

сильноагрессивной среде. Расчетная глубина коррозионного повреждения по уравнению Таманна значительно меньше толщины защитного слоя приведенной в СНБ 5.03.01-02.

Необходимо отметить, что уравнение Таманна не учитывает неоднородность в составе арматуры, конструкционные особенности железобетонных конструкций (особенно трубопроводов), что приводит к увеличению скорости газовой коррозии. Также к ускорению коррозионных процессов и естественно увеличению глубины коррозионного повреждения приводит понижение положительной температуры при действии сульфатов, что не учитывается в уравнении Таманна.

Используя уравнения Таманна, можно установить необходимость и эффективность применения защитных изоляционных мероприятий, сопоставляя глубину расчетного разрушения поверхностного слоя бетона (принимая погрешность расчетов по уравнению Таманна равную 5мм) с минимальной толщиной защитного слоя бетона по СНБ 5.03.01-02, которая сохраняет его защитные функции (эксплуатационную пригодность) конструкции.

Можно установить необходимость возможного ремонта конструкции. От защиты поверхности (вторичной защиты) можно отказаться, если расчетная толщина (плюс погрешность 5мм) разрушения поверхностного слоя бетона за проектный срок (или срок до капитального ремонта) эксплуатации не приводит к долговечности конструкции.

Приведенные в этой работе расчеты показывают, что применение бетонов на сульфатостойких портландцементе пониженной проницаемости (с минимальным В/Ц) позволяет отказаться от вторичной защиты бетона в газовых средах.

#### ВЫВОДЫ

1. Главными факторами, определяющими газовую коррозию арматурной стали в железобетонных конструкциях является минимальное содержание влаги и температура. Необходимо учитывать при рассмотрении коррозионной стойкости бетона и его долговечности, что при понижении температуры наряду с этtringитом при действии сульфатов на цементный раствор в присутствии растворимой углекислоты образуется туамзит (карбосульфосиликат кальция), который вызывает разрушение цементного камня.
2. Толщины защитного слоя, назначенные по СНБ 5.03.01-02, обеспечивают защиту арматуры железобетонных конструкций от газовой коррозии, что подтверждают расчеты

глубины коррозионного повреждения по уравнению Таманна.

3. Расчет глубины коррозионного повреждения защитного слоя бетона с использованием уравнения Таманна позволяет определить необходимость использования вторичной защиты и периодичность проведения ремонтных работ.
4. Увеличение долговечности железобетонных конструкций, работающих в условиях агрессивной газовой среды, можно достичь не только за счет большого размера защитного слоя бетона, но и используя бетон на сульфатостойком портландцементе с пониженной величиной В/Ц.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Алексеев С.Н., Розенталь Н.К. Коррозионная стойкость железобетонных конструкций в агрессивной промышленной среде. – М.: Стройиздат, 1976. – 205 с.
2. Москвин В.М., Нерсисян В.Г. Влияние напряженного состояния на коррозию легкого бетона в агрессивной газовой среде // Бетон и железобетон, 1970.
3. Москвин В.М., Рубецкая Т.В., Любарская Г.В. Коррозия бетона в кислых средах и методы исследования // Бетон и железобетон, 1971. – № 10 – С. 17-19.
4. [www.enwl.net.ru/2002/chemestr/04094545/PHP](http://www.enwl.net.ru/2002/chemestr/04094545/PHP)
5. СНиП 2.03.11-85. Защита строительных конструкций от коррозии / Госстрой СССР. – М.: Стройиздат, 1986. – С. 3-27.
6. Яковлев В.В., Головачева Т.С., Щуркова Т.А. Исследование процесса выщелачивания цементного камня // Строительные материалы и конструкции. – Уфа: НИИПромстрой, 1985.
7. Алексеев С.Н., Иванов Ф.М., Модры С., Шиссель П. Долговечность железобетона в агрессивных средах. – М.: Стройиздат, 1990. – 247с.
8. Ludwig U., Merhrs S. destruction of historical buldings by formation of ettringite or thaumasite. 8 Int. congr. On the Chemistry of cement, 1986. – pp.181-188.
9. Ostrowski Cz. Baclanie mineralogiczke tlock. Cement, Wapno, Gips, 1987.
10. [www.vc.tenir.com/catalog.html](http://www.vc.tenir.com/catalog.html).
11. Рубецкая Т.В., Бубнова Л.С., Любарская Г.В. Расчет и прогнозирование глубины коррозии бетона при действии на него жидких агрессивных сред//Сб. тр./НИИЖБ. – М., 1975. – Вып. 19 – Повышение коррозионной стойкости бетона и ЖБК. – С. 11-16.

