2,0, **β** = 2,0); 4, 8 - упрочнения (**Q**= 1,0, **β** = 2,0).

Из выполненного в примере анализа вытекает практическая важность установления для конкретной силовой системы с учетом условий ее эксплуатации законов накопления ИУП (т.е. значений параметров  $\boldsymbol{\alpha}_{\sigma}, \boldsymbol{\beta}_{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}_{\tau}, \boldsymbol{\beta}_{\tau}$ ).

В заключение отметим, что предложенную гипотезу можно использовать и для оценки долговечности при других видах ИУП - контактно-механической усталости, фреттингусталости. Удельная сила трения  $\mathbf{T}_{w}$  в этих случаях может быть вычислена по формулам:

при контактно-механической усталости  $au_w = f_R \cdot p_0$ , при фреттинг-усталости

$$\mathbf{\tau}_w = f_\phi \cdot \boldsymbol{q}_m \quad ,$$

где  $p_0$  и  $q_m$ - максимальное и среднее давление на площадке контакта;  $f_R$  и  $f_{\phi}$  – коэффициенты трения при качении и фреттинге соответственно.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. Сосновский Л.А. Статистическая механика усталостного разрушения. – Минск: Наука и техника, 1987. – 288 с.
- Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций. М.: Маши-2. ностроение, 1990. - 448 с.

УДК 620.178.16:620.178.3

### Богданович А.В.

3. Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчеты деталей машин на прочность и долговечность: Справочник. -М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.

- 4. Когаев В.П., Дроздов Ю.Н. Прочность и износостойкость деталей машин: Учебное пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 1991. – 319 с.
- 5. Лавринович М.Ф., Шустерняк М.М. Повышение износостойкости деталей автомобилей. - Минск: Беларусь, 1985. – 142 c.
- 6. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. – М.: Машиностроение, 1977. – 526 c.
- 7. Иванова В.С. Усталостное разрушение металлов. М.: Металлургия, 1963. - 272 с.
- 8 Трощенко В.Т. Усталость и неупругость металлов. - Киев: Наук. думка, 1971. – 268 с.
- Трощенко В.Т., Сосновский Л.А. Сопротивление усталости металлов и сплавов: Справочник. - Киев: Наукова думка, 1987. – Т. 1. – 511 с., Т. 2. – 825 с.
- 10. Сосновский Л.А., Махутов Н.А., Шуринов В.А. Фрикционно-механическая усталость: основные закономерности (обобщающая статья) // Заводская лаборатория. - 1992. -N 9. – C. 46 – 63.
- 11. Сосновский Л.А., Махутов Н.А., Шуринов В.А. Фреттингусталость: основные закономерности (обобщающая статья) // Там же. – 1992. - № 8. – С. 45 – 62.
- 12. Сосновский Л.А., Махутов Н.А., Шуринов В.А. Контактномеханическая усталость: основные закономерности (обобщающая статья) // Там же. – 1992. - № 11. – С. 44 – 61.
- 13. Богданович А.В., Тюрин С.А., Сенькова Е.Л. Закономерности накопления повреждений стали 45 при контактномеханической усталости // Завод. лаборатория. - 1996. - № 2. - C.42 - 45.
- 14. Сосновский Л.А., Шуринов В.А., Богданович А.В. Гипотеза накопления износоусталостных повреждений // Механическая усталость металлов: Тр. XI Междунар. коллоквиума / Отв. Ред. В.Т. Трощенко: В 2-х т. - Киев, 1992. -T.1. - C. 179 - 184.
- 15. Сосновский Л.А., Богданович А.В. Сопротивление усталости алюминиевого сплава Д16Т при программном нагружении в воздухе и в коррозионной среде // Пробл. прочности. – 1991. – № 5. – С. 50 – 55.
- 16. Износоусталостные повреждения и их прогнозирование (трибофатика). Науч. ред. Сосновский Л.А. / Авт.: Л.А. Сосновский, В.Т. Трощенко, Н.А. Махутов, Гао Ван-Чжэн, А.В. Богданович, С.С. Щербаков. - Гомель, Киев, Москва, Ухань, 2001. – 170 с.
- 17. Богданович А.В. Методика прогнозирования долговечности силовых систем по критериям износоусталостного повреждения // Завод. лаборатория, 2002. - № 6. - С. 47 - 51.
- 18. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. - М.: Наука, 1965. - 464 с.
- 19. Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. - М.: Машиностроение, 1977. - 232 с.

# ПРИМЕНЕНИЕ ГИПОТЕЗЫ СУММИРОВАНИЯ ИЗНОСОУСТАЛОСТНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ К ОЦЕНКЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ СИЛОВЫХ СИСТЕМ

(22)

(23)

В статье [1] была предложена гипотеза суммирования износоусталостных повреждений применительно к силовым условиях работающим в системам, фрикционномеханической усталости, рассмотрены различные формы ее представления в зависимости от характера нерегулярного нагружения и принятого критерия предельного состояния.

В связи с отсутствием опубликованных опытных данных о долговечности элементов силовых систем при нерегулярном нагружении в условиях фрикционно-механической усталости, воспользуемся для проверки предложенной гипотезы результатами программных испытаний конструкционных материалов на фреттинг-усталость, которые можно найти в литературе.