

нечность (рисунок 2). С учетом выше сказанного, предельный переход от конечной скорости распространения теплового потока к бесконечной в случае микрополярной термоупругой изотропной среды можно интерпретировать как переход от обобщенной взаимосвязанной теории теплопроводности к несвязанной.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М. - 1967.
2. Lord H. W., Shulman Y.// J. Mech. And Phys. Solids, 1967. - Vol. 15. - No. 5. - P. 299-309.
3. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Обобщенная термомеханика. Киев. - 1975.
4. Sharma J.N., Singh H.// J. Acoust. Soc. Am. – 1989. - Vol. 85. - No. 4. - P. 1407-1413.

5. Шашков А.Г., Бубнов В.А., Яновский С.Ю. Волновые явления теплопроводности: системно-структурный подход. Мн. - 1993.
6. Haddow J.B., Wegner J.L.// Math. And Mech. Solids. – 1996. - Vol. 1. - No. 1. - P. 11-127.
7. Liu Kaishin, Xie Suming // Acta mech. solida sin. – 1996. - Vol. 17. - No. 3. - P. 221-228.
8. Новацкий В. Теория упругости. М. - 1975.
9. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. IV. - Ч. 2. - М. 1981.
10. Современная кристаллография. Т. IV. Физические свойства кристаллов. М. - 1984.
11. Таблицы физических величин. Справочник. Под ред. И.К. Кикоина. М. - 1976.
12. Федоров Ф.И. Упругие волны в кристаллах. М. - 1965.

УДК 621.891

Басинюк Я.В., Ишин Н.Н., Басинюк В.Л., Мардосевич Е.И.

ВИБРОМОНИТОРИНГ ВНУТРЕННЕЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ, ТОЧНОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ И ИЗНОСОВ ОТДЕЛЬНЫХ ПАР ЗУБЬЕВ ПЕРЕДАЧ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

Интенсивное развитие расчетных методов оценки параметров надежности механических систем в ряде случаев позволяет уже на стадии проектирования не только оценить ресурс их работоспособности, но и провести сертификацию изделий практически без проведения испытаний натурных образцов. Вместе с тем, постоянно растущие требования к безопасности изделий, в том числе к снижению уровня их виброакустической активности, обуславливают создание и использование новых конструктивных и технологических решений, расчетная оценка эффективности использования которых традиционными методами затруднена. Поэтому и сегодня ведущими производителями приводных систем проводятся их исследования, которые до настоящего времени остаются наиболее дорогостоящим, трудоемким и длительным этапом создания нового изделия.

При испытаниях приводов зацеплением оценка их реальной внутренней динамической нагруженности позволяет уточнить принятые при проектировании расчетные нагрузочные данные. Кроме того, в ряде случаев, наличие достоверной информации о нагруженности отдельных пар зубьев позволяет рассматривать каждый зуб как отдельный объект исследований, что обеспечивает значительное уменьшение длительности и стоимости испытаний, а также существенное сокращение объема испытываемых объектов.

Целью настоящей работы является исследование возможностей эффективной оценки внутренней динамической нагруженности, точностных характеристик в реальных условиях нагружения и степени износа отдельных пар зубьев и прямозубых зубчатых передач в целом путем их вибромониторинга со съемом измерительной информации в режиме «осциллографа» с фиксацией в реальном масштабе времени и анализом по амплитудным значениям сигнала с использованием методов математической статистики. Ее реализация в ряде случаев позволяет обеспечить существенное ускорение испытаний, снижение трудоемкости и длительности их проведения на основе создания и использования алгоритмов

съема и обработки диагностических данных с использованием современных микропроцессорных программно-аппаратных средств контроля в реальном масштабе времени параметров взаимодействия и зацепления в целом.

Вибромониторинг приводных систем - одно из самых распространенных и перспективных направлений в создании средств оценки нагруженности и технического состояния приводных систем. Вместе с тем, его использование, как правило, позволяет определить лишь ориентировочные, усредненные для зацепления в целом, значения динамической нагруженности и далеко не всегда обеспечивает достоверность получаемой информации. Это связано прежде всего со сложностью учета влияния взаимосвязанных между собой инерционных и нелинейно зависящих от скоростных и нагрузочных факторов жесткостных параметров и передаточных функций динамической системы, искажающих вибросигнал при его передаче от источника колебаний к первичному преобразователю.