Статья поступила в редакцию 23.10.06

УДК 624.04.681

Уласевич В.П., Костюк О.В.

## ПРЯМОЛИНЕЙНЫЙ ГИБКИЙ СТЕРЖЕНЬ КАК УНИВЕРСАЛЬНЫЙ КОНЕЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ В РАСЧЕТАХ ГИБКИХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

1. Краткая характеристика расчета по МКЭ. Идея метода конечных элементов (МКЭ) получила свое развитие применительно дискретному решению континуальных задач в виде пластин и оболочек в 70-х годах прошлого столетия, когда началось широкое применение ЭВМ в решении задач строительной механики, позволившее эффективно использовать матричные операции вычислительной математики.

В расчетах стержневых систем наибольшее применение МКЭ получил в форме метода перемещений (деформаций).

Основное отличие от классического метода перемещений состоит в учете влияния на перемещение узловых точек не только изгибных, но и продольных деформаций. Это отличие, с одной стороны, позволяет в большей степени формализовать выбор основной системы МКЭ, а с другой стороны – повысить точность расчета.

1.1. Расчет в линейной постановке. В линейной постановке основные положения МКЭ стержневых систем изложены в [1, 2]. Суть МКЭ для стержневых систем:

Уласевич Вячеслав Прокофьевич, кандидат технических наук, профессор кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.

Костюк Ольга Васильевна, младший научный сотрудник НИЧ Брестского государственного технического университета. Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Стержневая система разбивается на отдельные элементы (отдельные стержни или их участки) такой формы, которая доступна для оценки напряженно-деформированного состояния элементов под нагрузкой и взаимодействия между собой, а также для определения зависимостей между силами взаимодействия, деформациями и соответствующими им перемещениями. Нагрузка прикладывается в узлах системы. При воздействии на элементы внеузловой нагрузки метод конечных элементов будет точным, если предварительное изучение КЭ системы выполнено точно. Условия сопряжения между узлами системы выполняются на стадии изучения КЭ на основе принятых допущений.

Если в качестве основных неизвестных приняты неизвестные перемещения в местах сопряжения элементов (стержней) между собой, то система разрешающих алгебраических уравнений в матричной форме, описывающая условия сопряжения элементов с учетом непрерывности деформаций и перемещений, сил взаимодействия и условий равновесия с заданной нагрузкой, в обозначениях [2] имеет следующий вид

$$[K] \cdot \{\Delta\} = \{r\}, \quad (1)$$

где  $[K]$  – матрица жесткости системы, каждый элемент которой  $K_{ij}$  представляет собой реакцию  $r_i$  в  $i$ -м направлении от единичного перемещения узла в  $j$ -м направлении;  $\{\Delta\}$  – вектор неизвестных перемещений узловых точек системы;  $\{r\}$  – вектор компонентов суммарных реакций всех узлов системы на все примыкающие к ним стержни.

