Таблица. Решение системы (3)

ξ_*	ξ					
	-2	-1	0	1	2	3
-3	76,50 (85,55)	84,84 (86,13)	86,93 (86,16)	87,83 (86,17)	88,36 (86,17)	**88,71** (**86,17**)
-2		8,34 (9,97)	10,43 (10,26)	11,33 (10,30)	11,85 (10,31)	12,21 (10,32)
-1			2,09 (2,42)	3,00 (2,59)	3,51 (2,63)	3,87 (2,64)
0				0,90 (0,92)	1,43 (1,03)	1,78 (1,07)

Заключение. Рассмотрим пример, приведенный в [1]. Пусть среднегодовой сток Волги $\overline{V} = 239$ км³/год (объем выборки $n = 113$), среднеквадратичное отклонение равно 46 км³/год. Тогда $C_v = 0{,}19$. Если коэффициент корреляции r между смежными значениями стока равен 0,42, тогда $k = -\ln 0{,}42 \cong 0{,}9$ год⁻¹, $\sigma = 0{,}257$ год$^{-0.5}$, $\sigma^2 = 0{,}066$ год$^{-1}$. Предположим, что в начальный момент времени $V = 377$ км³/год. Через сколько лет сток достигнет 101 км³/год, т.е. уменьшится на шесть среднеквадратичных отклонений (276 км³/год)? В данном случае $\xi_* = -3$ (это отклонение от среднегодового значения стока, взятое в долях C_V), а времени перехода стока от одного состояния к другому соответствует $\xi = 3$.

В соответствии с таблицей, полученной с использованием решения системы (4), (5) и условий (6), (7), $\theta_1 = 88{,}71$, а размерное время составляет $m_T = \dfrac{\theta_1}{k} = 88{,}71 : 0{,}9 \approx 98{,}6$ лет. Так как $\sigma_T = \dfrac{\sqrt{\theta_2 - \theta_1^{\,2}}}{k} = 86{,}17 : 0{,}9 \approx 95{,}74$, то доверительный интервал $(m_T - t\dfrac{\sigma_T}{\sqrt{n}}; m_T + t\dfrac{\sigma_T}{\sqrt{n}})$ для оценки математического ожидания с надежностью $\gamma = 0{,}95$ ($t = 1{,}96$, $\Phi(t) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_0^t e^{-\frac{x^2}{2}}dx = \dfrac{\gamma}{2}$) определяется неравенством $80{,}9 < m < 116{,}3$.

По известным значениям C_V и r можно исследовать большой цикл задач стохастической гидрологии. Результаты исследований можно применить при расчете и прогнозе многолетних колебаний речного стока рек Беларуси.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Найденов, В.И. Нелинейные модели колебаний речного стока / В.И. Найденов, В.И. Швейкина // Водные ресурсы. – Том 29. – № 1. – М., 2002. – С. 62–67.
2. Волчек, А.А. Сравнительная оценка марковских и нелинейных моделей годового стока рек Беларуси / А.А. Волчек, С.И. Парфомук // Вестник БрГТУ. – Брест: БрГТУ, 2006. – № 5: Физика, математика, информатика. – С. 56–60.
3. Волчек, А.А. О решении одной стохастической модели многолетних колебаний речного стока / А.А. Волчек, И.И. Гладкий, Л.П. Махнист, С.И. Парфомук // Вестник БрГТУ. – Брест: БрГТУ, 2008. – № 5: Физика, математика, информатика. – С. 83–87.
4. Волчек, А.А. Об асимптотическом поведении параметра одного из распределений вероятностей речного стока / А.А. Волчек, Л.П. Махнист, В.С. Рубанов // Проблемы водоснабжения, водоотведения и энергосбережения в западном регионе Республики Беларусь: сборник материалов международной научно-технической конференции, Брест, 26–28 апреля 2010 г. – Брест: БрГТУ, 2010. – С. 45–49.
5. Волчек, А.А. О решении системы дифференциальных уравнений, одной из задач стохастической гидрологии / А.А. Волчек, Л.П. Махнист, В.С. Рубанов // Международная математическая конференция «Пятые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям»: тезисы докладов международной научной конференции. Минск, 7–10 декабря 2010 г. – Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2010. – С. 105.
6. Волчек, А.А. О решении системы дифференциальных уравнений, одной из моделей многолетних колебаний речного стока / А.А. Волчек, Л.П. Махнист, В.С. Рубанов // Веснік Брэсцкага універсітэта. – Брест, 2010. – № 1: Физика, математика. – С. 68–77.

Материал поступил в редакцию 09.11.11

VOLCHEK A.A., HLADKI I.I., MAKHNIST L.P., RUBANOV V.S. About the solution convergence of diffusion model of stochastic hydrology

This research work deals with the model of several years' fluctuation of the river flow, which was received by applying the stochastic differential equation of Ornstein–Uhlenbeck. The process under consideration is the homogeneous in terms of time Markow process of diffusion type with corresponding coefficient of drift and diffusion. It gives the opportunity to evaluate the mathematical expectation and the moments of frequency distribution of the river flow. The parameters are the solution to the set of second-order differential equations with boundary condition received by applying Fokker–Planck equation and by Kolmogorov's backward equation for transition probability density. In comparison with the use of numerical integration of the differential equations system our research work studies the convergence of obtainable solution presented in power series.

УДК 519.6 + 517.983.54

Матысик О.В., Дерачиц Н.А.

СХОДИМОСТЬ НЕЯВНОЙ ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЫ РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

1. Постановка задачи. Будем рассматривать в гильбертовом пространстве H уравнение I рода

$$Ax = y \tag{1}$$

с ограниченным положительным самосопряжённым оператором A, для которого нуль является собственным значением оператора A, т.е. задача (1) имеет неединственное решение. Предположим, что

Матысик О.В., *к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой алгебры и геометрии Брестского государственного университета имени А.С. Пушкина.*
Беларусь, БрГУ им. А.С. Пушкина, 224016, г. Брест, б-р. Космонавтов, 21.
Дерачиц Н.А., *ассистент кафедры высшей математики Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

$y \in R(A)$, т.е. при точной правой части y уравнения решение (неединственное) задачи (1) существует. Для его отыскания используем неявную итерационную процедуру

$$\left(E+\alpha A^3\right)x_{n+1} = x_n + \alpha A^2 y, \quad x_0 = 0. \qquad (2)$$

2. Сходимость метода в случае неединственного решения. Обозначим через $N(A) = \left\{x \in H \middle| Ax = 0\right\}$, $M(A)$ – ортогональное дополнение ядра $N(A)$ до H. Пусть $P(A)x$ – проекция $x \in H$ на $N(A)$, а $\Pi(A)x$ – проекция $x \in H$ на $M(A)$. Справедлива

Теорема 1. Пусть $A \ge 0, y \in H, \alpha > 0$, тогда для метода (2) верны следующие утверждения:

а) $Ax_n \to \Pi(A)y, \|Ax_n - y\| \to J(A,y) = \inf\limits_{x\in H}\|Ax-y\|$;

б) метод (2) сходится тогда и только тогда, когда уравнение $Ax = \Pi(A)y$ разрешимо. В последнем случае $x_n \to P(A)x_0 + x^*$, где x^* – минимальное решение.

Доказательство.

Применим оператор A к (2), получим

$A\left(E+\alpha A^3\right)x_n = Ax_{n-1} + \alpha A^3 y$, где

$y = P(A)y + \Pi(A)y$. Так как $AP(A)y = 0$, то получим

$\left(E+\alpha A^3\right)\left(Ax_n - \Pi(A)y\right) = Ax_{n-1} - \Pi(A)y$. Обозначим

$Ax_n - \Pi(A)y = v_n$, $v_n \in M(A)$, тогда

$\left(E+\alpha A^3\right)v_n = v_{n-1}$. Отсюда $v_n = \left(E+\alpha A^3\right)^{-1}v_{n-1}$, следовательно, $v_n = \left(E+\alpha A^3\right)^{-n}v_0$. Имеем $A \ge 0$ и A – положительно определён в $M(A)$, т.е. $(Ax, x) > 0 \quad \forall x \in M(A)$.

