

раллельных вычислений были использованы ПЭВМ Pentium, работающие под управлением операционной системы Windows NT и объединенные в комплекс локальной вычислительной сетью Ethernet. Разработанные консольные приложения схем параллелизации тестировались на основе задач аппроксимации и прогнозирования с большими размерностями обучающих множеств (более 2000 эталонов). Эксперименты продемонстрировали как высокую перспективность использования параллельных вычислений в нейросетевых технологиях, так и необходимость применения более совершенных специализированных технических средств для реализации задач подобного рода.

УДК 681.3

*Димаков В.М*

## МОДЕЛЬ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О КРАТЧАЙШЕМ МАРШРУТЕ: ВОПРОС СХОДИМОСТИ И ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ

В данной статье описывается один из вариантов решения задачи о кратчайшем маршруте на базе предлагаемой модели нейронной сети. Описываемая архитектура модели позволяет решить задачу оптимальным образом на базе вычислительных машин с параллельной архитектурой. Дается обоснование работы модели и нахождения ею оптимального и единственного решения. Рассмотрен также вариант использования данной парадигмы нейронной сети для решения другой комбинаторной задачи.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Задача о кратчайшем маршруте является классической проблемой [1,2] и для нее существует достаточно красивых и оригинальных решений, как, например, алгоритм Дейкстры [2] и его модификации, метод динамического программирования [3] и т.д. Существует также вариант нейросетевого решения на базе сети Хопфилда [4,5], для которого требуется задание множества параметров, что делает его не совсем приемлемым [6]. Таким образом, описанные выше алгоритмы решения дают превосходные результаты, которые могут быть приемлемыми или неприемлемыми в зависимости от типа решаемых задач и способа реализации. Поэтому в [6] был предложен метод решения, предполагающий, что задача будет решаться преимущественно аппаратными средствами, реализующими данный вид модели нейронной сети, не требующей предварительного обучения. В [6] было также проведено тестирование работы данной модели в сравнении с алгоритмом Дейкстры и методом динамического программирования, которое показало, что предложенный вариант не уступает по качеству решения, но значительности проигрывает в скорости получения результата. Это связано с тем, что модель нейронной сети представляет собой вычислительную модель параллельной аналоговой архитектуры, требующей для моделирования на компьютере с одиночным потоком команд и одиночным потоком данных (SISD) значительных временных затрат. Недостатком вышеупомянутой статьи являлось то, что в ней не было дано обоснование, что модель предложенной нейронной сети всегда будет находить решение за конечное число шагов и это решение будет всегда единственным и оптимальным. Целью данной статьи является устранение данно-

**БЛАГОДАРНОСТИ**  
 Авторы благодарят международную организацию INTAS, фонды фундаментальных исследований Республики Беларусь и Российской Федерации.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Головки В. А. Нейроинтеллект: теория и применение. Организация и обучение нейронных сетей с прямыми и обратными связями. Брест: Изд. БПИ, 1999. – С. 264.
2. Корнеев В. В. Параллельные вычислительные алгоритмы. – М.: «Нолидж», 1999. – С. 320.

го недостатка и в ней будет показано, каким образом модель нейронной сети получает единственное и оптимальное решение.

### 2. ОБЩАЯ АРХИТЕКТУРА МОДЕЛИ

Общая архитектура модели нейронной сети представлена на рисунке 1 [6]. Из рисунка видно, что она имеет пирамидальную архитектуру, где верхний слой определяет одно из оптимальных решений, предложенных остальными слоями.

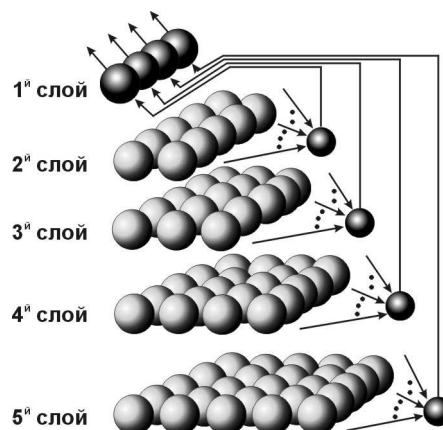


Рисунок 1 – Общая архитектура модели нейронной сети для задачи о кратчайшем маршруте.