При выполнении настоящей работы определялась связь внутренней динамической нагруженности отдельных пар зубьев испытываемой зубчатой передачи с виброускорениями, зафиксированными на ее подшипниковых опорах, и оценивались возможности построения на основе полученных результатов эффективной системы вибромониторинга с использованием информационно-технологий съема, обработки и представления диагностических данных.

Экспериментальные исследования проводились на стенде с открытым силовым контуром (рисунок 1) на примере некорректированной прямозубой зубчатой передачи с модулем $m = 3$ мм и числами зубьев $Z_1 = Z_2 = 40$. Перед проведением испытаний на торцевые поверхности зубьев одного из колес по мостовой схеме наклеивались тензорезисторы. Их таррировка осуществлялась при частоте вращения ведущего вала диагностируемой передачи $n = 18$ рад/с и нагружающих моментах, соответствующих режимам последующих исследований – $T = 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180$ и 200 Нм. Виб-

Басинюк Ярослав Владимирович. Инженер - систематехник, соискатель ИНДМАШ НАН Беларуси.

Ишин Николай Николаевич. К.т.н., доцент, заведующий лабораторией ИНДМАШ НАН Беларуси.

Басинюк Владимирович Леонидович. К.т.н., доцент, заместитель директора по НИР ИНДМАШ НАН Беларуси.

Мардосевич Елена Ивановна. Инженер - механик, аспирант-очник, и.о. Ученого секретаря ИНДМАШ НАН Беларуси. Беларусь, 220072, г. Минск, ул. Академическая 12.

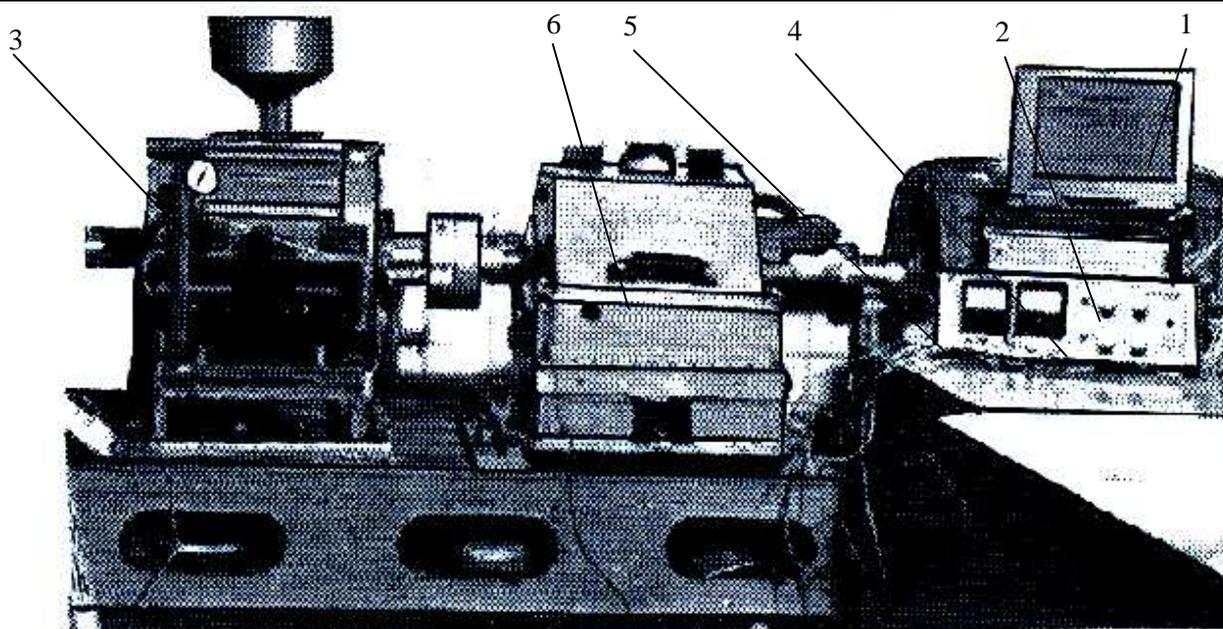


Рисунок 1 – Стенд для исследований внутренней динамической нагруженности:

1 – ПЭВМ, 2 – микропроцессорный адаптер, 3 – порошковый тормоз ПТ-250, 4 -блок управления порошковым тормозом, 5 – двигатель постоянного тока с тиристорным приводом, 6 – коробка с испытуемыми зубчатыми колесами.