Так как $\alpha > 0$, то $\left\|\left(E+\alpha A^3\right)^{-1}\right\| \le 1$, поэтому справедлива цепочка неравенств

$$\|v_n\| = \left\|\left(E+\alpha A^3\right)^{-n}v_0\right\| = \left\|\int_0^{\|A\|}\frac{dE_\lambda v_0}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}\right\| \le$$

$$\le \left\|\int_0^{\varepsilon_0}\frac{dE_\lambda v_0}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}\right\| + \left\|\int_{\varepsilon_0}^{\|A\|}\frac{dE_\lambda v_0}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}\right\| \le \left\|\int_0^{\varepsilon_0}dE_\lambda v_0\right\| +$$

$$+q^n(\varepsilon_0)\left\|\int_{\varepsilon_0}^{\|A\|}dE_\lambda v_0\right\| \le \left\|E_{\varepsilon_0}v_0\right\| + q^n(\varepsilon_0)\|v_0\| < \varepsilon$$

при $n \to 0, \varepsilon_0 \to 0$. Здесь $\frac{1}{1+\alpha\lambda^3} \le q(\varepsilon_0) < 1$ при $\lambda \in \left[\varepsilon_0, \|A\|\right]$. Следовательно, $v_n \to 0$, откуда $Ax_n \to \Pi(A)y$ и $\Pi(A)y \in A(H)$. Отсюда справедливо $\|Ax_n - y\| \to \|\Pi(A)y - y\| = \|P(A)y\| = J(A,y)$ (см. [1–2]). Итак, утверждение а) доказано.

Докажем б). Пусть процесс (2) сходится. Покажем, что уравнение $Ax = \Pi(A)y$ разрешимо. Из сходимости $\{x_n\} \in H$ к $z \in H$ и из а) следует, что $Ax_n \to Az = \Pi(A)y$, следовательно, $\Pi(A)y \in A(H)$ и уравнение $\Pi(A)y = Ax$ разрешимо.

Пусть теперь $\Pi(A)y \in A(H)$ (уравнение $\Pi(A)y = Ax$ разрешимо), следовательно, $\Pi(A)y = Ax^*$, где x^* – минимальное решение уравнения $Ax = y$ (оно единственно в $M(A)$). Тогда (2) примет вид

$$\left(E+\alpha A^3\right)x_n = x_{n-1} + \alpha A^2\Pi(A)y =$$

$$= x_{n-1} + \alpha A^3x^* = \left(E+\alpha A^3\right)x_{n-1} - \alpha A^3x_{n-1} + \alpha A^3x^* =$$

$$= \left(E+\alpha A^3\right)x_{n-1} + \alpha A^3\left(x^* - x_{n-1}\right).$$

Отсюда $x_n = x_{n-1} + \alpha A^3\left(E+\alpha A^3\right)^{-1}\left(x^* - x_{n-1}\right)$.

Последнее равенство разобьём на два:

$$P(A)x_n = P(A)x_{n-1} + \alpha\left(E+\alpha A^3\right)^{-1}A^3P(A)\left(x^* - x_{n-1}\right) =$$

$$= P(A)x_{n-1} = P(A)x_0,$$

$$\Pi(A)x_n = \Pi(A)x_{n-1} + \alpha\left(E+\alpha A^3\right)^{-1}A^3\Pi(A)\left(x^* - x_{n-1}\right) =$$

$$= \Pi(A)x_{n-1} + \alpha\left(E+\alpha A^3\right)^{-1}A^3\left[\Pi(A)x^* - \Pi(A)x_{n-1}\right] =$$

$$= \Pi(A)x_{n-1} + \alpha\left(E+\alpha A^3\right)^{-1}A^3\left[x^* - \Pi(A)x_{n-1}\right],$$

так как $x^* \in M(A)$.

