

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра высшей математики

**СБОРНИК САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ
ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ**

по дисциплине «**Математика**»
для слушателей подготовительного отделения

Брест 2012

Подготовительное отделение Брестского государственного технического университета ставит своей целью оказание помощи абитуриентам при подготовке к централизованному тестированию.

Данное пособие содержит материалы для подготовки итогового повторения каждой темы программы средней школы и способствует более качественной подготовке к централизованному тестированию.

Составители: Пархимович И.В., доцент, к.ф.-м.н.
Остапчук Е.М., ассистент
Юхимук М.М., ст. преподаватель

Рецензент: доцент кафедры высшей математики учреждения образования
«Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина»
к.ф. - м.н. Марзан С.А.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Уважаемые слушатели! Данное пособие предназначено для повторения школьного курса математики. Оно поможет вам повторить, закрепить, обобщить и систематизировать изученный материал, углубит ваши знания.

Самостоятельные работы в сборнике окажут помощь в формировании и развитии умений и навыков, в применении теоретических знаний на практике.

Самостоятельные работы представлены в двух вариантах, достаточно объемны, предусматривают неоднократное их использование.

Данное пособие направленно на повышение математического уровня слушателей и будет способствовать улучшению подготовки к централизованному тестированию.

Желаем успехов!

РЕПОЗИТОРИЙ БРГТУ

СОДЕРЖАНИЕ

Раздел 1. Преобразование выражений.....	6
C1. Вычисление значения числового выражения.....	6
C2. Преобразования выражений, содержащих степени с натуральными показателями...7	
C3. Решение задач на проценты.....	8
C4. Тождественное преобразование выражений, содержащих корни.....	9
C5. Преобразование целых выражений.....	11
C6. Сокращение алгебраических дробей.....	12
C7. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями.....	13
C8. Умножение и деление алгебраических дробей.....	14
C9. Свойства степени с рациональными показателями.....	16
C10. Преобразование выражений.....	17
Раздел 2. Решение рациональных уравнений.....	18
C11. Решение линейных уравнений.....	18
C12. Решение квадратных уравнений и уравнений сводящихся к ним.....	20
Раздел 3. Линейная функция. Квадратичная функция. Степенная функция.....	22
C13. Линейная функция.....	22
C14. Квадратичная функция.....	24
C15. Иррациональные уравнения.....	25
C16. Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.....	26
Раздел 4. Неравенства и системы неравенств.....	27
C17. Рациональные неравенства.....	27
C18. Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля.....	28
C19. Иррациональные неравенства.....	28
C20. Системы неравенств.....	29
Раздел 5. Текстовые задачи.....	30
C21. Задачи на движение.....	30

C22. Задачи на работу и производительность.....	31
C23. Задачи на смеси и сплавы.....	33
C24. Задачи на процентные соотношения.....	34
C25. Разные задачи.....	36
Раздел 6. Прогрессии.....	39
C26. Арифметическая прогрессия.....	39
C27. Геометрическая прогрессия.....	40
Раздел 7. Показательная и логарифмическая функция.....	43
C28. Показательные уравнения.....	43
C29. Тождественное преобразование логарифмических и показательных выражений. .	43
C30. Логарифмические уравнения.....	44
C31. Показательные неравенства.....	45
C32. Логарифмические неравенства.....	45
Раздел 8. Тригонометрия.....	46
C33. Тригонометрические функции и их свойства.....	46
C34. Преобразование тригонометрических выражений.....	47
C35. Обратные тригонометрические функции.....	49
C36. Тригонометрические уравнения.....	50
C37. Тригонометрические неравенства и системы.....	52
Раздел 9. Векторы.....	53
C38. Векторы, координаты.....	53
Раздел 10. Нестандартные задачи.....	54
C39. Методы, основанные на ограниченности функции.....	54
C40. Методы, основанные на монотонности функций.....	55
C41. Методы основанные на симметрии алгебраических выражений.....	56
Раздел 11. Планиметрия.....	57

С42. Планиметрия.....	57
Раздел 12. Производная.....	58
С43. Производная.....	58
Итоговая самостоятельная работа.....	60

РЕПОЗИТОРИЙ БРГТУ

Раздел 1. Преобразование выражений

С1. Вычисление значения числового выражения

Вариант 1

1. Найдите сумму или разность:

а) $\frac{1}{3} + \frac{5}{6}$; б) $\frac{5}{7} - \frac{1}{14}$; в) $2\frac{2}{3} + 5\frac{5}{12}$; г) $\frac{3}{11} - \frac{1}{13}$; д) $\frac{7}{20} + \frac{2}{3}$;

е) $3\frac{2}{15} - 1\frac{1}{7}$; ж) $\frac{5}{34} - \frac{41}{51}$; з) $3\frac{1}{30} - 5\frac{7}{90}$; и) $6\frac{1}{7} - 10\frac{3}{14}$.

