

Гоман А.М., Солитерман Ю.Л., Александрова В.С.

УТОЧНЕННЫЙ РАСЧЕТ КОМБИНАЦИИ НАПРЯЖЕННОГО И ШПОНОЧНОГО СОЕДИНЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ

Для закрепления деталей на осях и валах на практике часто применяют комбинированное соединение натягом совместно со шпонкой [1-4]. При этом в ряде случаев посадку используют для частичной разгрузки шпонки и центрирования деталей. В других случаях основная часть нагрузки воспринимается посадкой, а шпонка повышает прочность соединения, обеспечивая при этом жесткую фиксацию в окружном направлении насаживаемых деталей. В настоящее время точный расчет соединения с натягом и шпонкой отсутствует, а в инженерной практике используют расчеты, в которых принимается, что вся нагрузка воспринимается только основным соединением – с натягом или шпоночным. Во втором случае приближенность расчета компенсируют выбором повышенных допускаемых напряжений для шпоночных соединений [3]. Опыт эксплуатации таких соединений [5] показывает, что их прочностная надежность в ряде случаев лимитируется развитием трещин в углах шпоночных пазов, вызванных большим уровнем растягивающих напряжений в этих зонах и высоким коэффициентом концентрации напряжений (рис. 1).

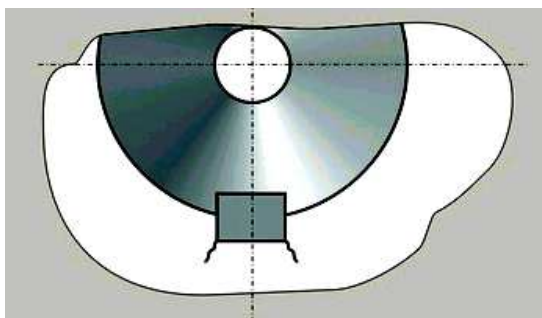


Рис. 1. Разрушение, характерное для шпоночного паза.

При соединении зубчатых колес с валами прочность ступицы также существенно зависит от соотношения высоты зуба и толщины ступицы. Расчеты, проведенные методом конечных элементов и подтвержденные экспериментально, показали [6], что при толщине ступицы меньше двух модулей трещина распространяется от основания зуба вглубь ступицы. В данной работе предлагается аналитический метод расчета растягивающих напряжений в ступице зубчатого колеса в зоне шпоночного паза.

При нагружении соединения одновременно осевой силой F и крутящим моментом M среднее контактное давление на поверхности контакта определяется из выражения [1]:

$$p = k \frac{\sqrt{F^2 + \left(\frac{2M}{d}\right)^2}}{f \pi d l},$$

где $k = 2 \dots 4$ - коэффициент запаса сцепления деталей; d , l - диаметр и длина посадочной поверхности; f - коэффициент трения.

Контактное давление p - на посадочных поверхностях связано с натягом соединения N зависимостью:

$$p = \frac{N - u}{d \left(\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right)}, \quad (1)$$

где $u = 5,5(R_{a_1} + R_{a_2})$ - поправка на обмятие посадочных поверхностей; R_{a_1} , R_{a_2} - средние арифметические отклонения микронеровностей посадочных поверхностей;

$$C_1 = \frac{1 + \left(\frac{d_1}{d}\right)^2}{1 - \left(\frac{d_1}{d}\right)^2} - \mu_1, \quad C_2 = \frac{1 + \left(\frac{d}{d_2}\right)^2}{1 - \left(\frac{d}{d_2}\right)^2} + \mu_2$$

- коэффициенты

жесткости; d_1 - диаметр отверстия охватываемой детали (для вала сплошного сечения $d_1 = 0$); d_2 - наружный диаметр охватывающей детали (ступицы); E_1 , E_2 и μ_1 , μ_2 - соответственно модули упругости и коэффициенты Пуассона материалов вала и ступицы.