На рисунке 2 показана архитектура верхнего слоя. Он представляет собой модификацию классической модели конкурентной нейронной сети [7], работающей по принципу «победитель берет все».

*Димаков Валентин Михайлович. Сотрудник фирмы Bock Engineering GmbH, инженер-программист в области автоматизации производства.*

**Лучший из возможных маршрутов**

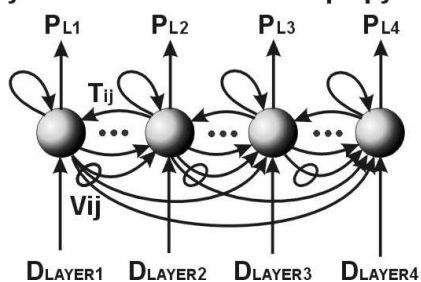


Рисунок2 – Архитектура 1-го слоя модели нейронной сети.

Она является по сути базовым элементом всей описываемой нейронной сети и для данного случая работа ее описывается следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} PL_i(0) = D_{LAYER_i} \\ PL_i(t+1) = fn \left( \begin{array}{l} \sum_j T_{ij} * b_j(t) * PL_j(t) \\ \sum_j V_{ij} * c_j(t) \end{array} \right) \end{array} \right. \quad (1)$$

где

$$fn(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0 \\ 1, & \text{если } x \geq 1 \\ x, & \text{иначе} \end{cases} \quad (2)$$

Здесь \$T\_{ij}\$ – это матрица весовых коэффициентов между нейронами модели нейронной сети, описываемая следующим образом:

$$T_{ij} = \begin{cases} 2, & \text{если } i = j; i, j \in [1, n] \\ -\frac{1}{n+1}, & \text{иначе} \end{cases} \quad (3)$$

где \$n\$ – количество нейронов модели сети. Для управления процессом сходимости сети введен коэффициент \$b\_j(t)\$, значение которого определяется следующим образом:

$$b_j(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } PL_j(t) < 1; j \in [1, n] \\ n+1, & \text{иначе} \end{cases} \quad (4)$$

При наличии нескольких одинаковых оптимальных маршрутов с разным количеством узлов существует проблема определения из них наилучшего. Для ее решения в уравнение (1) вводится дискриминационная матрица \$V\_{ij}\$, чтобы был выбран маршрут с минимальным количеством узлов. Принимая во внимание, что маршрут только с двумя узлами является первым и предпочтительным, тогда получим:

$$c_j(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } PL_j(t) < 1; j \in [1, n] \\ 1, & \text{иначе} \end{cases} \quad (5)$$

$$V_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i < j; i, j \in [1, n] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (6)$$

Если рассмотрим выражение (1) с учетом (3), то при \$t=1\$ получим для \$i=1\$ следующее:

$$PL_1(1) = PL_1(0) + \left[ \frac{PL_1(0) - PL_2(0) + \dots + PL_n(0)}{n+1} \right] \quad (7)$$

Если, исходя из начальных условий, \$PL\_1(0)\$ является максимальным (т.е. показывает, что найден маршрут-кандидат минимальной длины), но меньше чем 1, то совершенно очевидно, что активность данного нейрона при \$t=0\$ выше не только каждого из остальных, но и также их средней сумме. Таким образом, выражение в скобках уравнения (7) всегда положительно и всегда больше, чем для остальных нейронов, что дает максимальный рост активности данного нейрона. При этом его рост ограничивается функцией из уравнения (2).

После того, как на выходе его устанавливается уровень активности, равный единице, то согласно уравнению (4) для него \$b\_j(t)=n+1\$ и уравнение (1) для его активности примет следующий вид:

$$PL_1(t+1)|_{t \rightarrow \infty} = fn \left( 2 * (n+1) - \frac{\sum_{j \neq 1} PL_j(t)}{n+1} \right) \quad (8)$$

Как видно их уравнения (8), активность данного нейрона всегда останется равной единице. Тогда как для остальных нейронов мы получим:

$$PL_i(t+1)|_{i \neq 1} = fn \left( PL_i(t) + \left[ \frac{PL_i(t) - PL_1(t) - \sum_{j \neq i, 1} PL_j(t)}{n+1} \right] \right) \quad (9)$$

Из уравнения (9) очевидно, что выражение в скобках всегда отрицательно, т.к. \$PL\_1(t) > PL\_i(t)\$, \$\forall i \neq 1\$. Следовательно, все остальные нейроны в конечном итоге будут иметь на выходе значение, равное нулю за исключением случая, когда имеется несколько нейронов с одинаковым максимальным начальным уровнем активности. В данном случае нейрон-победитель определяется с помощью выражения с дискриминационной матрицей \$V\_{ij}\$ в уравнении (1).