Таблица 1 – Результаты исследований зависимости амплитудных значений напряжений с тензорезисторов U_T (В) тензометрируемого зуба и пьезоэлектрического датчика U_L (В) виброускорений на подшипниковых узлах от нагружающих моментов T (Нм) при постоянной окружной скорости $V_0 = 3.4$ м/с.

T , Нм	№	U_T , В	U_L , В	K_p	T , Нм	№	U_T , В	U_L , В	K_p
60	1	0,687	0,272	1,025	80	1	0,8044	0,3116	1,00182
	2	0,663	0,266	1,013		2	0,8028	0,3214	0,96932
	3	0,649	0,274	0,961		3	0,8942	0,3377	1,027517
	Ср.	0,666	0,271	1,000		Ср.	0,8338	0,3236	0,999553
	K_H/S_{kp}		2,461/0,0198			K_H/S_{kp}		2,577/0,0523	
100	1	1,038	0,423	1,012	120	1	1,240	0,514	1,056
	2	0,990	0,416	0,981		2	1,236	0,550	0,985
	3	1,005	0,411	1,007		3	1,223	0,557	0,963
	Ср.	1,011	0,417	1,000		Ср.	1,233	0,540	1,001
	K_H/S_{kp}		2,426/0,0242			K_H/S_{kp}		2,282/0,0086	
140	1	1,602	0,514	0,985	160	1	1,641	0,594	0,970
	2	1,455	0,475	0,968		2	1,402	0,478	1,030
	3	1,669	0,514	1,026		3	1,428	0,498	1,008
	4	1,450	0,449	1,021		4	1,647	0,579	0,999
	Ср.	1,544	0,488	1,000		Ср.	1,530	0,537	1,002
K_H/S_{kp}		3,164/0,1159			K_H/S_{kp}		2,846/0,1393		
180	1	1,873	0,726	1,000	200	1	1,910	0,751	1,012
	2	1,897	0,723	1,018		2	1,903	0,749	1,011
	3	1,864	0,736	0,982		3	1,923	0,782	0,978
	Ср.	1,878	0,729	1,000		Ср.	1,912	0,761	1,000
	K_H/S_{kp}		2,578/0,0170			K_H/S_{kp}		2,514/0,0391	

роускорения фиксировались пьезоэлектрическим датчиком Д14, установленным посредством резьбовой шпильки на подшипниковом узле тензометрируемого зубчатого колеса.

При проведении исследований синхронизированный аналоговый электрический сигнал пьезоэлектрического датчика и тензорезисторов передавался на двухканальный микропроцессорный адаптер с программируемым усилителем и АЦП, где преобразовывался в числовой вид и размещался в виде

файла данных на ПЭВМ с привязкой к реальному масштабу времени.

Для выбора режимов функционирования контролируемой зубчатой передачи и параметров съема диагностической информации использовалась разработанная в ИНДМАШ НАН Беларуси методика, в основу которой положены алгоритмы моделирования процесса передачи диагностической информации от зубчатого зацепления к первичному преобразователю [1]. Обработка диагностических данных осуществлялась

Таблица 2 – Влияние нагружающего момента T (Нм) на коэффициент пропорциональности (K_n) между амплитудными значениями напряжений с тензорезисторов U_T (В) тензометрируемого зуба и пьезоэлектрического датчика U_L (В) виброускорений на подшипниковых узлах при постоянной окружной скорости $V_0 = 3.4$ м/с.

T , Нм	K_n	K_n'	$K_n/K_{n_{cp}}$	% откл.	$K_n'/K_{n_{cp}}$	% откл.
60	2,46	2,46	0,94	5,6	0,98	2,1
80	2,58	2,58	0,99	1,0	1,03	2,7
100	2,43	2,43	0,93	6,7	0,97	3,3
120 ¹	2,28	-	0,88	12,5	-	-
140 ¹	3,16	-	1,21	21,3	-	-
160 ¹	2,84	-	1,09	9,0	-	-
180	2,56	2,56	0,98	1,7	1,02	1,9
200	2,53	2,53	0,97	2,9	1,07	0,7
$K_{n_{cp}}$	2,61	2,51	-	7,6	-	1,3

Примечание: 1 = Режим перехода от однопарного к двухпарному зацеплению.