Обозначим $w_n = \Pi(A)x_n - x^*$, тогда из равенства $\Pi(A)x_n - x^* = \Pi(A)x_{n-1} -$
$-x^* + \alpha\left(E+\alpha A^3\right)^{-1}A^3\left[x^* - \Pi(A)x_{n-1}\right]$ получим $w_n = \left(E+\alpha A^3\right)^{-1}w_{n-1}$ и, аналогично v_n, можно показать, что $w_n \to 0, n \to \infty$. Таким образом, $\Pi(A)x_n \to x^*$. Отсюда получим $x_n = P(A)x_n + \Pi(A)x_n \to P(A)x_0 + x^*$. Теорема 1 доказана.

Замечание 1. *Так как у нас $x_0 = 0$, то $x_n \to x^*$, т. е. итерационный процесс (2) сходится к нормальному решению, т.е. к решению с минимальной нормой.*

3. Сходимость метода в энергетической норме. Ниже предполагается, что нуль не является собственным значением оператора A, следовательно, уравнение (1) имеет единственное решение. Однако нуль принадлежит спектру оператора A, поэтому задача (1) неустойчива и, значит, некорректна. Для отыскания решения используется метод (2).

Правую часть уравнения (1), как это обычно бывает на практике, считаем известной приближённо, т.е. вместо y известно δ– приближение $y_\delta, \|y - y_\delta\| \le \delta$. Тогда итерационный процесс (2) запишется в виде

$$\left(E+\alpha A^3\right)x_{n+1,\delta} = x_{n,\delta} + \alpha A^2y_\delta, \; x_0 = 0. \qquad (3)$$

Сходимость методов (2) и (3) в исходной норме пространства H была изучена в статье [3]. Там показано, что метод (3) сходится при условии $\alpha > 0$, если число итераций n выбирать в зависимости от уровня погрешности δ так, чтобы $n^{1/3}\delta \to 0$ при

$n \to 0, \delta \to 0$. В предположении, что точное решение уравнения (1) истокообразно представимо, т.е. $x = A^s z, s > 0$ в [3] получена оценка погрешности метода (3)

$$\left\| x - x_{n,\delta} \right\| \le s^{s/3} \left(6n\alpha\right)^{-s/3} \left\| z \right\| + 3\left(n\alpha\right)^{1/3} \delta, n \ge 1.$$

Минимизация по n полученной оценки даёт оптимальную оценку погрешности

$$\left\| x - x_{n,\delta} \right\|_{\text{опт}} \le \left(1+s\right) 2^{-s/\left(3(s+1)\right)} \left(\frac{s}{3}\right)^{-(2s)/\left(3(s+1)\right)} \delta^{s/(s+1)} \left\| z \right\|^{1/(s+1)},$$

которая получается при

$$n_{\text{опт}} = 2^{-s/(s+1)} \left(\frac{s}{3}\right)^{(s+3)/(s+1)} \alpha^{-1} \left\| z \right\|^{3/(s+1)} \delta^{-3/(s+1)}.$$

Оптимальная оценка погрешности имеет порядок $O\left(\delta^{s/(s+1)}\right)$, и как следует из [4], он является оптимальным в классе задач с истокопредставимыми решениями $x = A^s z, s > 0$.

В случае, когда нет сведений об истокообразной представимости точного решения, затруднительно получить априорные оценки погрешности и априорный момент останова. И тем не менее метод (3) можно сделать вполне эффективным, если воспользоваться энергетической нормой гильбертова пространства $\left\| x \right\|_A = \sqrt{(Ax, x)}$, где $x \in H$. Покажем сходимость метода (3) в энергетической норме и получим для него априорные оценки погрешности в энергетической норме.