Таким образом, мы получаем результат, позволяющий однозначно определить, какой из маршрутов-кандидатов является наилучшим с минимальным количеством узлов. Для их генерации используются слои \$2..n\$. Каждый из таких слоев определяет условие нахождения возможного маршрута. Например, для 2-го слоя необходимо найти маршрут, состоящий из 2-х узлов, для 3-го – из 3-х узлов и т.д. Таким образом, задачей каждого слоя является нахождение маршрута исходя из четко поставленных условий.

**3. АРХИТЕКТУРА СЛОЯ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ МАРШРУТА-КАНДИДАТА**

Архитектура слоя для поиска маршрута-кандидата представлена на рисунке 3 [6]. Он представляет собой прямоугольную матрицу нейронов, связанных друг с другом весовыми связями определенным образом. Количество нейронов в каждой строке (т.е. количество столбцов) определяется размерностью задачи (т.е. общим количеством узлов, равным \$n\$), тогда как количество строк матрицы определяется исходя из поставленного условия для данного слоя. Таким образом, количество строк слоя может быть приравнено индексу слоя \$p, p \in [2, n]\$.

Структурно данный слой нейронной сети представляет собой матричную форму простейшей конкурентной сети, описанной выше. В результате итерационного процесса сходимости для данного слоя в каждой строке и в каждом столбце должен оказаться активным только один нейрон. Но в отличие от классического подхода, когда в каждой строке и столбце между нейронами существуют тормозящие связи, для выявления нейрона-победителя, в данной модели использует

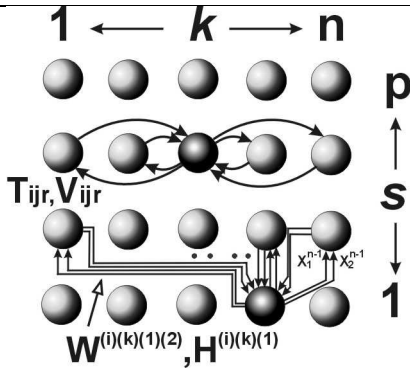


Рисунок 3 – Архитектура формирующего слоя модели нейронной сети.

ся конкурентный процесс только внутри строк. Данный подход основывается на том предположении, что, во-первых, условие нахождения маршрута в конкретном слое четко ограничено количеством используемых в маршруте промежуточных узлов, а во-вторых, маршрут с циклами будет всегда длиннее, чем действительно оптимальный. Следовательно, он в результате конкуренции между нейронами в строках слоя не будет «приниматься во внимание». Таким образом, уравнение активности нейрона в каждой строке формирующего слоя будет эквивалентно уравнению (1). При этом начальное состояние каждого нейрона описывается следующим образом:

$$Y^{(i)(j)}(0) = \begin{cases} fn \left( \frac{I}{\frac{1}{Y_{UP}^{(i)(j)}} + \frac{1}{Y_{DN}^{(i)(j)}}} \right) & \text{если } Y_{UP}^{(i)(j)} \neq 0 \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}, \quad (10)$$

где  $Y_{UP}$  и  $Y_{DN}$  активности внутри каждого нейрона, определяющие стоимость маршрута при распространении сигналов между строками для поиска маршрута в обоих направлениях. Следовательно, активность нейрона формирующего слоя с учетом разрешения противоречий будет выглядеть следующим образом:

$$Y^{(j)(i)}(t+1) = fn \left( \begin{matrix} fn \left( \sum_r^n T_{ijr} * b_{ir}(t) * Y^{(r)(i)}(t) \right) \\ - fn \left( \sum_r^n V_{ijr} * Z^{(r)(i)} \right) \end{matrix} \right), \quad (11)$$

где  $T_{ijr}$  – матрица, связывающая нейроны в строках тормозящими связями, описывается следующим соотношением:

$$T_{ijr} = \begin{cases} \frac{1}{n+1}, & \text{если } j \neq r; i \in [1, p]; j, r \in [1, n] \\ 2 & \text{иначе} \end{cases}, \quad (12)$$