Для расчетной модели, состоящей из  $n$  узлов, вектор  $\{r\}$  в глобальной системе координат может быть вычислен из системы  $3n$  уравнений равновесия всех сил, действующих в каждом  $i$ -том узле, которые в матричной форме запишем так

$$\{r\} = \{P_u\} + \{P_s\} + \{R\}, \quad (2)$$

где:  $\{P_u\}$  – вектор внешних нагрузок, действующих в узлах системы;  $\{P_s\}$  – вектор реакций начала и конца КЭ, от воздействия распределенных по длине КЭ поперечных сплошных нагрузок, температурных воздействий, предварительного натяжения с учетом граничных условий закрепления элемента в узлах, и приложенных с обратным знаком к узлам системы;  $\{R\}$  – вектор опорных реакций, действующих в узлах, на которые наложены опорные связи.

Точность метода определена методикой вычисления составляющих вектора  $\{P_s\}$  на стадии определения напряженно-деформированного состояния КЭ, входящих в систему.

Если в узле нет опорных связей, то соответствующие им величины в векторе  $\{R\}$  системы (2) равны нулю; если на рассчитываемую стержневую систему действует только узловая нагрузка, то вектор  $\{P_s\}$  равен нулю, а решение системы уравнений (1) относительно искомым перемещений возможно

только при воздействии на рассчитываемую стержневую систему узловой нагрузки. При воздействии на КЭ системы сплошной нагрузки необходимо иметь решение, учитывающее функцию ее распределения по длине КЭ для всех возможных способов закрепления концов стержня в узлах (жесткое либо шарнирное).

Методика формирования матрицы жесткости системы  $[K]$  с использованием среды MathCAD изложена в [3].

Решение системы уравнений (1) позволяет определить вектор перемещений узлов системы  $\{\Delta\}$  в глобальной системе координат, что дает возможность вычислить усилия  $\{r'\}$  по концам каждого КЭ в местной системе координат по выражению

$$\{r'\} = [K'] \cdot [T_\alpha] \cdot \{\Delta\} - \{P_s'\}, \quad (3)$$

где  $[K']$  – матрица жесткости КЭ в местной системе координат;  $[T_\alpha]$  – матрица преобразований координат;  $\{P_s'\}$  – вектор узловых реакций в КЭ системы от действия на элемент распределенной нагрузки в местной системе координат.

Если вектор  $\{P_s'\}$  определен, то вектор  $\{P_s\}$ , входящий в (2), необходимо вычислить по формуле

$$\{P_s\} = [T_\alpha]^T \cdot \{P_s'\}. \quad (4)$$

Найденный вектор  $\{r'\}$  для КЭ позволяет определить внутренние усилия в нем (эпюры внутренних усилий), используя известные в строительной механике зависимости.

Преобразование внеузловой нагрузки к узловой может быть выполнено известными методами строительной механики. Для равномерно распределенной нагрузки и нагрузки, распределенной по треугольному закону, решения для  $\{P_s'\}$  приведены в [2].

**1.2. Учет деформированной схемы равновесия.** Ввиду возможности существенного влияния продольных деформаций вант и других гибких стержней на общее напряженно-деформированное состояние балочно-вантовых систем, их расчет должен быть выполнен по деформированной схеме равновесия. Заметим, что система основных разрешающих уравнений МКЭ в виде (1) справедлива только для *исходного состояния* деформированной системы. Если в качестве *рассчитываемого состояния* будем рассматривать деформированное состояние системы, в которое она переходит из *исходного* под воздействием параметров, возмущающих исходное состояние, то систему уравнения (1) можно представить так

$$[K(\Delta)] \cdot \{\Delta\} = \{P_u\} + [T_\alpha]^T \cdot \{P_s'\} + \{R\}. \quad (5)$$

Для решения нелинейной системы уравнений МКЭ (5), описывающей переход балочно-вантовой системы из *исходного состояния* в *рассчитываемое*, принят «способ последовательных увязок», основные положения которого изложены в [3].