также по специальной программе [1-3], позволяющей осуществить комплексный анализ одновременно зафиксированных в реальном масштабе времени двух функциональных параметров – нагруженности зубьев и виброускорений подшипниковых узлов. Программа позволяет выделить и проанализировать с использованием методов математической статистики амплитудные характеристики контролируемых параметров при взаимодействии отдельных пар зубьев.

Отдельные результаты исследований приведены в таблице 1-3 и на рисунках 2-5.

Обработка результатов исследований проводилась посредством программного обеспечения [2], позволяющего осуществить комплексную обработку одновременно зафиксированных в реальном масштабе времени нагруженности зубьев и виброускорений подшипниковых узлов, включающую выделение и анализ с использованием методов математической статистики амплитудных значений контролируемых параметров при взаимодействии отдельных пар зубьев.

Анализ полученных результатов показал следующее.

Разработанная в ИНДМАШ НАН Беларуси методика выбора режимов вибромониторинга, основанная на моделировании процесса передачи диагностической информации от зубчатого зацепления к первичному преобразователю [1], позволяет определить наиболее рациональные параметры схемы диагностической информации, включая частоты вращения и нагружающие моменты на выходном валу испытуемого зубчатого зацепления, обеспечивающие высокую степень достоверности получения диагностических данных о нагруженности отдельных пар зубьев и передачи в целом.

На исследуемых режимах между амплитудными значениями виброускорений на подшипниковых узлах и нагруженностью существовала корреляционная зависимость (таблица 1), близкая к линейной на участках реализации однопарного ($T = 60 - 120$ Нм) и двухпарного ($T = 180 - 200$ Нм) зацепления (таблицы 1,2 и рисунки 2-7), причем в зоне перехода от однопарного к двухпарному зацеплению при сохранении устойчивой корреляционной связи она носила нелинейный характер.

Исследования показали высокую стабильность величин нагруженности тензометрируемой пары зубьев при постоянных окружной скорости $V_0 = 3,4$ м/с и квазистатических моментах T на выходном валу диагностируемой передачи с модулем $m=3$ мм и $Z_1 = Z_2 = 40$. Их средние квадратические отклонения были незначительны, а коэффициенты вариации при изменениях в диапазоне $T = 60-200$ Нм не превышали 3% в зоне однопарного зацепления, 1% - при двухпарном зацеплении, и лишь при переходе от однопарного к двух-

парному зацеплению возрастали до 7 % (таблица 3). При этом средние квадратические отклонения амплитудных значений виброускорений имели значительно большие значения, а коэффициенты вариации увеличивались с увеличением нагрузки с $\approx 12\%$ до $\approx 32\%$ с относительной стабилизацией (19-21%) при переходе от однопарного к двухпарному моменту при $T = 120...160$ Нм (таблица 4). Таким образом было подтверждено предположение, что наиболее эффективные алгоритмы реализации процессов вибромониторинга внутренней нагруженности зубчатого зацепления по результатам комплексного многопараметрического анализа диагностических данных, зафиксированных в реальном масштабе времени, целесообразно формировать с использованием методов математической статистики.

Таблица 3 – Средние квадратические отклонения σ и коэффициент вариации V амплитудных значений напряжений с тензодатчиков тензометрируемого зубчатого колеса.

T , Нм	σ	V , %
60	0,0192	2,88
80	0,0246	2,43
100	0,1092	7,07
120	0,0139	0,74
140	0,0523	6,27
160	0,0089	0,72
180	0,0171	0,91
200	0,0101	0,53

Таблица 4 – Средние квадратические отклонения σ и коэффициент вариации V амплитудных значений напряжений с пьезоэлектрических датчиков, установленных на подшипниковом узле тензометрируемого зубчатого колеса.