$b_{ij}(t)$  – коэффициент сходимости, определяемый как

$$b_{ir}(t) = \begin{cases} 1 & \text{если } Y^{(i)(r)}(t) < 1; i \in [1, p]; r \in [1, n] \\ n+1, & \text{иначе} \end{cases}, \quad (13)$$

$V_{ijr}$  – дискриминационная матрица удаления одинаковых решений в строках, равная

$$V_{ijr} = \begin{cases} 1, & \text{если } ((j < r \wedge i = 2) \vee (j \neq r \wedge i \neq 2)) \\ \wedge 1 < i < p; j, r \in [1, n] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, \quad (14)$$

$Z^{(i)(r)}$  – коэффициент наличия первого решения.

Рассуждая аналогично, как в случае с 1-м (верхним) слоем (рисунок 2), в итоге мы получаем, что в каждой строке и в каждом столбце активным окажется только один нейрон, если маршрут для данного случая вообще существует.

Рассмотренные выше тормозящие связи между нейронами гарантирует только расстановку активных нейронов в маршруте определенным образом и обеспечивает тем самым единственность решения. Но это не является достаточным, чтобы полученное решение будет правильным. Чтобы это произошло, необходимо чтобы между нейронами были возбуждающие связи, которые гарантируют распространение сигналов от двух выбранных нейронов в крайних строках в двух направлениях навстречу друг другу. Характер распространения этих сигналов обеспечивает поиск оптимального маршрута в слое.

#### 4. ПОИСК ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТА В СЛОЕ

Данный процесс обеспечивается особенной архитектурой нейронов в слое и связей между ними. Существует два вида нейронов: промежуточные и конечные. Последние находятся только в первой и последней строках, все остальные нейроны в слое – промежуточные. Оба типа нейронов показаны на рисунке 4а&б [6].

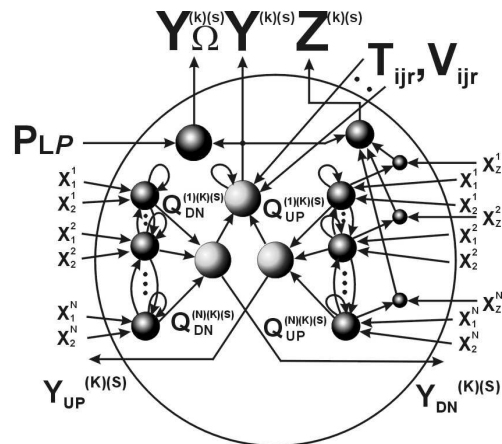


Рисунок 4а – Архитектура промежуточного нейрона формирующего слоя.

Как видно из рисунка 4а, промежуточный нейрон имеет сложную архитектуру. Он состоит из двух слабосвязанных подсистем, обеспечивающих распространение сигналов в двух направлениях: от первой строки слоя до последней, и обратно. С помощью оценки двух идущих на встречу сигналов можно узнать длину маршрута, который «выбрал» данный нейрон. Таким образом, все нейроны, принадлежащие к одному и тому же маршруту и находящиеся в различных строках, имеют одинаковый первоначальный уровень активности  $Y^{(k)(s)}(0)$ , равный обратной величине маршрута, используемый для идентификации в процессе конкурентного процесса. Поэтому здесь можно утверждать, что внутри слоя конкурируют не нейроны, а маршруты за право быть «представителем» данного слоя для задачи с фиксированным количеством узлов.

Каждая из слабосвязанных систем (рисунок 5) нейрона имеет в своем составе простейшую конкурентную сеть, описываемую уравнением (1), и нейрон окончательного результата.

Здесь  $X_j^{(i)(k)(s)}$  означает  $j$ -тый входной сигнал  $i$ -того нейрона подсистемы  $k$ -того нейрона слоя  $s$ . Каждый такой сигнал поступает от  $j$ -того нейрона слоя  $(s-1)$  (либо от слоя  $(s+1)$  для второй подсистемы того же нейрона), как это показано на рисунке 6.

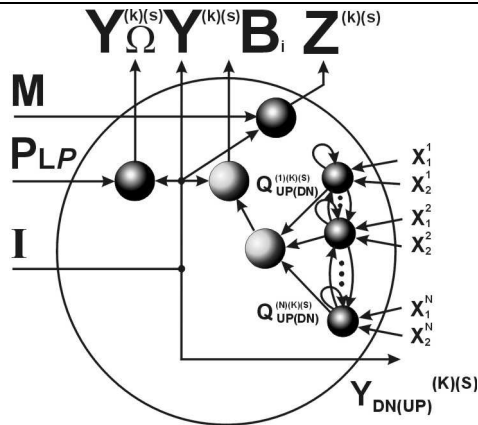


Рисунок 46 – Архитектура конечного нейрона формирующего слоя.

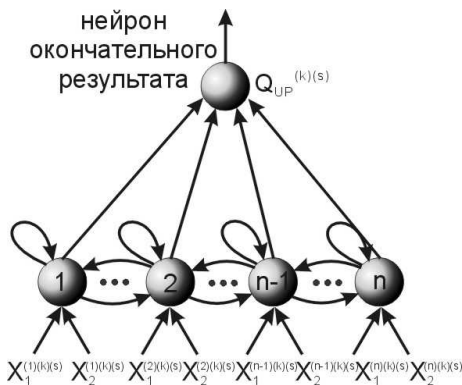


Рисунок 5 – Подсистема промежуточного нейрона формирующего слоя.

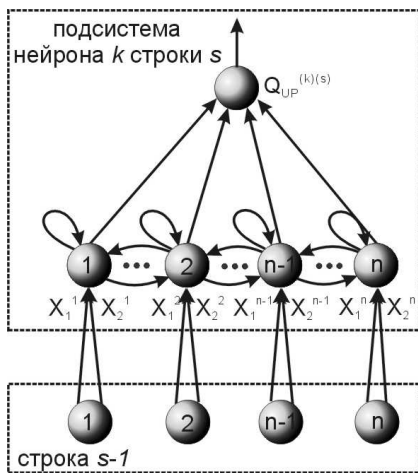


Рисунок 6 – Связь подсистемы промежуточного нейронами с нейронами другой строки слоя.

Рассмотрим работу одну из подсистем нейрона  $k$  строки  $s$ . Для нее входные сигналы  $X$  вычисляются следующим образом:

$$X_1^{(i)(k)(s)} = W_1^{(i)(k)(s-1)(s)} * Y_{UP}^{(i)(s-1)}, \quad (15)$$

$$X_2^{(i)(k)(s)} = W_2^{(i)(k)(s-1)(s)} * Y_{UP}^{(i)(s-1)}, \quad (16)$$

где  $W_1$  и  $W_2$  – матрицы весовых коэффициентов возбуждающих связей, определяемые следующим образом:

$$W_1^{(i)(k)(s-1)(s)} = \begin{cases} 1/d_{ik}, & \text{если } i \neq k \wedge d_{ik} = d_{ki} \neq 0; \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}; \quad (17)$$

$$W_2^{(i)(k)(s-1)(s)} = 1. \quad (18)$$

Здесь  $d_{ik}$  – расстояние между соседними узлами  $i$  и  $k$ ,  $Y_{UP}$  и  $Y_{DN}$  выходные сигналы двух подсистем нейрона  $k$  слоя  $s$ , распространяющиеся на нейроны соседних строк противоположно друг другу.

После того, как получены сигналы  $X_1$  и  $X_2$  для каждого нейрона подсистемы, вычисляется на их основе начальные уровни активности этих нейронов для выявления победителя в ходе конкуренции между ними по следующему принципу:

$$Y^{(i)(k)(s)}(0) = \begin{cases} \frac{1}{\frac{X_2^{(i)(k)(s)}}{X_1^{(i)(k)(s)} + \frac{1}{X_2^{(i)(k)(s)}}}, & \text{если } X_{I(2)}^{(i)(k)(s)} \neq 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}. \quad (19)$$