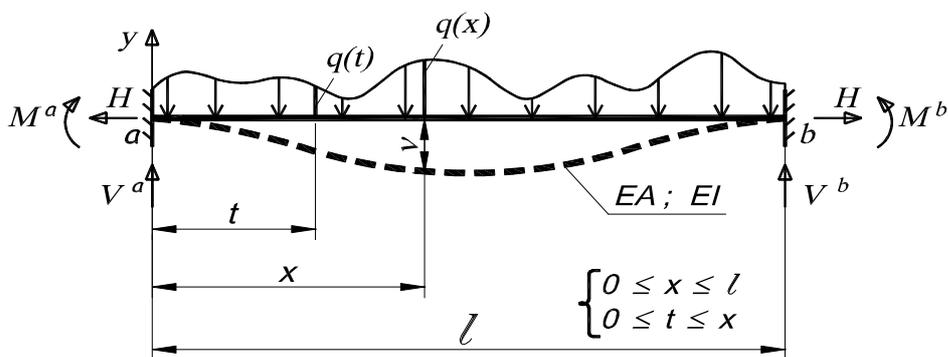


Рис. 1. Деформированное состояние прямолинейного гибкого стержня

В гибких балочно-вантовых системах возможно наличие элементов в виде гибких или жестких вант, балок, а также сжато-изогнутых стержней, вызывающих конечные величины угловых и продольных деформаций, которые совместно с перемещениями узлов системы и определяют напряженно-деформированное состояние всей системы.

Таким образом, при решении стержневой системы по МКЭ с элементами, нагруженными сплошной нагрузкой произвольной интенсивности, температурным воздействием, усилиями предварительного напряжения, трудность расчета состоит в определении вектора  $\{P_s\}$ . Отсюда очевидна актуальная задача – получить решение  $\{P_s\}$  для *гибкого стержня*, нагруженного сплошной нагрузкой произвольной интенсивности, учитывающее возможность изменения изгибной ( $EI$ ) и продольной ( $EA$ ) жесткости в широких пределах (от гибкой ваны до балки), а также возможных температурных воздействий, и усилий предварительного натяжения, при произвольных граничных условиях.

2. Напряженно-деформированное состояние гибкого стержня. Для определения вектора  $\{P_s\}$ , входящего в (5), рассмотрим напряженно-деформированное состояние *гибкого стержня*, представленного на рис. 1.

В качестве *исходного состояния* принимаем невесомый прямолинейный *гибкий стержень* с жесткостными параметрами  $EA$  и  $EI$ . Длина заготовки стержня равна его пролету  $L$ , а его концы в общем случае жестко сопряжены с неподвижными опорами.

Считаем, что переход гибкого стержня из исходного состояния в *возмущенное (рассчитываемое)* может быть вызван воздействием сплошной поперечной нагрузки произвольной интенсивности  $q(x)$ , линейным температурным воздействием, воздействием предварительного натяжения.

Пусть при переходе из исходного состояния в возмущенное под действием возмущающих параметров гибкий стержень испытывает продольные и угловые деформации.

Из уравнения равновесия моментов относительно опоры «b» имеем

$$V^a = \frac{1}{l} \left( \int_0^l (l-t)q(t)dt - (M^a - M^b) \right).$$

Тогда изгибающий момент в сечении  $x$  стержня равен

$$M = \frac{1}{l} \left( \int_0^l (l-t)q(t)dt - (M^a - M^b) \right) x - \int_0^x (x-t)q(t)dt + M^a + H \cdot v. \quad (6)$$

Дважды дифференцируя (6) и считая справедливыми зависимости теории изгиба

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M; \quad \frac{dM}{dx} = Q; \quad \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = -q(x), \quad (7)$$

получим дифференциальное уравнение равновесия прямолинейного гибкого стержня, которое связывает функцию его прогибов с нагрузкой и внутренними усилиями

$$\frac{d^4v}{dx^4} - \frac{H}{EI} \frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{q(x)}{EI}. \quad (8)$$

Входящий в уравнение (7) параметр  $H/EI$  следует рассматривать как качественную статическую характеристику гибкого стержня, в зависимости от значения которой возможны следующие виды его напряженно-деформированного состояния:

- при  $H/EI > 0$  гибкий стержень испытывает растяжение с изгибом;
- при  $H/EI < 0$  гибкий стержень испытывает сжатие с изгибом.

Пусть  $H/EI > 0$ . Обозначим  $H/EI = a_1^2$  и запишем уравнение (7) в следующем виде

$$\frac{d^4v}{dx^4} - a_1^2 \frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{q(x)}{EI}. \quad (9)$$

Введем обозначение

$$\frac{d^2v}{dx^2} = z; \quad f(x) = -\frac{q(x)}{EI}. \quad (10)$$

В результате получим дифференциальное уравнение второго порядка вида

$$\frac{d^2z}{dx^2} - a_1^2 z = f(x). \quad (11)$$

Общее решение неоднородного уравнения (11) ищем методом вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) [5], в виде

$$z = A_1(x) \cdot ch(a_1x) + A_2(x) \cdot sh(a_1x), \quad (12)$$

где  $A_1(x), A_2(x)$  – некоторые функции, подлежащие определению. Для их нахождения составим систему линейных алгебраических уравнений [5], которая с учетом (10) и (12) имеет вид

$$\left. \begin{aligned} A_1'(x) \cdot ch(a_1x) + A_2'(x) \cdot sh(a_1x) &= 0 \\ A_1'(x) \cdot a_1 sh(a_1x) + A_2'(x) \cdot a_1 ch(a_1x) &= f(x) \end{aligned} \right\}. \quad (13)$$

Поскольку определитель системы (13) не равен нулю как определитель Вронского, находим единственные выражения  $A_1'$  и  $A_2'$ . Проинтегрировав их, имеем

$$\begin{aligned} A_1(x) &= -\frac{1}{a_1} \int f(x) \cdot sh(a_1x) dx + C_1; \\ A_2(x) &= \frac{1}{a_1} \int f(x) \cdot ch(a_1x) dx + C_2. \end{aligned} \quad (14)$$

Выполнил подстановку (14) в (12), заменив переменную интегрирования  $x$  на  $t$  ( $x > t$ ), и применив формулы сложения для гиперболических функций [6], получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2v}{dx^2} &= C_1 \cdot ch(a_1x) + C_2 \cdot sh(a_1x) + \\ &+ \frac{1}{a_1} \int_0^x sh(a_1(x-t)) \cdot f(t) dt. \end{aligned} \quad (15)$$

После подстановки (10) в (15), интегрирования дважды и вычисления кратных интегралов, а также вычисления постоянных интегрирования с учетом краевых условий

$$v|_{x=0} = 0; \quad v|_{x=l} = 0; \quad v''|_{x=0} = \frac{M^a}{EI}; \quad v''|_{x=l} = \frac{M^b}{EI}$$

и некоторых преобразований, получим выражения, описывающие функцию прогибов  $v$  и изгибающих моментов  $M_s$ :

$$\begin{aligned} v &= -\frac{1}{H} \left[ R_b x - \int_0^x (x-t)q(t)dt + M^a - \right. \\ &\left. - (M^a - M^b) \frac{x}{l} - M_s \right], \end{aligned} \quad (16)$$

$$M_s = \frac{r_s}{a_1} sh(a_1 x) - \frac{1}{a_1} \int_0^x sh(a_1(x-t))q(t)dt + \frac{M^a}{sh(a_1 x)} sh(a_1(l-x)) + \frac{M^b}{sh(a_1 l)} sh(a_1 x), \quad (17)$$

где

$$a_1 = \sqrt{\frac{H}{EI}}; \quad R_b = \frac{1}{l} \int_0^l (x-t)q(t)dt; \quad r_s = \frac{1}{sh(a_1 l)} \int_0^l sh(a_1(l-t))q(t)dt. \quad (18)$$

Функция прогибов (16), а также ее производные, непрерывны на отрезке  $(a, b)$  и дифференцируемы. Это дает возможность воспользоваться зависимостями (7).