Рассмотрим разность

$$x - x_{n,\delta} = \left(x - x_n\right) + \left(x_n - x_{n,\delta}\right). \tag{4}$$

Запишем первое слагаемое в виде $x - x_n = A^{-1}\left(E + \alpha A^3\right)^{-n} y = \left(E + \alpha A^3\right)^{-n} x$.

Как было показано в [3], $x - x_n$ мало в исходной норме гильбертова пространства H при $n \to \infty$, но скорость сходимости при этом может быть сколь угодно малой, и для её оценки делалось дополнительное предположение об истокообразной представимости точного решения. При использовании энергетической нормы нам это предположение не понадобится. Действительно, с помощью интегрального представления оператора $A = \int_0^M \lambda dE_\lambda$, где $M = \left\| A \right\|$ и E_λ – соответствующая спектральная функция, имеем

$$\left\| x - x_n \right\|_A^2 = \left(A\left(E + \alpha A^3\right)^{-n} x, \left(E + \alpha A^3\right)^{-n} x \right) = \int_0^M \lambda \frac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^{2n}} d\left(E_\lambda x, x\right).$$

Для оценки интересующей нас нормы найдём максимум подынтегральной функции $f\left(\lambda\right) = \dfrac{\lambda}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^{2n}}$ при $\lambda \in \left[0, M\right]$.

Функция $f\left(\lambda\right)$ – частный случай при $s = 1$ функций, оцененных в [3]. Там показано, что при условии $\alpha > 0$ $\max\limits_{\lambda \in [0,M]} \left| f\left(\lambda\right) \right| \le \left(12n\alpha\right)^{-1/3}$. Следовательно, справедлива оценка $\left\| x - x_n \right\|_A^2 \le \left(12n\alpha\right)^{-1/3} \left\| x \right\|^2$. Отсюда $\left\| x - x_n \right\|_A \le \left(12n\alpha\right)^{-1/6} \left\| x \right\|$.

Таким образом, переход к энергетической норме как бы заменяет предположение об истокопредставимости порядка $s = \frac{1}{2}$ для точного решения.

Оценим второе слагаемое в (4). Как показано в [3], справедливо равенство $x_n - x_{n,\delta} = A^{-1}\left[E - \left(E + \alpha A^3\right)^{-n}\right]\left(y - y_\delta\right)$.

Воспользовавшись интегральным представлением самосопряжённого оператора, получим

$$\left\| x_n - x_{n,\delta} \right\|_A^2 = \int_0^M \lambda^{-1}\left[1 - \frac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}\right]^2 d\left(E_\lambda\left(y - y_\delta\right), y - y_\delta\right).$$

Обозначим через $g\left(\lambda\right) = \lambda^{-1}\left[1 - \dfrac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}\right]^2$ подынтегральную функцию, а через $g_1\left(\lambda\right) = \lambda^{-1}\left[1 - \dfrac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}\right]$, тогда $g\left(\lambda\right) = g_1\left(\lambda\right)\left[1 - \dfrac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}\right]$. Функция $g_1\left(\lambda\right)$ была оценена в [3], где показано, что при условии $\alpha > 0$ $g_1\left(\lambda\right) \le 6\left(n\alpha\right)^{1/3}$.

При $\alpha > 0$ имеем $\dfrac{1}{1+\alpha\lambda^3} \le 1, \forall\lambda \in \left[0, M\right]$, поэтому $1 - \dfrac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n} \le 1$. Отсюда $g\left(\lambda\right) \le 6\left(n\alpha\right)^{1/3}$. Таким образом, $\left\| x_n - x_{n,\delta} \right\|_A^2 \le 6\left(n\alpha\right)^{1/3}\delta^2$, следовательно, $\left\| x_n - x_{n,\delta} \right\|_A \le 6^{1/2}\left(n\alpha\right)^{1/6}\delta, n \ge 1$. Поскольку

$$\left\| x - x_{n,\delta} \right\|_A \le \left\| x - x_n \right\|_A + \left\| x_n - x_{n,\delta} \right\|_A \le \left\| x - x_n \right\|_A + 6^{1/2}\left(n\alpha\right)^{1/6}\delta$$

и $\left\| x - x_n \right\|_A \to 0, n \to \infty$, то для сходимости $\left\| x - x_{n,\delta} \right\|_A \to 0, n \to \infty$, достаточно, чтобы $n^{1/6}\delta \to 0, n \to \infty, \delta \to 0$. Итак, доказана.

Теорема 2. *При условии $\alpha > 0$ итерационный метод (3) сходится в энергетической норме гильбертова пространства, если число итераций n выбирать из условия $n^{1/6}\delta \to 0$ при $n \to \infty, \delta \to 0$.*

Запишем теперь общую оценку погрешности для метода (3) в энергетической норме

$$\left\| x - x_{n,\delta} \right\|_A \le \left(12n\alpha\right)^{-1/6} \left\| x \right\| + 6^{1/2}\left(n\alpha\right)^{1/6}\delta, \ n \ge 1. \tag{5}$$

Оптимизируем оценку (5) по n. Для этого при заданном δ найдём такое значение числа итераций n, при котором оценка погрешности становится минимальной. Приравняв нулю производную по *n* от правой части неравенства (5), получим

$$n_{\text{опт}} = 2^{-5/2} 3^{-2} \alpha^{-1} \delta^{-3} \left\| x \right\|^3. \tag{6}$$

Подставив $n_{\text{опт}}$ в оценку (5), найдём её оптимальное значение

$$\left\| x - x_{n,\delta} \right\|_A^{\text{опт}} \le 2 \cdot 2^{1/12} 3^{1/6} \delta^{1/2} \left\| x \right\|^{1/2}. \tag{7}$$

Таким образом, справедлива.

Теорема 3. *Оптимальная оценка погрешности для метода (3) при условии $\alpha > 0$ в энергетической норме имеет вид (7) и получается при $n_{опт}$ из (6).*

Замечание 2. Из неравенства (7) вытекает, что оптимальная оценка погрешности не зависит от параметра α. Но $n_{опт}$ зависит от α и, поскольку на α нет ограничений сверху $(\alpha > 0)$, то за счёт выбора α можно получить $n_{опт} = 1$, т.е. оптимальная оценка погрешности будет достигаться уже на первом шаге итераций. Для этого достаточно взять $\alpha_{опт} = 2^{-5/2}3^{-2}\delta^{-3}\|x\|^3$.

Рассмотрим вопрос о том, когда из сходимости в энергетической норме следует сходимость в обычной норме гильбертова пространства H. Очевидно, для этого достаточно, чтобы при некотором фиксированном ε $(0 < \varepsilon < \|A\|)$ было $P_\varepsilon x = 0,\ P_\varepsilon x_{n,\delta} = 0$, где $P_\varepsilon = \int_0^\varepsilon \lambda dE_\lambda$. Так как $x_{n,\delta} = A^{-1}\left[E - \left(E + \alpha A^3\right)^{-n}\right]y_\delta$, то для выполнения последнего из указанных условий должно выполняться условие $P_\varepsilon y_\delta = 0$. Таким образом, если решение x и приближенная правая часть y_δ такова, что $P_\varepsilon x = 0$ и $P_\varepsilon y_\delta = 0$, то из сходимости $x_{n,\delta}$ к x в энергетической норме вытекает сходимость в исходной норме гильбертова пространства H и, следовательно, для сходимости в исходной норме пространства H не требуется истокообразной представимости точного решения.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Bialy, H. Iterative Behandlung linearer Funktionsgleichungen / H. Bialy // Arch. Ration. Mech. and Anal. – 1959. – Vol. 4, № 2. – P. 166–176.
2. Савчук, В.Ф. Об одном неявном итеративном методе решения операторных уравнений / В. Ф. Савчук, О. В. Матысик // Доклады НАН Беларуси. – 2005. – Т. 49, № 4. – С. 38–42.
3. Матысик, О.В. Априорный выбор числа итераций в итерационной процедуре неявного типа решения линейных / О.В. Матысик, Н.А. Дерачиц // Вестник Брестского технического университета. – 2010. – № 5. – С. 68–71.
4. Вайникко, Г.М. Итерационные процедуры в некорректных задачах / Г.М. Вайникко, А.Ю. Веретенников. – М.: Наука, 1986. – 178 с.

Материал поступил в редакцию 19.02.11

MATYSIK O.V., DERACHIC N.A. Convergence the implicite iteration procedure of the decision incorrect problems in Hilbert space

In the Hilbert space for solving operator equations of type I with affirmative limited and self–conjugate operator the implicite iteration procedure is proposed. The case of non–uniqueness of solving operator equation is investigated. It is shown, that in this case the iteration method converges to the decision with the minimal norm. In energy norm of Hilbert space for the proposed method convergence is proved and apriori estimations of this method error have been received.

УДК 624.01

Джигило А.В., Жук В.В., Захаркевич И.Ф., Игнатюк В.И., Черноиван Н.В.

К РАСЧЕТУ ПАРАМЕТРОВ СНЕГОВОЙ НАГРУЗКИ, РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПО КОСИНУСОИДАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ, НА ПОКРЫТИЯ КРУГОВОГО ОЧЕРТАНИЯ

Введение. Рассматривается действие снеговой нагрузки на поверхности покрытий круговой цилиндрической формы, образованные, например, применением сегментных деревянных ферм (рис. 1), верхний пояс которых имеет круговое очертание.

Согласно СНиП [1], снеговая нагрузка на своды и близкие к ним по очертанию покрытия в одном из вариантов изменяется по зависимости:

$$q_x = q^* \cos 1{,}8\varphi_x, \qquad (1)$$

где φ_x – угол наклона касательной к поверхности покрытия (рис. 1); q^* – наибольшее значение нагрузки (при $x = \ell/2$). Данное распределение снеговой нагрузки (1) справедливо при $\varphi < 50^o$.

При расчете покрытий, несущими конструкциями которых являются фермы, возникает необходимость вычисления узловых сосредоточенных нагрузок. Для вычисления этих узловых сил нужно знать равнодействующие нагрузок между соседними узлами и точки их приложения.

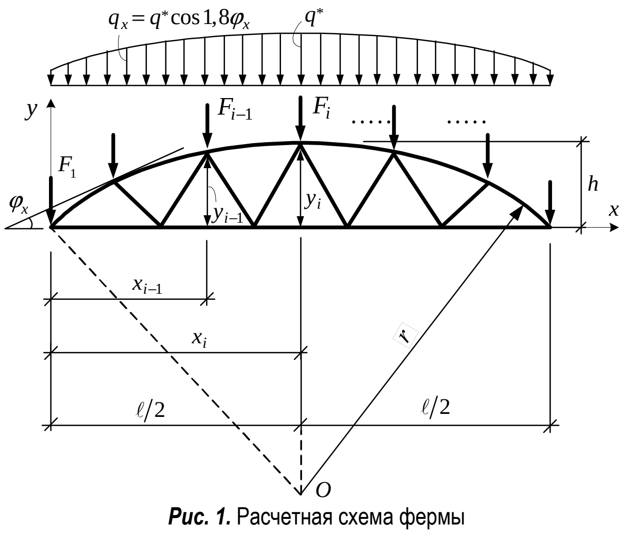

Рис. 1. Расчетная схема фермы

Джигило А.В., *студент Брестского государственного технического университета.*
Жук Василий Васильевич, *к.т.н., доцент кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.*
Захаркевич Иван Филиппович, *к.т.н., доцент кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.*
Игнатюк Валерий Иванович, *к.т.н., доцент, зав. кафедрой строительной механики Брестского государственного технического университета.*
Черноиван Николай Вячеславович, *к.т.н., доцент кафедры сопротивления материалов и теоретической механики Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.