T , Нм	σ	V , %
60	0,0101	11,66
80	0,0153	17,59
100	0,0161	18,53
120	0,0166	19,11
140	0,0181	20,8
160	0,0213	24,5
180	0,0233	26,90
200	0,0278	32,05

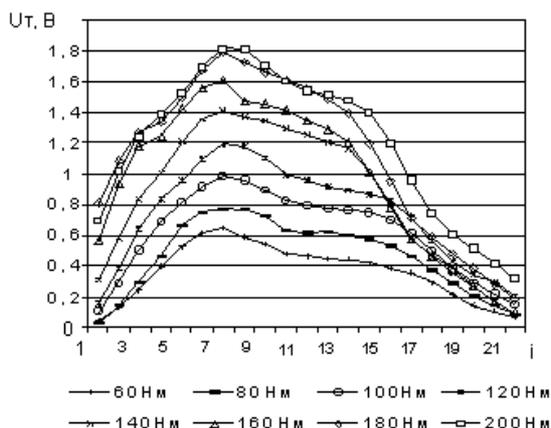


Рисунок 2 – Изменения напряжений с тензорезисторов с изменением нагружающего момента T (Нм) при окружной скорости $V_0 = 3.4$ м/с.

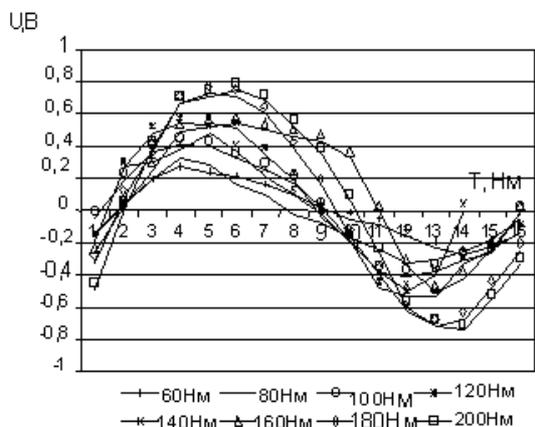


Рисунок 3 – Изменения напряжений с пьезоэлектрического датчика с изменением нагружающего момента T (Нм) при окружной скорости $V_0 = 3.4$ м/с.

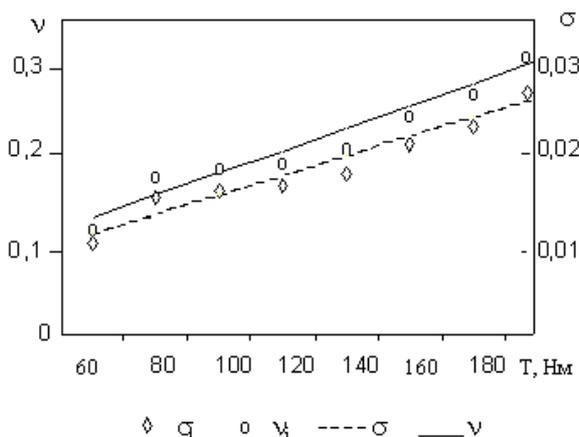


Рисунок 4 – Изменения средних квадратических отклонений σ и вариации ν напряжений с пьезоэлектрических датчиков с изменением нагружающего момента при окружной скорости $V_0 = 3.4$ м/с.

Необходимо отметить, что при исключении зоны перехода от однопарного зацепления к двухпарному отклонения

коэффициентов пропорциональности $K_{\text{н}}$ между амплитудными значениями напряжений с тензорезисторов и пьезоэлектрического датчика от среднего значения этого параметра не превышали 3,3% и несколько уменьшались с увеличением нагруженности. При этом характер изменения этого параметра, как и коэффициентов корреляции вполне может быть использован как диагностический признак для оценки изменения парности зацепления.

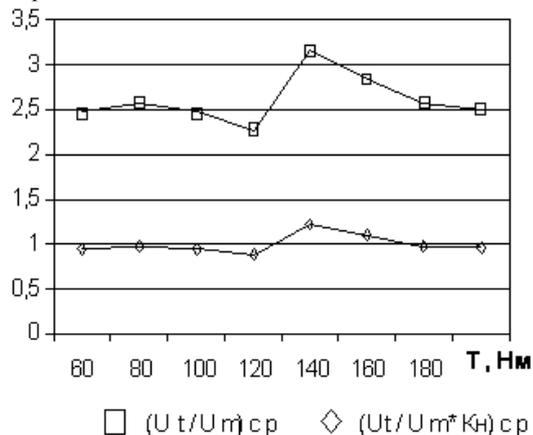


Рисунок 5 – Отношения средних значений максимальных напряжений с тензорезисторов и пьезоэлектрических датчиков с изменением нагружающего момента при окружной скорости $V_0 = 3.4$ м/с.

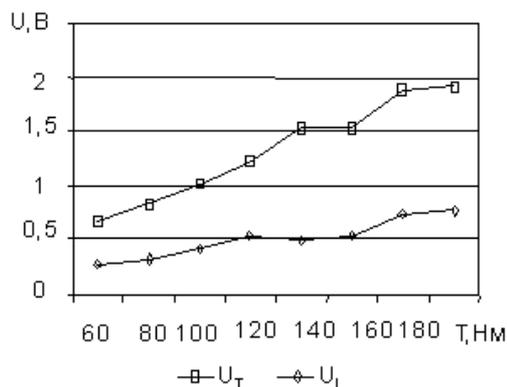


Рисунок 6 – Изменения средних значений амплитудных напряжений с тензорезисторов и пьезоэлектрических датчиков с изменением нагружающего момента T (Нм) при окружной скорости $V_0 = 3.4$ м/с.

На основании приведенных выше результатов может быть создан алгоритм ориентировочной оценки реальных точностных параметров диагностируемой пары зубьев по величинам их нагруженности, что позволяет определить качество их изготовления и сборки, или степень износа как критерия технического состояния.

Зависимость для оценки нагруженности диагностируемой пары зубьев может быть представлена в виде

$$W = w_{\nu} + w_{\sigma} \quad (1)$$

где $W = k_T \cdot U_L$ – удельная нагруженность диагностируемой пары зубьев; w_{ν} – удельная окружная динамическая

сила; $w = 2000 \frac{T_1}{b_w \cdot d_{w1}} = k_w \cdot T_1$ – удельная статическая

составляющая нагруженности зуба, Н/мм; T_I – момент на валу шестерни диагностируемой передачи, Нм; b_w – рабочая ширина венца диагностируемой передачи, мм; d_{wI} – начальный диаметр шестерни диагностируемой передачи, мм;
 $k_W = \frac{2000}{b_w \cdot d_{wI}}$ – коэффициент пропорциональности между статической составляющей нагруженности зуба и нагружающим моментом T , определяемый из геометрических параметров передачи по ГОСТ 21354-75 и для рассматриваемого случая равный $k_W = 1.67$ мм⁻²; k_T – коэффициент пропорциональности между нагруженностью диагностируемой пары зубьев и средней величиной амплитудного значения виброускорения, Н/(ммВ);

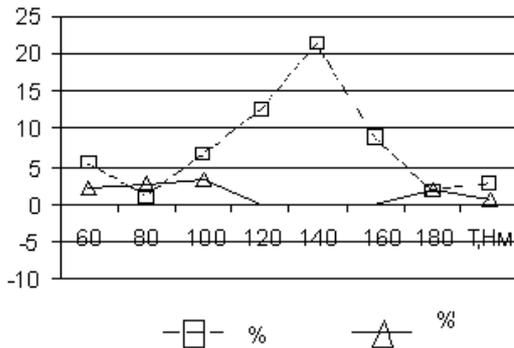


Рисунок 7 – Влияние изменения нагружающего момента T (Нм) на отклонение от среднего (%) коэффициента пропорциональности (K_H) между нагруженностью и амплитудой виброускорения.

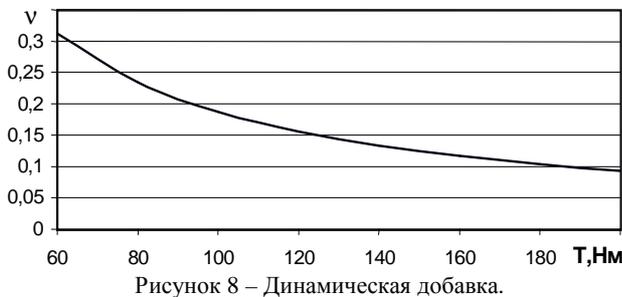


Рисунок 8 – Динамическая добавка.