Функция прогибов (16) и изгибающих моментов (17) содержит три неизвестных:  $H$  – горизонтальная составляющая опорной реакции (распор);  $M^a$  и  $M^b$  – опорные моменты левой и правой опоры, соответственно. Для их определения рассмотрим условия непрерывности линейных и угловых деформаций.

Полные продольные деформации гибкого стержня, вызванные распором  $H$ , воздействием на стержень поперечной нагрузки  $q(x)$ , температурным перепадом и усилием предварительного натяжения  $P_n$  опишем зависимостью

$$\frac{H \cdot l}{EA} + \left( \frac{H}{EA} - \frac{1}{2} \right) \frac{D}{H^2} + H(c_u^a - c_u^b) + \left( \alpha \cdot l \cdot \Delta t^o - \frac{P_n}{EA} \right) = 0, \quad (19)$$

где  $c_u^a, c_u^b$  – коэффициенты горизонтальной податливости сопряжения опорных участков стержня с узлами стержневой системы;  $D$  – силовая характеристика деформированного состояния гибкого стержня

$$D = \int_0^l \left( R_b - \int_0^x q(t)dt - \frac{1}{l}(M^a - M^b) - \frac{dM_s}{dx} \right)^2 dx. \quad (20)$$

Исходя из условия равенства угловых деформаций концов стержня, вызванных воздействием поперечной нагрузки и опорными моментами, с учетом податливости узлов сопряжения имеем:

$$\frac{dv}{dx}|_{x=0} = c_\varphi^a \cdot M^a; \quad \frac{dv}{dx}|_{x=l} = c_\varphi^b \cdot M^b, \quad (21)$$

где  $c_\varphi^a, c_\varphi^b$  – коэффициенты угловой податливости сопряжения опорных участков гибкого стержня с узлами стержневой системы, к которым он примыкает.

Вычислив производные от функции прогибов (16) и их значения при  $x=0$  и  $x=l$ , после подстановки в (21) и несложных преобразований получим систему уравнений относительно опорных моментов  $M^a$  и  $M^b$  в виде

$$\left. \begin{aligned} (A^a - c_\varphi^a) \cdot M^a - A^b \cdot M^b &= B^a \\ A^b \cdot M^a - (A^a - c_\varphi^b) \cdot M^b &= B^b \end{aligned} \right\}, \quad (22)$$

где

$$A^a = \frac{th(a_1 l) - a_1 l}{H \cdot l \cdot th(a_1 l)}; \quad A^b = \frac{sh(a_1 l) - a_1 l}{H \cdot l \cdot sh(a_1 l)}; \quad B^a = \frac{dv}{dx}|_{x=0}^{M^a=0, M^b=0}; \quad B^b = \frac{dv}{dx}|_{x=l}^{M^a=0, M^b=0}. \quad (23)$$

Решения, построенные на функции прогибов (16), справедливы и при  $H/EI < 0$ , если в (17), (23) и других выражениях, полученных путем ее дифференцирования, гиперболические функции заменить на тригонометрические.

Система уравнений для опорных моментов (22) нелинейная, так как выражения  $A^a, A^b, B^a, B^b$  являются нелинейными функциями угловых деформаций левого и правого опорных участков стержня, нелинейно связанными функционально с распором  $H$ .

Таким образом, решение уравнений (22) совместно с (19), построенные на аналитическом решении (16), являются основными разрешающими уравнениями рассчитываемого состояния, так как решение этих уравнений позволяет определить опорные реакции для концов гибкого стержня. Функции прогибов (16) и изгибающих моментов (17) также становятся определенными однозначно с учетом линейных и угловых деформаций стержня. Все другие искомые параметры могут быть определены методами строительной механики.

