В результате обучения нейронная сеть достаточно часто начинает менять поведения агента таким образом, что агент оглядывается по сторонам. Такое естественное поведение является эффективным, поскольку всегда есть вероятность появления добычи ближе, чем текущая цель агента.

Существуют и некоторые сложности: среда, в которой развиваются агенты, не является абсолютно просматриваемой, т. е. в нашей задаче агент видит только перед собой и немного вокруг, а также среда является недетерминированной (координаты добычи генерируются случайным образом). В качестве дальнейшей работы стоит рассмотреть штрафные функции для уменьшения количества вращений вокруг себя, количества шагов к добыче.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Панченко, Т. В. Генетические алгоритмы : учеб.-метод. пособие / Т. В. Панченко ; под ред. Ю. Ю. Тарасевича. – Астрахань : Астрах. ун-т, 2007. – 87 с.

**А. И. ЖУК, Е. Н. ЗАЩУК**
Брест, БрГТУ

## АССОЦИИРОВАННЫЕ РЕШЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим следующую задачу Коши на отрезке $T = [0;a] \subset R$ :

$$\dot{x}^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f^{ij}(x(t))\dot{L}^j(t), \; i = \overline{1,p}, \tag{1}$$

с начальным условием $x(0) = x_0$, где $f^{ij}$ $i = \overline{1,p}$, $j = \overline{1,q}$ – липшицевы функции ограниченной вариации на отрезке $T$. Без ограничения общности будем считать, что функции $L^j(t)$, $j = \overline{1,q}$ непрерывны справа.

Уравнение (1) содержит произведение обобщенных функций, в связи с чем его решение зависит от подхода к трактовке подобного рода задач.

Пусть $R$ – вещественная прямая. На множестве всех последовательностей из элементов $\mathrm{R}(x_n) \square (y_n)$, если $\exists n_0 \in N$, $\forall n \geq n_0$, $x_n = y_n$, тогда обобщенным числом назовем класс эквивалентности $\tilde{x} = [(x_n)]$. Множество обобщенных чисел обозначим $\tilde{R}$. Аналогично строится расширение $\tilde{T}$ отрезка $T$. Выделим в $\tilde{R}$ следующие подмножества:

$$H = \{\tilde{h} \in \tilde{R} : \tilde{h} = [(h_n)], h_n > 0, \forall n \in N, \lim_{n\to\infty} h_n = 0\} ,$$

$$S = \{\tilde{h} \in H : h_n = o(1/n), h_n \to 0, n \to \infty, \forall (h_n) \in \tilde{h}\} .$$

На множество всех последовательностей $\{f_n\}$ таких, что $f_n \in C^\infty(R)$ $(f_n) \square (g_n)$, если $\exists n_1 \in N$, $\forall n \geq n_1$, $\forall x \in R$, $f_n(x) = g_n(x)$. Класс эквивалентности $[(f_n)]$ будем называть мнемофункцией и обозначать $\tilde{f}$. Обозначим через $G(R)$ множество всех мнемофункций, которое является алгеброй с покоординатными операциями умножения и сложения. Алгебру мнемофункций вида $\tilde{f}(\tilde{x}) = [(f_n(x_n))]$, где $\tilde{x} = [(x_n)] \in \tilde{R}$, а $[f_n(x)]\in G(R)$, $\forall x\in R$, обозначим как $G(\bar{R})$. Определим на $G(\bar{T})$ обобщенный дифференциал $d_{\bar{h}}\bar{f}(\bar{x})=[(f_n(x+h_n)-f_n(x))]$, $\bar{x}=[(x)]\in\bar{T}$, $\bar{h}\in H$.

Обобщенный дифференциал $d_{\bar{h}}$ назовем $S$-обобщенным дифференциалом и будем обозначать $d^S_{\bar{h}}$, если $\bar{h}\in S$. Будем говорить, что мнемофункция $\bar{f}=[(f_n)]$ ассоциирует элемент $f$ из топологического пространства $\Omega$, если последовательность $\{f_n\}$ при $n\to\infty$ сходится к $f$ в топологии $\Omega$.

Заменим обычные функции уравнений в (1) на соответствующие им новые обобщенные функции и получим запись уравнения в дифференциалах в алгебре новых обобщенных функций

$$d_{\bar{h}}\bar{x}^i(\bar{t})=\sum_{j=1}^{q}\bar{f}^{ij}(\bar{x}(\bar{t}))d_{\bar{h}}\bar{L}^j(\bar{t}),\ i=\overline{1,p} \tag{2}$$

с начальным условием $\bar{x}|_{[0,\bar{h})}=\bar{x}^0$, где обобщенные функции $\bar{f}^{ij}$, $\bar{L}^j$ ассоциируют функции $f^{ij}$ и $L^j$ соответственно.