2. Найдите значение выражения:

а) $7 + 5,31 + 9 + 13,49$; б) $2,7 + 8,31 + 5,79 + 0,07$; в) $8,31 - (4,29 + 3,721)$;

г) $(8,21 + 9,73) - 0,001$.

3. Найдите произведение или частное:

1) а) $\frac{7}{16} \cdot \frac{8}{21}$; б) $\frac{5}{11} \cdot \frac{33}{65}$; в) $\frac{19}{23} \cdot \left(-\frac{46}{57}\right)$; 2) а) $3\frac{1}{4} \cdot 3\frac{9}{13}$; б) $5\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$; в) $3\frac{1}{7} \cdot 1\frac{3}{11}$;

3) а) $\frac{5}{7} \cdot \left(-\frac{10}{21}\right)$; б) $-\frac{4}{5} \cdot \left(-1\frac{1}{15}\right)$; в) $31\frac{1}{2} : 2\frac{1}{31}$; 4) а) $\frac{5}{9} \cdot (-9)$; б) $-\frac{4}{5} : 9$; в) $-14 : \left(-2\frac{4}{5}\right)$;

5) а) $6,5 \cdot 2,6$; б) $-5,3 \cdot 7,7$; в) $-6,4 \cdot (-1,3)$; 6) а) $0,81 \cdot 0,009$; б) $0,1515 : 0,05$; в) $0,361 : 0,19$.

4. Вычислите:

1) а) 11^3 ; б) 7^2 ; в) 70^2 ; г) 1100^3 ;

2) а) $(-5)^3$; б) $(-13)^2$; в) $(-0,5)^3$; г) $(-0,13)^2$;

3) а) $\left(\frac{4}{9}\right)^2$; б) $\left(-\frac{3}{7}\right)^3$; в) $\left(-1\frac{1}{5}\right)^2$; г) $\left(1\frac{1}{5}\right)^3$.

5. Какой цифрой оканчивается результат:

1) 27^2 ; 2) 53^2 ; 3) 142^3 ; 4) 311^3 ?

6. Найдите положительное число, которое при возведении в квадрат:

1) увеличивается в 5 раз; 2) уменьшается в 10 раз

7. Найдите значение выражения:

1) $\frac{77 \dots 7}{100 \text{ раз}} + \frac{22 \dots 2}{100 \text{ раз}}$; 2) $\frac{55 \dots 5}{100 \text{ раз}} + \frac{88 \dots 8}{100 \text{ раз}}$; 3) $\frac{55 \dots 5}{100 \text{ раз}} : 5$; 4) $\frac{55 \dots 5}{100 \text{ раз}} : \frac{55 \dots 5}{100 \text{ раз}}$.

Вариант 2

1. Найдите сумму или разность:

а) $\frac{1}{5} + \frac{4}{15}$; б) $\frac{2}{3} - \frac{5}{12}$; в) $5\frac{1}{7} + 7\frac{13}{21}$; г) $\frac{3}{8} - \frac{1}{9}$; д) $\frac{5}{6} + \frac{3}{11}$;

е) $9\frac{1}{29} - 1\frac{3}{4}$; ж) $\frac{7}{30} - \frac{31}{45}$; з) $2\frac{1}{20} - 6\frac{9}{40}$; и) $\frac{5}{18} - 2\frac{23}{30}$.

2. Найдите значение выражения:

а) $13 + 27,13 + 40 + 50,07$; б) $71,35 + 30,6 + 7,07 + 0,06$;

в) $5,47 - (8,32 - 5,311)$; г) $7,83 - (5,31 + 6,69)$.

3. Найдите произведение или частное:

1) а) $\frac{9}{13} \cdot \frac{26}{27}$; б) $-\frac{5}{14} \cdot \frac{42}{75}$; в) $\frac{17}{24} \cdot \left(-\frac{48}{51}\right)$; 2) а) $1\frac{3}{2} \cdot 1\frac{1}{5}$; б) $-3\frac{1}{5} \cdot 1\frac{1}{4}$; в) $-4\frac{1}{6} \cdot \left(-2\frac{2}{5}\right)$;

3) а) $\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{32}\right)$; б) $-\frac{5}{7} \cdot \left(-1\frac{4}{21}\right)$; в) $\frac{1}{3} \cdot 2\frac{2}{9}$; 4) а) $\frac{3}{8} \cdot (-8)$; б) $-\frac{3}{4} \cdot 8$; в) $-5 \cdot \left(-1\frac{2}{3}\right)$;

5) а) $7,4 \cdot 3,5$; б) $-3,7 \cdot 5,5$; в) $-8,3 \cdot (-1,4)$; 6) а) $0,72 : 0,008$; б) $0,1616 : 0,04$; в) $0,289 : 0,17$.

4. Вычислите:

1) а) 13^3 ; б) 32^2 ; в) 320^2 ; г) 1300^3 ; д) $(-6)^2$; е) $(-61)^2$; ж) $(-0,7)^3$; з) $(-0,11)^2$;

3) а) $\left(\frac{5}{7}\right)^2$; б) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$; в) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^2$; г) $\left(1\frac{1}{3}\right)^3$.

5. Вычислите:

1) $(0,018 + 0,982) : (8 \cdot 0,5 - 0,8)$; 2) $27,3 \cdot 5,1 \cdot (-2,2) : (-0,00019)$;

3) $\left(6\frac{8}{15} - 4\frac{21}{45}\right) \cdot 4,5 - 2\frac{1}{6} : 0,52$;

4) $\left(\frac{9}{22} - 1\frac{12}{33}\right) \cdot 1,32 - \frac{8}{13} : 0,1625$; 5) $\frac{\left(\frac{5}{8} + 2,708333\dots\right) : 2,5}{(1,3 + 0,7(6) + 0,36) \cdot \frac{110}{401}} \cdot \frac{1}{2}$.

С2. Преобразования выражений, содержащих степени с натуральными показателями

Вариант 1

1. Упростить выражение:

1) а) $x^3 \cdot (-x^4)$; б) $x^3 \cdot (-x)^4$; в) $(-x)^3 \cdot x^4$; г) $(-x^3) \cdot (-x)^4$;

2) а) $(a^2)^5 \cdot a^5$; б) $(a^2 \cdot a^5)^2$; в) $a^4 \cdot (a^4)^4$; г) $(a \cdot a^7)^7$;

3) а) $(c^4)^2 \cdot (c^2)^4$; б) $(c \cdot c^2)^2 \cdot (c \cdot c^2)^3$; в) $(c^5)^2 \cdot (c^2 \cdot c^3)^2$;

4) а) $y^{12} : (y^6)^{12}$; б) $(y^4)^5 : (y^4)^2$; в) $(y \cdot y^2)^3 : (y \cdot y^3)^2$.

2. Представить произведение в виде степени:

1) а) $x^5 y^5$; б) $36a^2 b^2$; в) $0,001x^3 c^3$; 2) а) $-x^3$; б) $-8x^3$; в) $-32a^5 b^5$;

3) а) $-x^5 y^5 z^5$; б) $0,27a^3 b^3 c^3$; в) $-\frac{1}{64} x^3 y^3 z^3$.

3. Найти значения выражений, используя свойства степеней:

- 1) $5^3 \cdot (3^2) : 3^{10}$; $5^{20} : (5^2)^5 \cdot 5^8$ 2) $\frac{9^4}{3^7}$; $\frac{8^5}{4^6}$; $\frac{27^2 \cdot 9^4}{81^2}$;
 3) $\frac{10^{12}}{2^6 \cdot 5^6}$; $\frac{5^{16} \cdot 3^{16}}{15^{14}}$; $\frac{12^6}{3^5 \cdot 4^5}$.