3. Прямолинейный гибкий стержень – универсальный КЭ стержневых систем. Уравнение (19) – нелинейное трансцендентное относительно распора  $H$ . Поскольку силовая характеристика деформированного состояния гибкого стержня в возмущенном состоянии (20) нелинейно зависит от опорных моментов  $M^a$  и  $M^b$ , а в системе уравнений (22) коэффициенты (23) нелинейно зависят от распора  $H$ , то система двух уравнений (22) совместно с (19) также нелинейна. Следовательно, чтобы получить вектор  $\{P_s\}$  для КЭ необходимо решить систему нелинейных уравнений (22) совместно с (19). Тогда  $\{P_s\}$  для всей стержневой системы будет получен по (4) из результатов решения уравнений (22) совместно с (19), выполненных для каждого КЭ системы.

Заметим, что система (22) совместно с (19) позволяет смоделировать различные варианты крепления концов КЭ в узлах системы.

При  $EI \rightarrow 0$  силовая характеристика гибкого стержня (20) совпадает с характеристикой нагрузки, известной в теории гибкой нити, а нелинейное трансцендентное уравнение (19) превращается в кубическое расчета гибкой нити в возмущенном состоянии.

При  $H \rightarrow 0$  второй член дифференциального уравнения (8) равен нулю, поэтому уравнение (8) преобразуется к виду, описывающему поперечный изгиб простой балки. Следовательно функция прогибов (16), являющаяся решением уравнения (8), при  $H \rightarrow 0$  справедлива и для балки с защемленными концами, находящейся под воздействием поперечной сплошной нагрузки, описанной произвольной функцией  $q(x)$ .

Поскольку функция прогибов (16) и полученная на ее основе система разрешающих уравнений (23) совместно с (16) позволяют сформировать вектор  $\{P_s\}$  для всех видов напряженно-деформированного состояния гибкого стержня, то системы уравнений (1) и (5) становятся разрешимыми также для всех видов напряженно-деформированного состояния стержневой системы произвольной структуры. Для решения уравнения (5) предложено использовать метод последовательных узловок силовых параметров, изложенный в [3].

