

Рис. 2. Гистограмма распределения температуры по поверхности образца после 140 с озвучивания

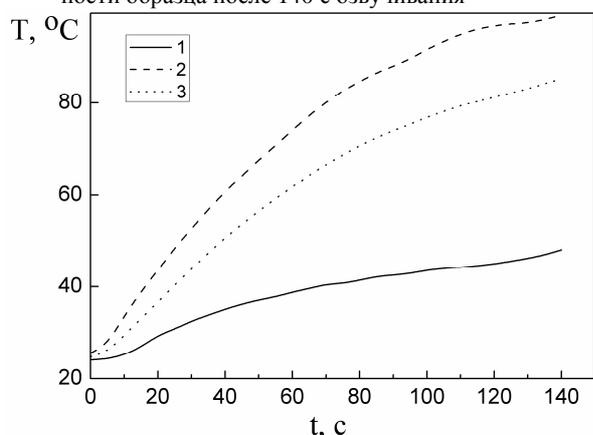


Рис. 3. Температура волновода (1 – минимальная, 2 – максимальная, 3 – средняя) в зависимости от времени действия ультразвука

Анализ профилей распределения температуры по образцу при ультразвуковом нагреве указывает на то, что происходит смещение точки, соответствующей первому максимуму температуры (рис.1). Подобное поведение первого максимума предполагалось в работе [7] при моделировании процессов тепловыделения. Для TiNi образца волновой длины это смещение составляет 6 мм и связывается с изменением «резонансных» размеров волновода вследствие происходящих в нем термоупругих превращений.

УДК 539.3

Веремейчик А.И.

ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПЛОСКИХ НЕСВЯЗАННЫХ ЗАДАЧ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ ИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ

Введение. Независимо от того, насколько мощным является численный метод, его потенциальные возможности могут быть реализованы полностью только в том случае, когда он хорошо запрограммирован. В этом отношении метод граничных элементов (МГЭ) требует несколько больших усилий от программиста и меньших от будущего пользователя, чем метод конечных элементов [1]. Первые созданные на базе МГЭ компьютерные программы были неэффективными потому, что занимающиеся их составлением специалисты относились к ним лишь как к промежуточным этапам исследова-

ния самих методов. Уже в настоящее время дальнейшее развитие МГЭ за рубежом приводит к появлению программ, сопоставимых с такими хорошо известными пакетами программ МКЭ, как NASTRAN, ANSYS, ASKA, MARC и др.

В процессе ультразвукового воздействия в TiNi происходят фазовые изменения, изменяются физические и механические свойства, определяющие скорость распространения упругих волн. Ультразвуковое инициирование эффекта памяти формы в никелиде титана сопровождается изменением скорости разогрева материала (рис. 3), что вызвано реализацией термоупругого фазового перехода 1 рода в материале.

Выводы

- исследована кинематика разогрева и распределения температуры по длине волновода Ti Ni при ультразвуковом воздействии;
- установлено, что смещение точки первоначальной температуры для никелидо-титанового образца составляет мм, и оно происходит в связи с «резонансными» размерами волновода;
- при ультразвуковом воздействии в Ti Ni происходят фазовые превращения и изменяются физико-механические свойства;
- установлено, что ультразвуковое инициирование эффекта памяти формы в образце Ti Ni сопровождается изменением скорости разогрева материала.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Chang L.C., Read T.A. Behavior of the elastic properties of AuCd // Trans. Met. Soc. AIME.– 1951.– Vol. 191.– P. 47.
2. Материалы с эффектом памяти формы: Справ изд.: В 4 т. / Под ред. В.А.Лихачева.– СПб.: Изд-во НИИХ СПбГУ, 1998.– Т. 4.– 1998.– 268 с.
3. Кулемин А.В. Ультразвук и диффузия в металлах.– М.: Металлургия, 1978.– 200 с.
4. Балалаев Ю.Ф., Бокштейн С.З. Ультразвуковой высокотемпературный нагрев и его применение для термической обработки при исследованиях металлов и сплавов // ФММ.– 1963.– Т. 16, вып. 6.– С. 872–876.
5. Thermographic investigation of high-power ultrasonic heating in materials / R.V.Mignogna, R.E.Green, Jr., J.C.Duke, Jr. et al. // J. Ultrasonic. – 1981.– № 7.– P. 159–163.
6. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. Эффект памяти формы. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. – 216 с.
7. Рубаник В.В., Шадурский А.А., Рубаник В.В. Моделирование процессов тепловыделения в TiNi сплавах при ультразвуковом воздействии // XVII Петербургские чтения по проблемам прочности: сб. матер. конфер., 10-12 апреля 2007, С-Петербург, ч.2.– С.283-285.

Статья поступила в редакцию 29.10.2007

1. Этапы численной реализации МГЭ

При программной реализации метода граничных элементов можно выделить следующие основные этапы.

Этап 1 – формирование и ввод исходных данных, определяемых геометрией границы. Вся граница исследуемой области разбивается на простые линии – макроэлементы (отрезок прямой, часть параболы, дуга окружности или целая окружность), с помощью которых можно смоделировать границу любого плоского тела с достаточной точностью.

Вводимая информация должна содержать количество и тип макроэлементов, число разбиений каждого макроэлемента на граничные элементы, тип граничных условий, координаты узлов макроэлементов и граничные значения в узлах макроэлементов.

Этап 2 – дискретизация границы области и аппроксимация граничных функций. Границы области могут быть представлены поверхностными элементами в трехмерном случае и линейными элементами в двумерном, определенными координатами своих узлов и заданным характером изменения поверхности (границы в двумерном). Необходимо ввести также глобальную нумерацию элементов и узлов таким образом, чтобы по ним можно было указать положение каждого граничного элемента и его связь с прилегающими к нему соседними элементами. Номера узлов для каждого элемента задаются в соответствии с направлением обхода узлов либо по или против часовой стрелки.

Этап 3 – формирование дискретного аналога граничных интегральных уравнений (ГИУ) – системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Дискретные аналоги в основном строятся на основе проекционных методов: Ритца, Бубнова-Галеркина, начальных квадратов, коллокаций.

Этап 4 – определение коэффициентов дискретного аналога. Эти коэффициенты представляют собой интегралы по граничным элементам в случае статических задач, или интегралы по граничным элементам и по времени в случае нестационарных задач. Следует также отметить, что точность решения интегральных уравнений во многом зависит от точности определения этих коэффициентов. При вычислении обычных интегралов (без особенностей) или интегралов со слабой особенностью используются квадратурные формулы Гаусса.

Этап 5 – решение СЛАУ МГЭ относительно неизвестных граничных значений с помощью численных методов (Гаусса или итерационных методов). По результатам выполнения этого этапа определяются значения перемещений, деформаций, напряжений температуры во всех точках границы, что позволит с использованием интерполяционных соотношений вычислить перемещения и температуры в любой точке границы. Для определения напряжений на поверхности может быть использовано интегральное представление для напряжений или применены соотношения теории упругости в местной системе, связанной с касательными или нормальными напряжениями на элементе.

Этап 6 - вычисление значений неизвестных функций во внутренних точках области. Производится подстановка полученных на этапе 5 граничных значений в соответствующие интегралы, определяющие решение во внутренних точках.

Этап 7 – вывод результатов расчета.

2. Методика решения

Для решения поставленной задачи необходимо аппроксимировать не только геометрию области, но и входящие в ГИУ краевые функции. Так как в случае нестационарной задачи граничные функции зависят от времени, возникает необходимость их аппроксимации не только по границе, но и по времени.

Дискретизация границы области осуществляется с помощью треугольных или четырехугольных граничных элементов для трехмерных задач или одномерных конечных элементов различной формы для двухмерных задач с помощью

функций формы. Порядок аппроксимации граничного элемента определяется в зависимости от сложности решаемой задачи. Декартовы координаты граничного элемента выражаются через координаты угловых точек, принадлежащих границе, и функции формы от локальных координат. Дискретный аналог \bar{S} границы S должен совпадать с \bar{S} по крайней мере в узловых точках. Аппроксимация по времени граничных функций осуществляется с помощью интерполяции относительно узлов по элементам t_f ($f = 1 \dots N$) на требуемом интервале времени (t_{1f} t_{2f}).

Обозначим одну из граничных функций (перемещение, поверхностная нагрузка, температура или тепловой поток) через $\Phi(y, \tau)$. Проводя интерполяцию, получаем выражение интерполирующей функции (интерполянта) Лагранжа декартовых координат на \bar{S}_q ($q = 1 \dots M$) и граничные функции на граничном элементе \bar{S}_q и на интервале времени (t_{1f} t_{2f}) в следующем виде:

$$y_i(\xi) = \sum_{\beta=1}^{M^*} N_{\beta}(\xi) y_i^{\beta q}, \quad (1)$$

$$\Phi(y, \tau) = \sum_{\beta=1}^{M^*} \Phi(y^{\beta q}, t) N_{\beta}(\xi), \quad (2)$$

$$\Phi(y, \tau) = \sum_{\alpha=1}^{N^*} \Phi(y, t^{\alpha f}) \Psi_{\alpha}(\tau), \quad (3)$$

где $N_{\beta}(\xi)$ - функция формы ($\beta = 1 \dots M^*$ - номер узла в граничном элементе) относительно граничного элемента \bar{S}_q , $\Psi_{\alpha}(\tau)$ - функция формы относительно временного элемента ($\alpha = 1 \dots N^*$). Функции формы определяются в зависимости от вида граничного элемента в соответствии с рекомендациями [2]. В случае решения двухмерных задач функции формы относительно граничного элемента определяются следующим образом:

- для квадратичного одномерного элемента:

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= \frac{1}{2} \xi(\xi-1), \\ N_2(\xi) &= (1-\xi)(1+\xi), \\ N_3(\xi) &= \frac{1}{2} \xi(\xi+1), \quad -1 \leq \xi \leq 1, \end{aligned} \quad (4)$$

- для линейного одномерного элемента:

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= \frac{1}{2}(1-\xi), \\ N_2(\xi) &= \frac{1}{2}(1+\xi), \quad -1 \leq \xi \leq 1. \end{aligned} \quad (5)$$

Функция формы относительно временного элемента определяется по следующим формулам:

- для квадратичного временного элемента:

$$\begin{aligned} \Psi_1(\tau) &= 2\bar{\tau}^2 - \bar{\tau} - 1, \\ \Psi_2(\tau) &= 4\bar{\tau}(1 - \bar{\tau}), \\ \Psi_3(\tau) &= \bar{\tau}(2\bar{\tau} - 1), \end{aligned} \quad (6)$$

$$t_{1f} \leq \tau \leq t_{2f}, \quad \bar{\tau} = \frac{\tau - t_{1f}}{t_{2f} - t_{1f}}, \quad t^{1/2} = \frac{t_{1f} + t_{2f}}{2},$$

- для линейного временного элемента:

$$\begin{aligned} \psi_1(\tau) &= \frac{t^{2f} - \tau}{\Delta t_f}, \\ \psi_2(\tau) &= \frac{\tau - t^{2f}}{\Delta t_f}, t^{1f} \leq \tau \leq t^{2f}. \end{aligned} \quad (7)$$

Если предположить, что $t^{2f} = 1$ и $t^{1f} = 0$ - в этом случае ($0 \leq \tau \leq 1$), получим следующие выражения для функций формы:

- для квадратичного временного элемента:

$$\begin{aligned} \psi_1(\tau) &= 2\tau^2 - 3\tau + 1, \\ \psi_2(\tau) &= 4\tau(1 - \tau), \\ \psi_3(\tau) &= \tau(2\tau - 1), \end{aligned} \quad (8)$$

- для линейного временного элемента:

$$\begin{aligned} \psi_1(\tau) &= 1 - \tau, \\ \psi_2(\tau) &= \tau. \end{aligned} \quad (9)$$

Выбор функции формы осуществляется так, чтобы обеспечить междуэлементную непрерывность граничных функций.

В случае двухмерной области дифференциал границы dS представляет собой бесконечно малый отрезок, длина которого

$$dS = |I| d\xi, \quad (10)$$

где $|I|$ - якобиан преобразования локальных координат в глобальные ($-1 \leq \xi \leq 1$):

$$|I| = \left| \frac{dy}{d\xi} \right| = \sqrt{\left(\frac{dy_1}{d\xi} \right)^2 + \left(\frac{dy_2}{d\xi} \right)^2}. \quad (11)$$

Якобиан легко вычислить в случае линейных функций форм. В самом деле, для линейного одномерного элемента, из (5) получим:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1(\xi)}{d\xi} &= -\frac{1}{2}, \\ \frac{dN_2(\xi)}{d\xi} &= \frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (12)$$

следовательно, $|I| = 0,5\Delta$, где Δ - длина граничного элемента.

Выражение (1) можно трактовать либо как преобразование на элементе \bar{S}_q координат ξ в декартовы прямоугольные координаты, либо как отображение безразмерного элемента (отрезка $-1 \leq \xi \leq 1$ в случае двухмерной задачи или квадрата в случае трехмерной) в плоскости $O\xi$ на элемент \bar{S}_q границы области S .

Формулы (2) и (3) можно распространить на четырехмерный вектор $\bar{\Phi}$, компонентами которого могут быть перемещение, температура, поверхностные силы или тепловой поток:

$$\bar{\Phi}(y, \tau) = \sum_{\beta=1}^{M^*} \bar{\Phi}(y^{\beta q}, \tau) N_{\beta}(\xi), \quad (13)$$

$$\bar{\Phi}(y, \tau) = \sum_{\alpha=1}^{N^*} \bar{\Phi}(y, \tau^{\alpha f}) \Psi_{\alpha}(\tau). \quad (14)$$

Исходя из того, что напряжения и тепловой поток определяются через производные от перемещений и температуры, а последние являются функцией координат точки, проводится согласованная аппроксимация следующим образом. Геометрия элемента описывается квадратичной функцией, переме-

щения и температуры - линейной, поверхностные силы и тепловые потоки - постоянной функцией координат. Преимуществом данного подхода является то, что при переходе от элемента к элементу сохраняется непрерывность граничных перемещений и температуры. Кроме того, имеется возможность описания разрывных поверхностных сил и теплового потока. Все аппроксимации границы и граничных функций должны удовлетворять условиям, полученным при построении граничных интегральных уравнений [3].

В методе граничных элементов наиболее часто для решения дискретных уравнений используется метод коллокаций и метод Бубнова-Галеркина. В данной работе предпочтение отдается методу коллокаций, благодаря чему при переходе к дискретным уравнениям погрешность численного интегрирования может проявляться лишь в результате приближенного вычисления интегралов, входящих в ГИУ.

При кусочно-линейной аппроксимации по времени $\Phi(y, t^{2f'}) = \Phi(y, t^{1f})$, $f' = f - 1$.

Пусть $\bar{\Phi} = (\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4)$ - искомое решение ГИУ [3], которое приближенно можно представить в форме (13, 14). Выбирая в качестве узлов коллокации узлы интерполяции для $\bar{\Phi}$ и вычисляя интегралы в ГИУ с помощью формул численного интегрирования, получим дискретный аналог граничных интегральных уравнений нестационарных задач термоупругости для перемещений и температуры:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u_k(x^b, t_F) + \sum_{q=1}^M \sum_{\beta=1}^{M^*} [u_i(y^{\beta q}, t_F) T_{ik}^{b\beta q} - P_i(y^{\beta q}, t_F) u_{ik}^{b\beta q}] = \\ = \sum_{f=1}^N \sum_{\alpha=1}^{N^*} \sum_{q=1}^M \sum_{\beta=1}^{M^*} [T(y^{\beta q}, t^{\alpha f}) Q_k^{*b\beta q\alpha f}(t_F) - Q(y^{\beta q}, t^{\alpha f}) T_k^{*b\beta q\alpha f}(t_F)], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} T(x^b, t_F) + \\ + \sum_{f=1}^N \sum_{\alpha=1}^{N^*} \sum_{q=1}^M \sum_{\beta=1}^{M^*} [T(y^{\beta q}, t^{\alpha f}) Q_k^{b\beta q\alpha f}(t_F) - Q(y^{\beta q}, t^{\alpha f}) T_k^{b\beta q\alpha f}(t_F)] = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

где $u_{ik}^{b\beta q}$, $T_{ik}^{b\beta q}$, $Q_k^{*b\beta q\alpha f}$, $T_k^{*b\beta q\alpha f}$, $Q_k^{b\beta q\alpha f}(t_F)$, $T_k^{b\beta q\alpha f}(t_F)$ - коэффициенты дискретных уравнений, в случае двухмерных задач они определяются по формулам:

$$\begin{aligned} u_{ik}^{b\beta q} &= \int_{-1}^1 u_{ik}(y^q, x^b) N_{\beta}(\xi) I(\xi) d\xi, \\ T_{ik}^{b\beta q} &= \int_{-1}^1 u_{ik}(y^q, x^b) N_{\beta}(\xi) I(\xi) d\xi, \\ Q_k^{*b\beta q\alpha f}(t_F) &= \int_{-1}^1 N_{\beta}(\xi) \left[\int_{t^{1f}}^{t^{2f}} Q_k(y^q, x^b, t_F - \tau) \psi_{\alpha}(\tau) d\tau \right] I(\xi) d\xi, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\sigma_{mr}(x^b, t_F) = -\gamma \delta_{mr} T(x^b, t_F) - \sum_{f=1}^N \sum_{\alpha=1}^{N^*} \sum_{q=1}^M \sum_{\beta=1}^{M^*} \left[T(y^{\beta q}, t^{\alpha f}) S_{mr}^{*b\beta q \alpha f}(t_F) - Q(y^{\beta q}, t^{\alpha f}) V_{mr}^{*b\beta q \alpha f}(t_F) - P_i(y^{\beta q}, t^{\alpha f}) D_{mri}^{*b\beta q \alpha f}(t_F) + u_i(y^{\beta q}, t^{\alpha f}) S_{mri}^{*b\beta q \alpha f}(t_F) \right], \quad (18)$$

$$Q(x^b, t_F) = \sum_{f=1}^N \sum_{\alpha=1}^{N^*} \sum_{q=1}^M \sum_{\beta=1}^{M^*} \left[Q(y^{\beta q}, t^{\alpha f}) Q_{*x}^{b\beta q \alpha f}(t_F) - T(y^{\beta q}, t^{\alpha f}) P_*^{b\beta q \alpha f}(t_F) + P_i(y^{\beta q}, t^{\alpha f}) \Pi_i^{b\beta q \alpha f}(t_F) - u_i(y^{\beta q}, t^{\alpha f}) M_i^{b\beta q \alpha f}(t_F) \right], \quad (19)$$

$$T_k^{*b\beta q \alpha f}(t_F) = \int_{-1}^1 N_{\beta}(\xi) \left[\int_{t^{1f}}^{t^{2f}} T_k^*(y^q, x^b, t_F - \tau) \psi_{\alpha}(\tau) d\tau \right] I(\xi) d\xi,$$

$$Q_{*x}^{b\beta q \alpha f}(t_F) = \int_{-1}^1 N_{\beta}(\xi) \left[\int_{t^{1f}}^{t^{2f}} Q_{*x}(y^q, x^b, t_F - \tau) \psi_{\alpha}(\tau) d\tau \right] I(\xi) d\xi,$$

$$T_*^{b\beta q \alpha f}(t_F) = \int_{-1}^1 N_{\beta}(\xi) \left[\int_{t^{1f}}^{t^{2f}} T_*(y^q, x^b, t_F - \tau) \psi_{\alpha}(\tau) d\tau \right] I(\xi) d\xi.$$

При вычислении коэффициентов используется точное интегрирование по времени и приближенное численное интегрирование по граничным элементам. Для численного интегрирования удобно использовать квадратурные формулы Гаусса [4]. Так как в задачах несвязанной термоупругости дискретные уравнения для температуры и теплового потока не содержат компонентов перемещений и поверхностных сил, то значительно упрощается процедура решения. Вследствие несвязности поставленной задачи решение системы уравнений (15, 16) можно начинать с уравнения (16).

На основе интегральных представлений общих решений построены дискретные уравнения для расчета напряжений и теплового потока, позволяющие определять значения компонентов напряжений и теплового потока в граничных точках через граничные значения температуры, теплового потока, перемещения и поверхностных сил. Они имеют следующий вид (18) и (19), где коэффициенты дискретных уравнений определяются по следующим формулам:

$$S_{mri}^{\beta b q} = \int_{-1}^1 S_{mri}(y^q, x^b) N_{\beta}(\xi) I(\xi) d\xi,$$

$$D_{mri}^{\beta b q} = \int_{-1}^1 D_{mri}(y^q, x^b) N_{\beta}(\xi) I(\xi) d\xi,$$

$$S_{mr}^{*b\beta q \alpha f}(t_F) = \int_{-1}^1 N_{\beta}(\xi) \left[\int_{t^{1f}}^{t^{2f}} S_{mr}^*(y^q, x^b, t_F - \tau) \psi_{\alpha}(\tau) d\tau \right] I(\xi) d\xi,$$

$$V_{mr}^{*b\beta q \alpha f}(t_F) = \int_{-1}^1 N_{\beta}(\xi) \left[\int_{t^{1f}}^{t^{2f}} V_{mr}^*(y^q, x^b, t_F - \tau) \psi_{\alpha}(\tau) d\tau \right] I(\xi) d\xi,$$

$$D_{mri}^{\beta b q \alpha f}(t_F) = \int_{-1}^1 N_{\beta}(\xi) \left[\int_{t^{1f}}^{t^{2f}} D_{mri}(y^q, x^b, t_F - \tau) \psi_{\alpha}(\tau) d\tau \right] I(\xi) d\xi, \quad (20)$$

$$S_{mri}^{\beta b q \alpha f}(t_F) = \int_{-1}^1 N_{\beta}(\xi) \left[\int_{t^{1f}}^{t^{2f}} S_{mri}(y^q, x^b, t_F - \tau) \psi_{\alpha}(\tau) d\tau \right] I(\xi) d\xi,$$

$$Q_{*x}^{\beta b q \alpha f}(t_F) = \int_{-1}^1 N_{\beta}(\xi) \left[\int_{t^{1f}}^{t^{2f}} Q_{*x}(y^q, x^b, t_F - \tau) \psi_{\alpha}(\tau) d\tau \right] I(\xi) d\xi,$$

$$P_*^{\beta b q \alpha f}(t_F) = \int_{-1}^1 N_{\beta}(\xi) \left[\int_{t^{1f}}^{t^{2f}} P_*(y^q, x^b, t_F - \tau) \psi_{\alpha}(\tau) d\tau \right] I(\xi) d\xi,$$

$$\Pi_i^{\beta b q \alpha f}(t_F) = \int_{-1}^1 N_{\beta}(\xi) \left[\int_{t^{1f}}^{t^{2f}} \Pi_i(y^q, x^b, t_F - \tau) \psi_{\alpha}(\tau) d\tau \right] I(\xi) d\xi,$$

$$M_i^{\beta b q \alpha f}(t_F) = \int_{-1}^1 N_{\beta}(\xi) \left[\int_{t^{1f}}^{t^{2f}} M_i(y^q, x^b, t_F - \tau) \psi_{\alpha}(\tau) d\tau \right] I(\xi) d\xi.$$

С применением полученных дискретных уравнений можно вычислить значения компонентов напряжений и теплового потока в точках области через граничные значения температуры, перемещения, теплового потока и поверхностных сил.

Величины перемещения и температуры, поверхностной нагрузки и теплового потока во внутренних точках могут быть определены по заданным поверхностным нагрузкам и тепловым потокам и найденным значениям перемещений и температур при решении второй задачи, или по заданным граничным перемещениям и температурам и найденным поверхностным нагрузкам и тепловым потокам в случае первой задачи, с помощью простого интегрирования по поверхности и по времени.

3. Результаты и их обсуждение

В качестве тестового примера для проверки построенной методики изучено плоское напряженное состояние прямоугольной пластинки с прямоугольным отверстием при тепловом воздействии конвективного типа. Симметрия рассматриваемой области позволяет ввести в рассмотрение 1/4 часть пластинки, которая аппроксимировалась граничными элементами.

При исследовании напряженно-деформированного состояния пластинки ставились следующие граничные условия:

- а) на внутренней и внешней гранях пластинки происходит теплообмен с воздухом, а также отсутствуют поверхностные силы;
- б) нижняя и верхняя плоскости теплоизолированы;
- в) на линиях симметрии отсутствуют тепловой поток, нормальные компоненты перемещения и касательные компоненты поверхностных сил.

Проведена численная реализация построенных интегральных уравнений задачи нестационарной термоупругости [3]. Построены графики распределения температуры по контуру пластинки для различных моментов времени. Получены графики распределения компонентов напряжения и перемещения на контуре пластинки. Графики изменения температуры от времени позволяют исследовать характер изменения напряженно-деформированного состояния с течением времени.

Результаты определения перемещений, напряжений и деформаций сравнивались с результатами расчетов, полученных с помощью программного комплекса ANSYS, построенного на базе метода конечных элементов.

Небольшие затраты машинного времени для решения тестовой задачи подтверждают эффективность метода граничных элементов по сравнению с другими численными методами.