В результате взаимодействия нейронов в подсистеме согласно уравнению (1) в итоге мы получим нейрон-победитель, который будет определять минимальное расстояние от заданного по условию задачи узла в первой (или последней) строке до узла  $k$  в строке  $s$  в то время, когда между ними находится некоторое количество промежуточных узлов. Здесь  $s$  – индекс текущей строки слоя нейронной сети,  $s \in [1, p]$ . При этом,  $Y^{(i)(k)(s)}(0)$  нейрона-победителя подсистемы в качестве начальной активности будет иметь обратную величину расстояния между этими двумя узлами. Совершенно аналогично, нейрон-победитель другой подсистемы определяет минимальное расстояние между узлом  $k$  и другим заданным изначально узлом согласно условию задачи. Чтобы это показать, рассмотрим следующий пример: допустим, активность  $Y_{UP}$  нейрона  $i$  строки  $(s-1)$  слоя равна в результате вычислений  $1/d_1$ , где  $d_1$  – расстояние между начальным узлом в 1-ой строке и узлом  $i$  в строке  $(s-1)$ . Тогда с учетом уравнений (15), (16) и (19) получим:

$$Y^{(i)(k)(s)}(0) = \frac{1}{\frac{1/d_1}{1/d_1 * 1/d_{ik}} + \frac{1}{1/d_1}} = \frac{1}{d_{ik} + d_1} = \frac{1}{d_2}. \quad (20)$$

Таким образом, мы получаем расстояние между начальным и текущим узлом  $k$  в строке  $s$ . При этом узел  $k$  строки  $s$  получает  $n$  таких расстояний от каждого из узлов  $(s-1)$  строки, которые были получены также в результате селекции от  $(s-2)$ -ой строки и т.д. В результате конкуренции из  $n$  вариантов выбирается маршрут с наименьшей длиной. При этом мы имеем:

$$d^{(k)(s)} = \min_i \left\{ d_{ik} + \min_q \left\{ d_{qi} + \min_r \{ \dots \} \right\} \right\}. \quad (21)$$

Поскольку сигналы распространяются навстречу друг другу от двух выделенных нейронов (узлов) в крайних строках согласно условию задачи, то на каждом нейроне, форми-

рующем маршрут, известна его длина. Следовательно, оптимальный маршрут в слое выбирается исходя из соображений максимальной активности одного из нейронов в каждой строке слоя. Для этого сначала для каждого нейрона слоя определяем начальную активность:

$$Y_{UP(DN)}^{(k)(s)} = Q_{UP(DN)}^{(k)(s)} = \sum_i Q_{UP(DN)}^{(i)(k)(s)}, \quad (22)$$

где

$$Q_{UP(DN)}^{(i)(k)(s)} = \begin{cases} Y^{(i)(k)(s)}(0), & \text{если } \lim_{t \rightarrow \infty} Y^{(i)(k)(s)}(t) = 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (23)$$

С учетом полученных значений от двух подсистем нейрона  $k$  строки  $s$ , суммарный начальный уровень его активности будет:

$$Y^{(k)(s)}(0) = \begin{cases} 1 \\ \frac{1/Q_{UP}^{(k)(s)} + 1/Q_{DN}^{(k)(s)}}{(d_{\alpha k}^{min} + 1) + (d_{k\omega}^{min} + 1)}, & \text{если } Q_{UP(DN)}^{(k)(s)} \neq 0; k \neq \alpha \neq \omega \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (24)$$

где  $d_{\alpha k}^{min}$  и  $d_{k\omega}^{min}$  – минимальные расстояния от двух заданных узлов  $\alpha$  и  $\omega$  до промежуточного  $k$ . Дополнительная двойка, вносимая в знаменатель, является константной погрешностью, вносимой уравнением (19), когда выходная активность  $Y_{UP(DN)}$  выделенных согласно условию задачи нейронов  $\alpha$  и  $\omega$  в 2-х крайних строках слоя равна 1, и не влияет на результат решения задачи.

Таким образом, если маршрут существует для данного слоя, то обязательно в каждой строке слоя найдется нейрон с максимальной начальной активностью и в результате конкуренции в строках и столбцах согласно уравнению (11) будет сформирован единственный оптимальный маршрут для данного слоя.

На рисунке 4б представлена структура конечного нейронного элемента. Он имеет некоторое отличие с промежуточным, рассмотренным ранее. Как видно из данного рисунка, он имеет только одну нейронную подсистему для вычисления длины выбранного маршрута  $B$ .

$$B_k = Q_{UP(DN)}^{(k)(s)}; k \in [1, n] \quad (25)$$

Также с помощью сигнала  $I$  осуществляется начальный выбор узлов, между которыми необходимо сформировать маршрут. В связи с этим отпадает необходимость наличия тормозящих связей между нейронами в крайних строках слоя, поскольку решение для них полностью определено условием задачи. После начального выбора нейронов (узлов) в крайних строках слоя, сигналы от них распространяются навстречу друг другу, как это показано на рисунке 7. Тем самым формируется оптимальный маршрут для данного слоя. Как только маршрут будет сформирован, с помощью дополнительных элементов определяется его существование для каждого слоя и обратная величина его длины  $D_{LAYER}$  подается на 1-й (верхний) слой для определения наикратчайшего маршрута.

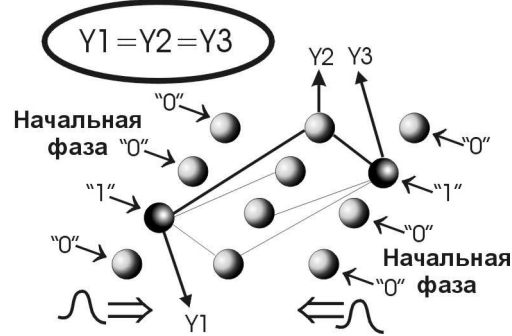


Рисунок 7 – Схема распространения возбуждающего сигнала между нейронами слоя от двух изначально выбранных нейронов.

### 5. ФАЗА ФОРМИРОВАНИЯ ОКОНЧАТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

На рисунке 8 представлена схема определения существования маршрута-кандидата для каждого слоя. Работа ее основана на том предположении, что в каждой строке слоя должен быть активен как минимум один из нейронов. Только при соблюдении этого условия 1-й слой будет «проинформирован» о наличии маршрута-кандидата и тем самым получит от него значение, эквивалентное обратной величины его длины  $D_{LAYER}$ .

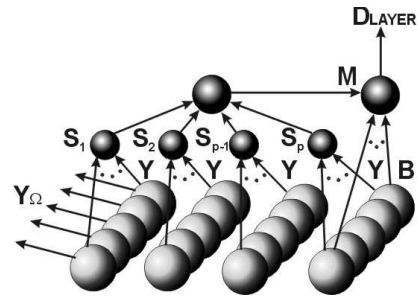


Рисунок 8 – Модель определения существования маршрута для выбранного слоя.

В целом, данная схема работает следующим образом:

$$S_i = \sum_k^n Y^{(k)(i)}, \quad (26)$$

$$M = \prod_i^p S_i, \quad (27)$$

$$D_{LAYER} = \begin{cases} \sum_i^n B_i, & \text{если } M = 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (28)$$

где  $S_k$  определяет наличие активного нейрона в строке  $i$  выбранного слоя,  $M$  показывает существование маршрута для данного слоя, а  $D_{LAYER}$  определяет обратную величину его длины при условии его существования. После этого  $D_{LAYER}$  поступает в 1-й (верхний) слой (рисунок 2), результатом работы которого является сигнал  $P_i$ , определяющий оптимальный маршрут с минимальным числом промежуточных узлов. Затем  $P_i$  поступает на соответствующий слой (рисунок 4) уже для формирования окончательного решения  $Y_{\Omega}$ .

Существует также достаточно редкий случай, когда в формирующем слое имеется в наличии несколько оптимальных маршрутов одинаковой длины. В данном случае перед слоем стоит задача в выделении любого из них, так как все они по длине совершенно одинаковы. В связи с этим в формирующий слой вводится однонаправленная весовая матрица идентификации  $H$ , которая связывает нейроны между строками слоя. При этом происходит удаление конкурирующих маршрутов и окончательная стабилизация формирующего слоя согласно уравнению (11) по наступлению сигнала  $M$  – признака существования хотя бы одного маршрута в слое (рисунок 9). Данная операция выполняется параллельно с процессом глобального выбора оптимального маршрута в 1-м (верхнем) слое модели нейронной сети.

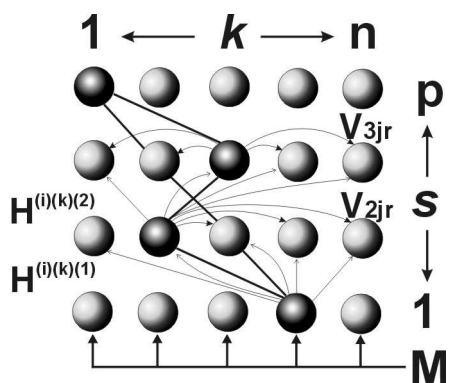


Рисунок 9 – Определение единственного оптимального маршрута в слое.

Таким образом, мы имеем:

$$Z^{(k)(s)} = \begin{cases} 1, \text{ если } (M > 0 \wedge I \wedge s = 1) \vee \\ \left( \sum_i^n H^{(i)(k)(s-1)} * \lim_{t \rightarrow \infty} Q_{UP}^{(i)(k)(s)}(t) \right) \\ * \lim_{t \rightarrow \infty} Y^{(k)(s)}(t) > 0 \wedge I < s < p \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}, \quad (29)$$

где  $s$  – индекс строки слоя,  $I$  – сигнал выбора первого узла в маршруте,  $H^{(i)(k)(s)}$  – матрица идентификации маршрута, определяемая следующим образом:

$$H^{(i)(k)(s)} = 1; i, k \in [1, n]; s \in [1, p]. \quad (30)$$

Часто оказывается так, что число слоев, необходимых для решения задачи, оказывается значительно больше, чем это необходимо. Данное предположение рассмотрим на примере рисунка 10. Здесь самый длинный наикратчайший маршрут находится по диаметру «облака» узлов. Следовательно, число слоев, необходимое для решения задачи, должно быть меньше общего числа узлов и определяется эмпирически следующим образом:

$$E = \min \{ 2 * \sqrt{n} + 1 \} n, \quad (31)$$

где  $n$  – общее количество узлов.

### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье рассмотрена парадигма нейронной сети для нахождения оптимального маршрута. Здесь было подробно рассказано, каким образом осуществляется поиск опти-

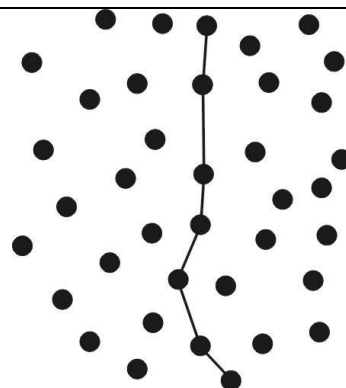


Рисунок 10 – Вариант длинного наикратчайшего маршрута между двумя wybranymi узлами.

мального решения, показана сходимость сети и единственность ее решения. Несмотря на то, что данная модель нейронной сети всегда находит глобальный оптимум задачи, скорость получения решения на ее основе значительно уступает в скорости решения по сравнению с другими известными алгоритмами на SISD-компьютерах. С другой стороны, элементы архитектуры предложенной модели могут быть использованы для задачи коммивояжера. Для ее решения необходим только один слой, состоящий исключительно из промежуточных нейронов, где активен изначально только один в одной из случайно выбранных строк слоя. При этом нейроны двух крайних строк слоя должны быть связаны между собой возбуждающими связями, образуя тем самым «нейронное кольцо» решения.

Сама по себе постановка задачи и ее решение на базе данной модели нейронной сети рассматривались как возможная альтернатива для реализации на аппаратном уровне для системы планирования автономной навигационной системы мобильного робота. При этом, обладая определенными недостатками, она имеет право на существование.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Garey M.R., Johnson D.S. Computers and intractability//Bell Telephone Laboratories, Inc. – San Francisco, 1979.
2. Swamy M.N. and Thulasiraman S.K. Graphs, Networks, and Algorithms// A Wiley Interscience Publication – John Wiley&Sons – New York-Chichester-Brisbane-Toronto, 1981.
3. Коршунов Ю.М. Математические принципы кибернетики// М.: Энергоиздат, 1987.
4. Hopfield J.J., Tank D.W. Collective computation with continuous variable// Disordered systems and Biological organization – Springer-Verlag – 1986. – pp. 155-170.
5. Melamed I.I. Neural network and combinatorial optimization// In Proceedings of the 16th IFIP Conf. Syst. Model Optim. – Compiègne, France – 1993. – pp. 537-542.
6. Dimakov V. The Neural Network Approach for the Shortest Path Planning Problem// In Proc. of the 2<sup>nd</sup> ICSC Symposium on Neural Computation, Berlin, Germany – Eds.: H.Bothe&R.Rojas – International Computer Science Conventions – Canada/Switzerland – 2000. – pp.70-75.
7. Lippman R.P. Introduction to Computing with Neural Networks// IEEE ASSP magazine – 1988.