Вариант 2

1. Упростить выражение:

- 1) а) $(-a)^2 \cdot a^5$; б) $-a^2 \cdot a^5$; в) $a^2 \cdot (-a)^5$; г) $(-a^2) \cdot (-a)^5$
 2) а) $(x^3)^2 \cdot x^6$; б) $(x^3 \cdot x^5)^6$; в) $x^3 \cdot (x^3 \cdot x)^5$;
 3) а) $(y^3)^2 \cdot (y^2)^3$; б) $(y^3 \cdot y)^3 \cdot (y^3 \cdot y)^2$; в) $(y^6)^2 \cdot (y^4 y^2)^2$;
 4) а) $c^{10} : (c^2)^5$; б) $(c^3)^7 : (c^3)^6$; в) $(c^2 \cdot c)^3 : (c^3 \cdot c)^2$.

2. Представить произведение в виде степени:

- 1) а) $a^6 b^6$; б) $49x^2 y^2$; в) $0,0001a^4 b^4$; 2) а) $-a^3$; б) $-27a^3$; в) $-32a^5 b^5$;
 3) а) $-x^7 y^7 z^7$; б) $0,0001a^4 c^4 d^4$; в) $-\frac{1}{8} a^3 b^3 c^3$.

3. Найти значения выражений, используя свойства степеней:

- 1) а) $2^8 \cdot (2^3)^2 : 2^{12}$; б) $7^{15} : 7^3$; 2) а) $\frac{16^2}{25}$; б) $\frac{27^4}{9^5}$; в) $\frac{32^3 \cdot 8^2}{16^5}$;
 3) а) $\frac{3^{10} \cdot 7^{10}}{21^8}$; б) $\frac{6^{15}}{2^{13} \cdot 3^{13}}$; в) $\frac{20^{10}}{5^{10} \cdot 4^{10}}$.

С3. Решение задач на проценты

Вариант 1

1. Найдите 25% от числа: 1) 200; 2) 3; 3) 5,7; 4) 0,08.
 2. Найдите число, если 17% его равны: 1) 340; 2) 8,5; 3) 0,051; 4) 2,89.
 3. Сколько процентов число 8 составляет от числа: 1) 16; 2) 800; 3) 8000; 4) 0,8?
 4. 1) Выразите десятичной дробью числа его процент:
 а) 43%; б) 75%; в) 25%; г) 60%; д) 11,4%.
 2) Выразите в процентах дробь числа:
 а) 0,5; б) 0,37; в) 0,7; г) 0,35; д) 1,2.
 5. В сплаве меди и цинка меди содержится 20%. Масса сплава 1200г. Выясните: 1) сколько в сплаве меди; 2) сколько в сплаве цинка; 3) какой процент цинка в сплаве; 4) какой процент составляет масса меди от массы цинка.
 6. Завод по плану должен был изготовить 537000 изделий. План был выполнен на 102,5%. Установите: 1) сколько изделий выпустил завод;
 2) сколько изделий выпустил завод сверх плана.
 7. Цена изделия равнялась 3000 рублям и была сначала снижена на 20%, а затем еще на 25%. Найдите:
 1) Цену изделия после первого снижения;
 2) Цену изделия после второго снижения;

- 3) На сколько рублей снизилась цена изделия;
4) На сколько процентов снизилась цена по сравнению с первоначальной.
- 8. Сколько процентов составляет:**
1) число 20 от своего квадрата; 2) число 0,2 от своего куба?
- 9. Цена изделия сначала возросла на 20%, а затем на столько же процентов была снижена. Как и на сколько процентов изменилась цена по сравнению с первоначальной?**