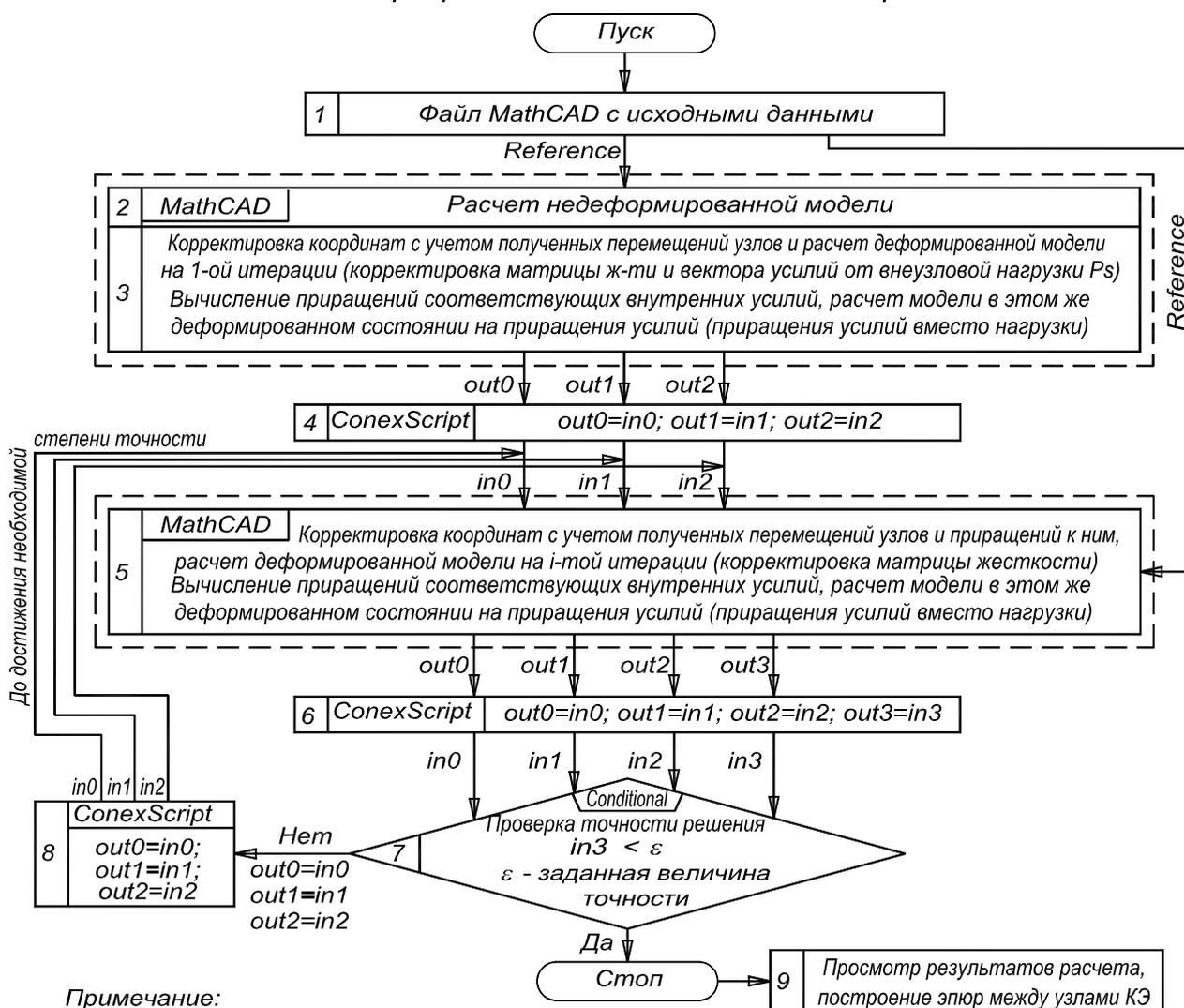
**Заключение.** Используя прямолинейный гибкий стержень как универсальный КЭ стержневой системы произвольной структуры, основное уравнение МКЭ (1), полученное на его основе нелинейное уравнение (5) и метод его решения [3], нами разработана программа SdCAD для ПК средствами программирования математической среды MathCAD, в которой перечисленные положения метода реализованы. Укрупненная блок-схема программы SdCAD приведена на рис. 2.

**СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Дарков, А.В. Строительная механика: учебник для строит. спец. вузов / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – 8-е изд. – М.: Высшая школа, 1986. – 607 с.
2. Игнатюк, В.И. Метод конечных элементов в расчетах стержневых систем: учебное пособие / В.И. Игнатюк. – Брест, 2004. – 172 с.

3. Уласевич, В.П. Деформационный расчет гибких балочно-вантовых систем методом конечных элементов в среде MathCAD) / В.П. Уласевич, О.В. Костюк // Вестник БрГТУ. – 2004. – № 1(25): Строительство и архитектура. – С. 111–117.
4. Уласевич, В.П. Роль искусственного регулирования усилий при усилении несущих строительных конструкций с применением гибких балочно-вантовых систем / В.П. Уласевич, О.В. Костюк // Вестник БрГТУ. – 2005. – № 2(32): Строительство и архитектура. – С. 36–39.
5. Матвеев, Н.М. Дифференциальные уравнения: учебное пособие / Н.М. Матвеев. – М.: Просвещение, 1988. – 256 с.
6. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1973. – 831 с.

**Блок-схема программы SdCAD в MathConnex среды MathCAD**



**Примечание:**

*in x, out x - переменные ввода и вывода, используемые в файлах MathCAD для обмена данными  
in 3, out 3 - максимальное значение вектора приращений к перемещениям*

Рис. 2. Блок-схема программы SdCAD в MathConnex

Статья поступила в редакцию 29.01.07