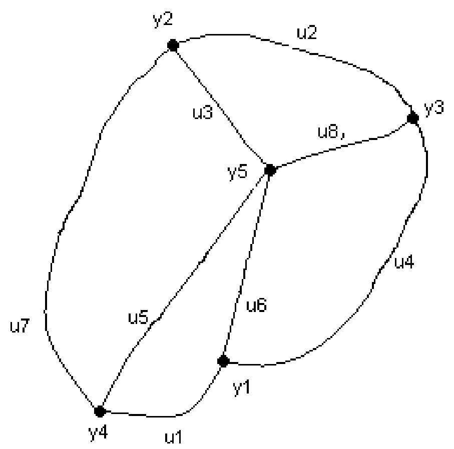

Рис. 2

Табл. 2

	y1	y2	y3	y4	y5
u1	1	0	0	1	0
u2	0	1	1	0	0
u3	0	1	0	0	1
u4	1	0	1	0	0
u5	0	0	0	1	1
u6	1	0	0	0	1
u7	0	1	0	1	0
u8	0	0	1	0	1

Преобразуем матрицы так, чтобы можно было сказать, равны ли они (заметим, что строки и столбцы матрицы можно переставлять, матрицы от этого не изменят своего смысла). Отсортируем слева направо столбцы по убыванию мощности вершин. Если мощность вершин совпадает, поступим следующим образом: будем сравнивать столбцы сверху вниз по строкам. Если элементы равны, опускаемся на одну строку вниз, если не равны, левее ставится тот столбец, элемент в котором больше (например в табл. 1 из двух конкурирующих столбцов x1 и x2 левее станет x2). После этого аналогично преобразуем строки матриц. В таблицах 3 и 4 представлены матрицы после преобразования, их эквивалентность очевидна.

	x2	x1	x3	x4	x5
u1	1	1	0	0	0
u2	1	0	1	0	0
u3	1	0	0	1	0
u4	1	0	0	0	1
u8	0	1	1	0	0
u7	0	1	0	0	1
u5	0	0	1	1	0
u6	0	0	0	1	1

Табл.4

	y5	y1	y4	y2	y3
u6	1	1	0	0	0
u5	1	0	1	0	0
u3	1	0	0	1	0
u8	1	0	0	0	1
u1	0	1	1	0	0
u4	0	1	0	0	1
u7	0	0	1	1	0
u2	0	0	0	1	1

Табл. 5

Преобразованные матрицы дают также возможность найти однозначные соответствия множества вершин X и множества вершин Y.

Таким образом, данный алгоритм позволяет за 2(M+N) операций установить изоморфизм графов, где M - число вершин, N – число дуг.

Литература

1. А. Н. Мелихов Ориентированные графы и конечные автоматы. - М., «Наука», 1971.

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ ПРИ ПОМОЩИ СТЕПЕННЫХ РЯДОВ

Филиппович М. М., Густова Г. В., БНТУ, Минск

Рассмотрим задачу о колебании струны, которому удовлетворяет дифференциальное уравнение в частных производных

$$u_{tt} - C^2 u_{xx} = 0 \qquad (1)$$

с начальными и граничными условиями двух видов:

$$\left.\begin{aligned} &u(x,0) = \varphi(x),\\ &u_t(x,0) = \psi(x) \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

$0 < x < \infty$,

$u(0,t) = 0$, $t > 0$;

$$\left.\begin{aligned} &u(x,0) = \varphi(x),\\ &u_t(x,0) = \psi(x) \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

$0 \le x \le l$,

$$\left.\begin{aligned} &u(0,t) = \mu_1(t),\\ &u(l,t) = \mu_2(t) \end{aligned}\right\}$$

$t \ge 0$.

Здесь $C = \sqrt{\dfrac{T_0}{\rho}}$, где T_0 - натяжение струны, ρ - плотность.

Решение уравнения (1) запишем в виде:

$$U = [A_1(d_x)sh(tCd_x)] * f_1(x) + [A_2(d_x)ch(tCd_x)] * f_2, \qquad (4)$$

где $d_x = \dfrac{d}{dx}$, t – время.