Наряду с задачей (2) с начальным условием $\bar{x}|_{[0,\bar{h})}=\bar{x}^0$ рассмотрим систему уравнений с $S$-обобщенным дифференциалом:

$$d^S_{\bar{h}}\bar{x}^i(\bar{t})=\sum_{j=1}^{q}\bar{f}^{ij}(\bar{x}(\bar{t}))d_{\bar{h}}\bar{L}^j(\bar{t})\ \ i=\overline{1,p} \tag{3}$$

Будем говорить, что функция $x$ является $S$-ассоциированным решением уравнения (2), если данная функция является ассоциированным решением задачи (3).

Заменим в (2) каждую новую обобщенную функцию представителем класса ее определяющего, получим запись (2) на уровне представителей

$$x^i_n(t+h_n)-x^i_n(t)=\sum_{j=1}^{q}f^{ij}_n(x_n(t))[L^j_n(t+h_n)-L^j_n(t)],\ \ x_n(t)|_{[0,h_n)}=x_{n0}(t),\ i=\overline{1,p} \tag{4}$$

Для описания предельного поведения задачи (4) рассмотрим систему

$$x^i(t)=x^i_0+\sum_{j=1}^{q}\int_0^t f^{ij}(x(s))dL^{jc}(s)+\sum_{\mu_r\le t}S^i(\mu_r,x(\mu_r-),\Delta L(\mu_r)),\ i=\overline{1,p} \tag{5}$$

где $L^{jc}(t)$ – непрерывная, а $L^{jd}(t)$ – разрывная составляющие функции $L^j(t)$, $\mu_r$ – точки разрыва функции $L(t)$, $\Delta L(\mu_r)=L^d(\mu_r+)-L^d(\mu_r-)$ – величина скачка, $S^i(\mu,x,u)=\phi^i(1,\mu,x,u)-\phi^i(0,\mu,x,u)$, где $x\in R^p$, $u\in R^q$, $\mu\in T$, а $\phi^i(t,\mu,x,u)$ находится из уравнения $\phi^i(t,\mu,x,u)=x^i+\sum_{j=1}^{q}u^j\int_0^t f^{ij}(\phi(s,\mu,x,u)ds$ .

**Теорема.** Пусть $f^{ij}$ $i=\overline{1,p}$ , $j=\overline{1,q}$ удовлетворяют условию Липшица и ограничены. $L^j(t)$, $j=\overline{1,q}$ – непрерывные справа функций ограниченной вариации. Тогда S-ассоциированное решение задачи Коши (2) является решением системы уравнений (5) в $L^p(T)$, если $|x_{n0}(\tau_t)-x_0|\to 0$ в пространстве $L^p(T)$.

В [1] были получены $I$-ассоциированные решения уравнения (2).

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жук, А. И. Оценки скорости сходимости к ассоциированным решениям дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами в алгебре мнемофункций / А. И. Жук, О. Л. Яблонский // Докл. НАН Беларуси. – 2015. – Т. 59, № 2. – С. 17–22.



**Е. Н. ЗАЩУК, А. И. ЖУК**
Брест, БрГТУ


## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА В ЛЕКЦИИ «РЯДЫ ФУРЬЕ»

Использование компьютерных математических пакетов в процессе обучения математическим дисциплинам в технических вузах является актуальным и перспективным направлением [1; 2]. Система *Mathematica* позволяет превратить весь материал, подготовленный для лекции (пояснения, уравнения, примеры, иллюстрации и демонстрации), в динамическую презентацию, которую можно оперативно изменять [1; 3].

При изучении студентами темы «Ряды Фурье», которая включена в программу дисциплины «Математика» для технических специальностей, возникает вопрос визуализации построенных тригонометрических рядов Фурье для различного числа членов. Для этого можно применить программные модули, которые находятся в свободном доступе на официальном сайте Wolfram Demonstration Projekt [4]. В данной статье использование СКА *Mathematica* позволило авторам работы доработать и усовершенствовать программные модули с учетом требований программы вуза. На рисунке 1 представлена $2\pi$-периодическая функция

$$f\ x = \begin{matrix} -1, \text{при } -\pi \leq x < 0, \\ 1, \text{при } 0 \leq x < \pi \end{matrix} \qquad (1)$$

и ее аппроксимации рядом Фурье с различным числом слагаемых ($n = 3$ и $n = 23$). Сходимость ряда Фурье (или его отсутствие) может быть проверена путем увеличения числа членов в ряду.

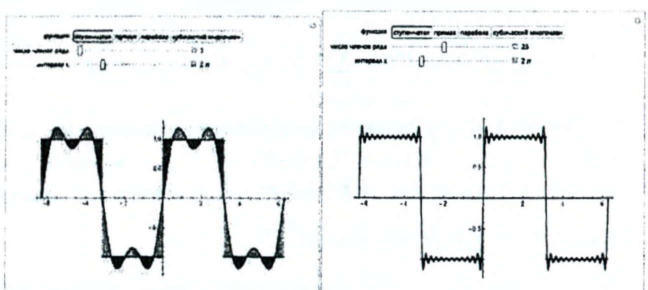

Рисунок 1 – Скриншот программного модуля, показывающего аппроксимацию функции (1) рядом Фурье для разного числа его членов