Растягивающие тангенциальные напряжения, действующие по толщине ступицы, распределены по закону

$$\sigma_e = p \left(A + \frac{B}{r^2} \right), \quad (2)$$

где r - текущий радиус ступицы; $A = \frac{d^2}{d_2^2 - d^2}$,

$$B = \frac{d^2 d_2^2}{4(d_2^2 - d^2)}.$$

Для оценки напряжений в ступице в зоне шпоночного паза будем полагать, что в первом приближении напряженное состояние в полосе, ослабленной шпоночным пазом (рис. 2), такое же, как и в ступице. Ширина полосы l равна ширине ступицы. Торцы полосы предполагаем нагруженными растягивающими напряжениями σ_t , распределенными по закону (2).

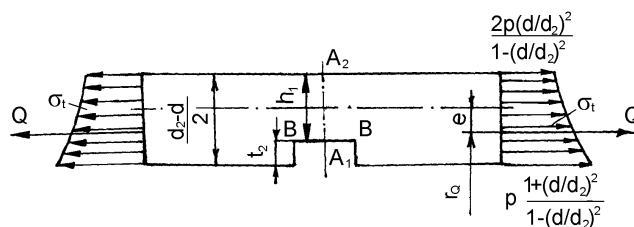


Рис. 2. Схема нагружения полосы со шпоночным пазом.

Равнодействующая распределенных сил Q , действующих по торцам, находится из выражения:

$$Q = l \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{d_2}{2}} \sigma_t dr = p \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{d_2}{2}} \left(A + \frac{B}{r^2} \right) dr = \frac{1}{2} p dl. \quad (3)$$

Положение равнодействующей силы Q определяется радиусом r_Q , величина которого находится по формуле:

$$r_Q = \frac{\int_{\frac{d}{2}}^{\frac{d_2}{2}} r \sigma_t dr}{Q} = \frac{\int_{\frac{d}{2}}^{\frac{d_2}{2}} \left(Ar + \frac{B}{r} \right) dr}{Q} = \frac{1}{2} d \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1 - \left(\frac{d}{d_2} \right)^2} \ln \frac{d_2}{d} \right). \quad (4)$$

В опасном сечении A_1A_2 полосы имеет место внецентренное растяжение. Центр тяжести этого сечения находится на расстоянии $h_c = \frac{h_1}{2}$ от верхнего края. Эксцентриситет e равнодействующей силы Q относительно центра тяжести равен:

$$e = \frac{d_2}{2} - h_c - r_Q = \frac{d_2}{2} - \frac{h_1}{2} - r_Q. \quad (5)$$

Площадь A и момент сопротивления W_u сечения A_1A_2 при изгибе будут равны:

$$A = h_1 l, \quad W_u = \frac{lh_1^2}{6}.$$

Внутренние силовые факторы в сечении A_1A_2 - продольная растягивающая сила $N = Q$, изгибающий момент $M_u = Q e$. Наибольшее растягивающее напряжение возникает в точке A_1 поперечного сечения:

$$\sigma_{A_1} = \frac{N}{A} + \frac{M_u}{W_u} = \frac{Q}{h_1 l} + \frac{6Q e}{lh_1^2}. \quad (6)$$

Вследствие того, что в углах B_1, B_2 шпоночного паза имеет место концентрация напряжений с коэффициентом k_σ [7], максимальные напряжения в сечениях паза возникают именно в этих точках:

$$\sigma_B = k_\sigma \sigma_{A_1}. \quad (7)$$

Следует отметить, что в случае соединения с натягом максимальное контактное давление с одной стороны должны удовлетворять условию прочности охватываемой детали

$$p_{max} = 0,5 \sigma_T \left[1 - \left(\frac{d}{d_2} \right)^2 \right], \quad (8)$$

с другой стороны напряжения в углах шпоночного паза должны удовлетворять условию:

$$\sigma_B \leq \sigma_T. \quad (9)$$

Подбор шпонок для соединения деталей с валами производится по передаваемому вращающему моменту. Условие прочности для призматических шпонок имеет вид:

$$\sigma_{cm} = \frac{2M}{d(h-t_1)l_p} \leq [\sigma_{cm}],$$

$$\tau_{cp} = \frac{2M}{b l_p d} \leq [\tau_{cp}],$$

где b - ширина шпонки; h - высота шпонки; t_1 - глубина паза вала; l_p - расчетная длина шпонки; $[\sigma_{cm}]$ - допускаемое напряжение смятия; $[\tau_{cp}]$ - допускаемое напряжение среза.