УДК 539.3

Веремейчик А.И., Юркевич К.С.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУР В ПЛАСТИНКЕ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СОСРЕДОТОЧЕННОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА

1. Введение

Одним из эффективных направлений анализа обоснованности назначения режимов термообработки изделий является применение систем автоматизированного проектирования, которые при небольшом количестве экспериментальных исследований позволяют получить максимальное количество информации о свойствах проектируемого процесса или изделия. Для моделирования теплофизических процессов могут применяться универсальные программные комплексы Nastran, ANSYS и др. В частности, пакет ANSYS позволяет решать задачи прочности и теплофизики совместно с учетом усталостных характеристик и процедурами оптимизации [1]. Наиболее перспективными представляются разработки, связанные с решением нестационарных температурных задач с учетом трехмерной геометрии расчетной области, поскольку это в большей степени соответствует реальному процессу. В настоящей работе представлены результаты расчета и визуализации полей температур, возникающих в прямоугольной пластине под действием сосредоточенного высокотемпературного источника тепла, полученные с применением функциональных возможностей конечно-элементного пакета ANSYS Workbench.

2. Методика и результаты исследований

В ходе проведения вычислительного эксперимента поставлена задача нестационарной теплопроводности для стальной пластинки, геометрические размеры которой $100 \times 100 \times 7$ мм. Областью приложения температурной нагрузки являлась окружность радиусом 5 мм, которая находилась в центре лицевой грани пластинки. Температура величиной 1200°C (начальная температура 21°C) прикладывалась мгновенно и действовала в течение 1 сек. Для учета охлаждения, которое подавалось на грань, противоположную лицевой, задавалась конвекция величиной $0,01 \text{ Вт}/(\text{К}\cdot\text{мм}^2)$, в области приложения нагрузки ее значение составляло $5 \times 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{К}\cdot\text{мм}^2)$ [2]. Термоупругие свойства стали описывались коэффициентом теплопроводности, $0605 \text{ Вт}/(\text{мм}\cdot^\circ\text{C})$ и удельной теплоемкостью $434 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$. На рис. 1 представлена зависимость температуры от времени на нижней грани пластинки, за промежуток времени 1 сек, в точке, находящейся в центре этой грани (напротив сосредоточенного источника тепла).

Юркевич Кирилл Сергеевич, магистрант кафедры теоретической и прикладной механики Белорусского государственного университета.

Беларусь, БГУ, г. Минск, пр-кт Независимости, 4.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бреббия К. и др. Методы граничных элементов. - М.: Мир, 1987. - 524 с.
2. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. - М.: Мир, 1987. - 328 с.
3. Веремейчик А.И. Граничные интегральные уравнения двумерных нестационарных краевых задач несвязанной термоупругости. // Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике. - Мн.: УП «Технопринт», 2001. - С. 99-102.
4. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966. - 664 с.

Статья поступила в редакцию 29.10.2007

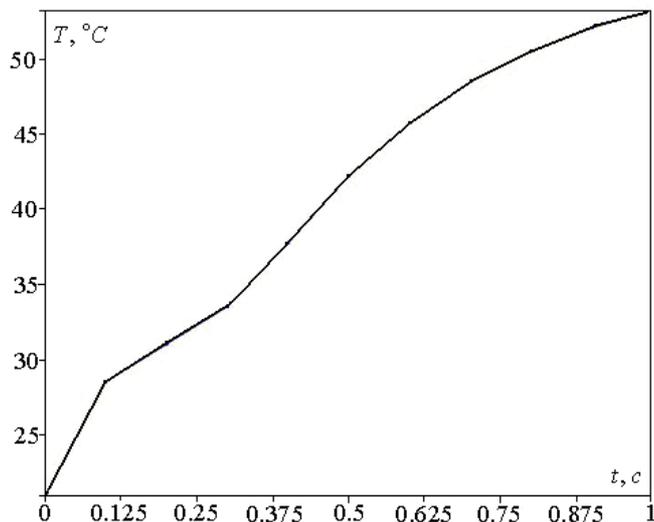


Рис. 1. Зависимость температуры от времени на нижней грани пластинки

Наибольшая температура в момент времени 1 с. составила $53,04^\circ\text{C}$. Постоянный рост температуры обусловлен воздействием с противоположной стороны пластины теплового источника.

На рис. 2 представлен график распределения температуры с течением времени на верхней грани пластинки в точке воздействия источника тепла.

Распределение температурных полей непосредственно на верхней и нижней гранях в момент времени 1 с. представлено на рис. 3 и 4 соответственно.

Полученные диаграммы позволяют определять значения температур в произвольной точке нагруженного тела