Построенное таким образом решение тождественно удовлетворяет уравнению (1) при произвольных бесконечно дифференцируемых функциях $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Звёздочкой обозначено операторное дифференцирование.

Если в (4) положить A_1 и A_2 = const, то с учетом

$$\exp(\pm tCd_x) * f(x) = f(x \pm tC),$$

получим известное решение Даламбера [I.c.52] для бесконечной струны:

$$u(x, t) = \frac{\varphi(x+Ct)+\varphi(x-Ct)}{2} + \frac{1}{2C}\int_{x-Ct}^{x+Ct}\psi(\alpha)d\alpha.$$

Если в (4) положить $A_1(d_x) = \dfrac{A_n l}{\pi n} d_x$, $A_2(d_x) = B_n$, то получим решение Фурье [I.c.86] для закреплённой ($0 \le x \le l$; $u(0,t) = u(l,t) = 0$) струны:

$$u[x,t] = \sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n \cos\frac{\pi n}{l}Ct + B_n \sin\frac{\pi n}{l}Ct\right)\sin\frac{\pi n}{l}x,$$

где $$A_n = \frac{2}{l}\int_0^l \varphi(\xi)\sin\frac{\pi n}{l}\xi d\xi, \quad B_n = \frac{2}{\pi n C}\int_0^l \psi(\xi)\sin\frac{\pi n}{l}\xi d\xi.$$

Проведём исследование нового решения, когда

$$f_1(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k x^k \text{ и } f_2(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k x^k$$

в нашем случае оно имеет следующий вид:

$$U = (tCd_x^2 + \frac{1}{3!}t^3C^3d_x^4)(a_3x^3 + a_5x^5) + (1 + \frac{1}{2!}t^2C^2d_x^2)(b_1x + b_3x^3).$$

Данное решение

$$U(x,t)=6a_3 tCx+20a_3 tCx^3+20a_5 t^3 C^3 x+ b_1 x + b_3 x^3 + 3 b_3 t^2 C^2 x$$

тождественно удовлетворяет уравнению (1).

Для первого случая получим:

$$U(x,0) = b_1 x + b_3 x^3,$$

$$U_t'(x,0) = 6Ca_3 x.$$

Для второго случая получим:

$$U(0,t) = \mu_1(t) = 0,$$

$$U(l,t)=\mu_2(t)= b_1 l+ b_3 l^3+2(3a_3 l+10a_5 l^3)tC+3b_3 C^2 lt^2+20a_5 C^3 l t^3.$$

Итак, получим новое решение известной задачи, удобное для проведения численного анализа.

Литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Изд. 5-е, -М.: Наука, 1977. -736 с.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РОБАСТНОСТИ ДВУХ АЛГОРИТМОВ МНОГОМЕРНОГО БАЙЕСОВСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Шлык П. А., БГУ, Минск

В данной работе приводятся результаты сравнительного численного анализа робастности двух алгоритмов байесовского прогнозирования [1] при искажениях априорной плотности распределения вектора параметров, введённых в рассмотрение П.Густафсоном (1994). Компоненты прогнозируемого вектора могут быть стохастически зависимыми.

Математическая модель байесовского прогнозирования. Характеристики робастности прогнозирования

Пусть на вероятностном пространстве (Ω, F, P) заданы три случайных элемента:

I. Наблюдаемый вектор параметров θ, истинное значение которого неизвестно и является случайным с априорной гипотетической плотностью распределения вероятностей (п.р.в.) $\pi^0(\theta), \theta \in \Theta \subseteq R^m$;

II. Стохастически зависящий от θ вектор наблюдений $x = (x_t)_{t=1}^T \in X \subseteq R^{n \times T}$ с гипотетической условной п.р.в. $p^0(x|\theta)$;

III. Неизвестный, подлежащий прогнозированию, вектор $y \in Y \subseteq R^n$, стохастически зависящий от x и от θ, с гипотетической п.р.в. $g^0(y|x,\theta)$.

Рассмотрим модель искажений, предложенную П.Густафсоном [2]. Пусть п.р.в. вектора параметров θ равна $\tilde{\pi}(\theta)$ из множества $\Gamma_\varepsilon^p(\pi^0)$: