СЕКЦИЯ 1. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ И АНАЛИЗА

А. И. Басик[1], Т. В. Копайцева[2]
[1]БрГУ имени А. С. Пушкина (г. Брест, Беларусь)
[2]БрГТУ (г. Брест, Беларусь)

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ПАРЫ УРАВНЕНИЙ ЛАПЛАСА НА ПЛОСКОСТИ

В ограниченной односвязной области $\Omega \subset \mathbf{R}^2$, границей которой является гладкая кривая Ляпунова $\partial\Omega$, рассмотрим задачу нахождения пары гармонических функций $u(x) = (u_1(x), u_2(x)) \in C^2(\Omega) \cap C^{1,\alpha}(\overline{\Omega})$, удовлетворяющей краевым условиям

$$\begin{gathered} (au_1 + bu_2)\big|_{\partial\Omega} = f_1, \\ \left(c\frac{\partial u_1}{\partial \nu} + d\frac{\partial u_2}{\partial \nu} \right)\Bigg|_{\partial\Omega} = f_2. \end{gathered} \tag{1}$$

Здесь $f_1, f_2 : \partial\Omega \to \mathbf{R}$ – заданные непрерывные по Гельдеру функции; a, b, c и d – фиксированные действительные числа, $\partial / \partial\nu$ – оператор дифференцирования по направлению внешней нормали к $\partial\Omega$.

Теорема 1. *Задача* (1) *регуляризуема тогда и только тогда, когда* $ad - bc \neq 0$.

Для доказательства теоремы 1 устанавливается, что выполнение неравенства $ad - bc \neq 0$ равносильно условию максимальности ранга матрицы Лопатинского [1] рассматриваемой краевой задачи.

Напомним, что регуляризуемость краевой задачи означает, что однородная задача (1) имеет α линейных независимых решений, а для разрешимости неоднородной задачи требуется выполнение β линейно независимых условий. Число $\alpha - \beta$ называется индексом задачи (1). Известно, что индекс является гомотопически устойчивым.

Теорема 2. *Индекс регуляризуемой задачи* (1) *равен нулю*.

Доказательство теоремы 2 проводится методом гомотопий. Если $ad - bc > 0$, то задача (1) гомотопна задаче с граничными условиями $u_1\big|_{\partial\Omega} = f_1$, $\partial u_2 / \partial\nu\big|_{\partial\Omega} = f_2$, индекс которой равен нулю.

Если $ad - bc < 0$, то задача (1) гомотопна задаче с граничными условиями $u_1\big|_{\partial\Omega} = f_1$, $-\partial u_2 / \partial\nu\big|_{\partial\Omega} = f_2$, индекс которой также равен нулю.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агранович. М. С. Эллиптические сингулярные интегро-дифференциальные операторы / М. С. Агранович // Успехи мат. наук. – 1965. – Т. 20, вып. 5. – С. 3-120.

А. А. Будик
Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ЯВНАЯ ИТЕРАЦИОННАЯ ПРОЦЕДУРА РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В действительном гильбертовом пространстве H решается линейное уравнение первого рода $Ax = y_\delta$, где $\|y - y_\delta\| \le \delta$ и A – ограниченный, положительный, самосопряжённый оператор, для которого нуль не является собственным значением.