Следует отметить, что в комбинированных соединениях шпоночные соединения чаще всего используют лишь для обеспечения жесткой фиксации насаживаемых деталей в окружном направлении [2]. При этом шпоночные соединения оказываются резервными и расчет комбинированных соединений обычно выполняют по схеме расчета соединений с натягом. В этом случае определяется среднее контактное давление. При наличии шпоночного паза должно выполняться условие (9), которое после подстановки (6) в (7) принимает вид:

$$k_\sigma \left(\frac{Q}{h_1 l} + \frac{6Q e}{h_1^2 l} \right) \leq \sigma_T. \quad (10)$$

Если неравенство (10) не выполняется для стандартного шпоночного паза, соответствующего диаметру d соединения, то определяется значение h_1^* , при котором это неравенство будет выполняться. Максимальная величина h_1^* находится из решения квадратного уравнения, вытекающего из (10) после подстановки в него выражения (5):

$$h_1^{*2} + \frac{2k_\sigma Q}{l \sigma_T} h_1^* - \frac{3k_\sigma}{l \sigma_T} (d_2 - 2r_Q) = 0$$

откуда $h_1^* = -\frac{k_\sigma Q}{l \sigma_T} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{3l \sigma_T}{k_\sigma Q} (d_2 - 2r_Q)} \right). \quad (11)$

Если величина шпоночного паза в ступице, соответствующая h_1^* , не позволяет шпонке выполнять свои функции в комбинированном соединении, то предлагается следующее решение задачи расчета прессовой посадки. Для стандартного размера шпоночного паза, соответствующего диаметру d после подстановки в неравенство (10) выражений (3) и (5) получим величину максимально допустимого контактного давления

$$p_{max} \leq \frac{2\sigma_T}{d k_\sigma \left(\frac{1}{h} + \frac{3(d_2 - h_1 - 2r_Q)}{h_1^2} \right)}. \quad (12)$$

Для найденного значения p_{max} должно также выполняться условие (8). Далее находятся максимально допустимые осевая сила F и крутящий момент M по зависимостям:

$$F_{max} = \frac{f \pi d p_{max}}{k}, \quad M_{max} = \frac{f \pi d^2 l p_{max}}{2k}. \quad (13)$$

Натяг соединения N находится из выражения (1):

$$N = p_{max} d \left(\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right) + u. \quad (14)$$

Если M_{max} будет меньше заданного значения M , то оставшуюся долю нагружающего момента $M - M_{max}$ должна передавать шпонка. В этом случае необходима про-

верка условий прочности шпонки. Доля осевой силы $F - F_M$ может быть компенсирована соответствующим конструктивным решением.

Рассмотрим конкретный пример. Требуется подобрать посадку с натягом косоугольного колеса с ведомым валом редуктора. Соединение нагружено вращающим моментом $M = 420$ Нм и осевой силой $F = 600$ Н. Диаметр и длина посадочной поверхности соответственно равны: $d = 55$ мм, $l = 65$ мм. Наружный диаметр ступицы $d_2 = 90$ мм; вал сплошной ($d_1 = 0$); материал вала – сталь 45 ($\sigma_{T1} = 280$ Н/мм²), колеса – сталь 40Х ($\sigma_{T2} = 600$ Н/мм²). Сборка осуществляется запрессовкой.

При расчете соединения с натягом общепринято не учитывать шпонку. Среднее контактное давление определяется, принимая коэффициент запаса сцепления $k = 3$ и коэффициент трения $f = 0,07$:

$$p = \frac{3 \sqrt{600^2 + \left(\frac{2 \cdot 420 \cdot 10^3}{55} \right)^2}}{0,07 \cdot \pi \cdot 55 \cdot 65} = 58,3 \text{ Н/мм}^2.$$

Согласно ГОСТ 23360-78 по заданному диаметру вала выбираем призматическую шпонку с параметрами: ширина $b = 16$ мм, высота $h = 10$ мм, глубина паза в ступице $t_2 = 4,3$ мм. Произведем расчет напряжений в углах шпоночного паза. По формулам (3), (4) имеем:

$$Q = \frac{1}{2} p \cdot dl = \frac{1}{2} 58,3 \cdot 55 \cdot 65 = 104,2 \text{ кН},$$

$$r_Q = \frac{1}{2} d \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1 - \left(\frac{d}{d_2} \right)^2} \ln \frac{d_2}{d} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 55 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1 - \left(\frac{55}{90} \right)^2} \ln \frac{90}{55} \right) = 35,37 \text{ мм}$$

Величина h_1 находится из выражения:

УДК 621.65/68

Голуб М.В., Голуб В.М.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ СЕКЦИОННЫХ НАСОСОВ И ИХ ЗАВИСИМОСТЬ ОТ СОСТОЯНИЯ УПЛОТНЕНИЙ РАБОЧИХ КОЛЕС

Межступенчатые щелевые уплотнения рабочих колес и разгрузочные устройства осевых сил давления действующих на ротор являются одними из основных элементов определяющих энергетические показатели, долговечность и надежность центробежных многоступенчатых секционных насосов.

$$h_1 = \frac{d_2}{2} - \frac{d}{2} - t_2 = \frac{90}{2} - \frac{55}{2} - 4,3 = 13,2 \text{ мм. Экцентри-$$

ситет равнодействующей находится из (5):

$$e = \frac{90}{2} - \frac{13,2}{2} - 35,37 = 3,03 \text{ мм. Принимая } k_\sigma = 2,25$$

[7], по (6), (7) имеем:

$$\sigma_B = k_\sigma \left(\frac{Q}{h_1 l} + \frac{6 Q e}{l h_1^2} \right) =$$

$$= 2,25 \left(\frac{104,2 \cdot 10^3}{13,2 \cdot 65} + \frac{6 \cdot 104,2 \cdot 10^3 \cdot 3,03}{65 \cdot 13,2^2} \right) = 650 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

Как видно, $\sigma_B > \sigma_T$.

Уменьшая глубину шпоночного паза, найдем h_1^* из (10):

$$h_1^* = - \frac{2 \cdot 104,2 \cdot 10^3}{65 \cdot 600} \times$$

$$\times \left(1 - \sqrt{1 + \frac{3 \cdot 65 \cdot 600}{2,25 \cdot 104200} (90 - 2 \cdot 35,37)} \right) = 13,6 \text{ мм}$$

Принимаем $h_1 = 13,7$ мм. Глубина шпоночного паза в теле ступицы будет: $t_2 = 3,8$ мм. В соответствии со стандартом шпонка должна иметь размеры: $b = 14$ мм, $h = 9$ мм. Далее подбор посадки осуществляется по общепринятой схеме.

Таким образом, в данной работе уточняется расчет соединений деталей с натягом и шпонкой. Особенностью предложенного подхода является расчет напряжений в углах шпоночного паза охватываемой детали. Как показывает практика, (рис. 1) эти напряжения, не учитываемые в традиционных расчетах, могут привести к разрушению соединения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Решетов Д.Н. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1989. – 496с.
2. Иосилевич Г.Б. Детали машин. – М.: Высшая школа, 2002. – 408с.
3. Иванов М.Н., Финоменов В.А. Детали машин. – М.: Высшая школа, 2002. – 408с.
4. Иосилевич Г.Б. Концентрация напряжений и деформаций в деталях машин. – М.: Машиностроение, 1981. – 223с.
5. http://sutr.ru/templates/product_and_service prp.2.pid-126
6. Gear Crack Propagation Path Studies – Guidelines Developed for Ultrasafe Design NASA/TM-2002-211126. <http://www.grc.nasa.gov/www/RT2001/5000/59501/lewicki.html>.
7. Когаев В.П., Дроздов Ю.Н. Прочность и износостойкость деталей машин. – М.: Высшая школа, 1991. – 319с.

Голуб Михаил Владимирович, д.т.н., профессор каф. машиноведения Брестского государственного технического университета.
Голуб Владимир Михайлович, к.т.н., доцент каф. машиноведения Брестского государственного технического университета.
 Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.