Приближенная величина удельной окружной динамической силы, рассчитываемой с учетом окружной скорости и погрешностью шага зацепления, может быть определена из широко применяемой при расчетах прямозубых зубчатых передач зависимости [4, стр.131, формула 5]:

$$w_v = 0.8V_0 \left(\frac{a_w \cdot \Delta_b}{u} \right)^{1/2}, \quad (2)$$

где w_v – удельная окружная динамическая сила в кГс/см или Н/мм; V_0 – окружная скорость, м/с; a_w – межосевое расстояние, см; Δ_b – погрешность шага зацепления, мкм; u – передаточное отношение.

При межосевом расстоянии, выраженном в мм, формула (2) примет вид

$$w_v = 0.25V_0 \left(\frac{a_w \cdot \Delta_b}{u} \right)^{1/2}. \quad (3)$$

Для рассматриваемого случая вибромониторинга ($V_0 = const$, $a_w = const$, $i = const$) формула (1) может быть представлена в виде:

$$u = k_U \cdot \Delta_b^{1/2}, \quad (4)$$

где k_U – коэффициент пропорциональности между результирующей погрешностью шага зацепления Δ_b и динамической составляющей нагрузки, равный

$$k_U = 0.25V_0 \left(\frac{a_w \cdot \Delta_b}{u} \right)^{1/2}.$$

Таким образом выражение (1) для каждого из режимов нагружения принимает вид

$$k_T \cdot U_{Lj} = k_U \cdot \Delta_b^{1/2} + k_W \cdot T_j, \quad (5)$$

где j – режим нагружения или

$$U_{Lj} = \frac{k_U}{k_T} \Delta_b^{1/2} + \frac{k_W}{k_T} T_j = k_{UT} \cdot \Delta_b^{1/2} + k_{WT} \cdot T_j, \quad (6)$$

где $k_{UT} = \frac{k_U}{k_T} = \frac{0.8V_0}{k_T}$; $k_{WT} = \frac{k_W}{k_T}$.

Величина k_{WT} и $k_{UT} \cdot \Delta_b^{1/2}$ могут быть определены с использованием метода наименьших квадратов из зависимостей [5, стр.38]

$$k_{WT} = \frac{n \sum T_j U_{Lj} - \sum T_j \sum U_{Lj}}{n \sum U_{Lj}^2 - (\sum U_{Lj})^2} = 0.0034, \quad (7)$$

$$k_{UT} \cdot \Delta_b^{1/2} = \frac{\sum U_{Lj} - k_{WT} \sum T_j}{n} = 0.0635, \quad (8)$$

где n – число учитываемых съемов диагностической информации.

Тогда

$$k_{UT} = \frac{k_U}{k_T} = 0.25V_0 \left(\frac{a_w}{u} \right)^{1/2} \cdot \frac{k_{WT}}{k_W} = 0.0194. \quad (9)$$

Отсюда, с учетом выражения (8) ориентировочное значение Δ_b равно

$$\Delta_b = (0.063452 / 0.019412961)^2 = 10.7 \text{ мкм}. \quad (10)$$

Для рассматриваемой зубчатой пары величина Δ_b , измеренная для колеса и шестерни с использованием универсальных измерительных средств, составила $\Delta_b = 12$ мкм. Погрешность оценки величины Δ_b с использованием приведенного выше алгоритма составила 10,8 %, что можно считать хорошей сходимостью, и практически не превысила погрешности измерения. Необходимо отметить, что для обеспечения приемлемой точности оценки Δ_b необходим рациональный выбор режимов съема диагностических данных, поскольку деформация зубьев оказывает существенное влияние на получаемые результаты.

С учетом выражений 6-8 могут быть получены реальные величины динамической добавки для тензометрируемой пары зубьев на каждом из режимов диагностирования (рисунок 8)

$$v = \frac{k_{UT} \cdot \Delta_b^{1/2}}{k_{WT} \cdot T_j} = \frac{18.7}{T}. \quad (11)$$

В целом, реализация приведенного выше алгоритма значительно расширяет возможности анализа динамических параметров диагностируемой передачи зацеплением и передаточных функций механической системы, размещенной между источником колебаний и пьезоэлектрическим датчиком, на основе учета влияния скоростных и нагрузочных режимов работы зубчатых колес на коэффициенты k_T , k_W , k_u и k_δ .

Полученные результаты показали возможность использования вибромониторинга со съемом измерительной информации в режиме «осциллографа» и ее анализом с учетом реального масштаба времени и использованием методов математической статистики для определения по усредненным амплитудным виброускорениям, зафиксированным на подшипниковых опорах внутренней динамической нагруженности отдельных пар зубьев испытуемой зубчатой передачи, их точностных параметров, в частности погрешности шага зацепления, или связанной с изменением шага зацепления степени износа.

УДК 531.26.262

Веремейчик А.И., Хвисевич В.М.

МЕТОД ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ

Потребности современной техники во многих случаях требуют исследования напряженного и деформированного состояния конструкций, которые подвергаются воздействию механических нагрузок и изменяющихся во времени температур. Сложность геометрических форм конструктивных элементов наряду со сложным характером упомянутых воздействий требуют разработки новых средств и методов расчета на прочность и жесткость для получения данных об их поведении при эксплуатации еще на этапе проектирования. Вопрос о нестационарных тепловых воздействиях актуален еще и потому, что на практике механизмы, машины и строительные конструкции эксплуатируются в условиях неравномерного нагрева, который вызывает значительные температурные напряжения и в сочетании с напряжениями, вызванными действием механических нагрузок, часто становятся причиной частичного или полного вывода элементов из строя. При резко нестационарных процессах теплообмена возникает также большая неравномерность температуры и напряжений. Все это требует развития исследований нестационарных задач термоупругости, связанных со строгим удовлетворением граничных условий по всей границе области при произвольном распределении в ней температуры. При этом очень часто бывает достаточным ограничиться рассмотрением плоской области.

Решение задачи термоупругости проводится в 2 этапа. На первом этапе решается задача теплопроводности, при решении которой согласно [1] используется дифференциальное уравнение (ДУ)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T \quad (1)$$

при соответствующих начальных и граничных условиях зада-

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Басинюк Я.В. Создание программного обеспечения для ускоренных стендовых испытаний динамически нагруженных передач с использованием микропроцессорных средств безразборной диагностики/ Сборник тезисов докладов международного симпозиума. – Теория реальных передач зацепления. – Курган. – 1997.
2. Басинюк Я.В. Построение программного обеспечения на основе экспертных систем при обработке результатов стендовых испытаний/ Тезисы докладов международной научно-технической конференции. – Надежность и безопасность технических систем. – Мн. – 1997.
3. Берестнев О.В., Басинюк Я.В. Многопараметрические системы контроля процессов с динамически изменяющимися параметрами/ Сборник трудов международной конференции. – Математика в индустрии. – Таганрог. – 1998.
4. Петрусевиц А.И., Генкин М.Д., Гринкевич В.К. Динамические нагрузки в зубчатых передачах с прямыми зубьями колесами. – М.: Изд-во АН СССР. – 1956. – С. 134.
5. Надежность машин. Учебное пособие для машиностроительных специальностей ВУЗов/ Д.Н. Решетов, А.С. Иванов, В.З. Фадеев. – Под ред. Д.Н. Решетова. – М.: Высш. шк. – С.:ил. 238.

чи. Здесь $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ - коэффициент температуропроводности,

λ - коэффициент теплопроводности, ρ - плотность материала, c - удельная теплоемкость. Следует заметить, что задача определения температурных полей играет вспомогательную роль для решения задачи термоупругости. Самостоятельный интерес она представляет прежде всего потому, что именно метод потенциала для решения ДУ (1) является перспективным в случае исследования областей с произвольной геометрией границы и краевыми условиями.

Для решения ДУ теплопроводности применим метод тепловых потенциалов. Основными преимуществами применяемого метода по сравнению с другими существующими (конечных элементов, конечных разностей и т.д.) является необходимость дискретизации только границы области, при этом сохраняется высокая точность решения при относительно небольших затратах машинного времени [2].

Решение ДУ (1) разыскивается в виде потенциалов простого (2) или двойного (3) слоев [3]

$$V(P_0, t) = \int_0^t ad\tau \left[\int_L T(P_0, t, P, \tau) \nu(P, t) \right] dl, \quad (2)$$

$$W(P_0, t) = \int_0^t ad\tau \left[\int_L \frac{dT}{dn} \mu(P, \tau) \right] dl. \quad (3)$$

В выражениях (2) и (3) функция T является фундаментальным решением уравнения теплопроводности [4]

Хвисевич Виталий Михайлович. К.т.н., доцент, зав. каф. сопротивления материалов и теоретической механики Брестского государственного технического университета. Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская 267.