Вариант 2

- 1. Найдите 20% от числа:** 1) 300; 2) 2; 3) 4,5; 4) 0,05.
- 2. Найдите число, если 13% его равны:**
1) 260; 2) 6,5; 3) 0,0042; 4) 1,69.
- 3. Сколько процентов число 12 составляет от числа:**
1) 24; 2) 1200; 3) 2400; 4) 0,12.
- 4. 1) Выразите десятичной дробью числа его процент:**
а) 65%; б) 20%; в) 50%; г) 25%; д) 12,5%.
2) Выразите в процентах дробь числа:
а) 0,25; б) 0,6; в) 0,12; г) 1,25; д) 1,3.
- 5. В составе олова и железа олова содержится 80%. Масса сплава 500г. Выясните:**
1) сколько в сплаве олова; 2) сколько в сплаве железа; 3) какой процент железа в сплаве;
4) какой процент составляет масса железа от массы олова.
- 6. Фермер по плану должен был собрать 480 т пшеницы. План был выполнен на 104,5%. Установите:**
1) сколько тонн пшеницы собрал фермер;
2) сколько тонн пшеницы сверх плана было собрано.
- 7. Сначала производительность труда бригады составляла 40 деталей в час, потом была повышена на 20%, а затем ещё на 25%. Найдите:**
1) производительность труда после первого её повышения;
2) производительность труда после второго её повышения;
3) на сколько деталей в час повысилась в результате производительность труда;
4) на сколько процентов повысилась производительность труда по сравнению с первоначальной.
- 8. Сколько процентов составляет:**
1) число 40 от своего квадрата; 2) число 0,1 от своего куба?
- 9. Цена изделия сначала возросла на 50%, а затем на столько же процентов была снижена. Как и на сколько процентов изменилась цена по сравнению с первоначальной?**

С4. Тождественное преобразования выражений, содержащих корни

Вариант 1

- 1. Вынесите множитель из-под знака корня:**
а) $\sqrt{147}$; б) $\sqrt{363}$; в) $\sqrt[3]{-24}$; г) $\sqrt[3]{375}$; д) $\sqrt[4]{405}$; е) $\sqrt[5]{-150}$.
- 2. Вынесите множитель из-под знака корня (буквами обозначены неотрицательные числа):**
а) $\sqrt[3]{x^{16}y^8}$; б) $\sqrt[4]{a^{12}b^5}$; в) $\sqrt[3]{32a^7b^{15}}$.
- 3. Сравните значения выражений:**

а) $5\sqrt{3} \text{ и } \sqrt{147}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt{80} \text{ и } \frac{2}{3}\sqrt{45}$; в) $2\sqrt[3]{81} \text{ и } 3\sqrt[3]{32}$.

4. Упростите выражение.

а) $\sqrt{3} - 2\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - 4\sqrt{108}$; б) $\frac{1}{4}\sqrt{28} - \sqrt{7} + \frac{1}{2}\sqrt{45}$; в) $0,5\sqrt{50} + 0,8\sqrt{72} - 0,2\sqrt{32}$.

5. Вынесите множитель из под знака корня в выражениях:

а) $\sqrt{25x^{2y}}$, где $x < 0, y > 0$; б) $\sqrt{16a^6b^2}$, где $a < 0, b > 0$;

в) $\sqrt{144a^6\theta^3}$, где $a > 0, \theta < 0$; г) $\sqrt{-5c^3}$;

д) $\sqrt{-49m^9}$; е) $\sqrt{(x-5)^2}$, где $x \geq 5$; ж) $\sqrt{12(y+3)^2}$, где $y < -3$.

6. Вынесите множитель из-под знака корня в выражении:

а) $\sqrt[3]{(x-1)^4}$; б) $y^3\sqrt{\frac{x^3 + x^5}{y^4 + y^6}}$; в) $\sqrt{\frac{x^2 - 4x + 4}{81}}$.

7. Вынесите множитель под знак корня:

а) $2\sqrt[3]{3}$ б) $3\sqrt[4]{2\frac{5}{27}}$ в) $a\sqrt{3}$, где $a > 0$; г) $m\sqrt[4]{5}$, где $m < 0$;

д) $(1-a)\sqrt{\frac{a}{a-1}}$, где $a > 1$; е) $(b-2)\sqrt[4]{\frac{2b}{(2-b)^3}}$, где $0 < b < 2$.

Вариант 2

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{108}$; б) $\sqrt{245}$; в) $\sqrt[3]{-54}$; г) $\sqrt[3]{512}$; д) $\sqrt[4]{324}$; е) $\sqrt{-486}$.

2. Вынесите множитель из-под знака корня (буквами обозначены неотрицательные числа):

а) $\sqrt[3]{a^{10}b^7}$; б) $\sqrt[5]{x^{22}y^{13}}$; в) $\sqrt[6]{x^{19}y^{15}}$.

3. Сравните значения выражений:

а) $3\sqrt{5}$ и $\sqrt{245}$; б) $\frac{1}{3}\sqrt{72}$ и $\frac{2}{5}\sqrt{50}$; в) $3\sqrt[3]{54}$ и $2\sqrt[3]{128}$.

4. Упростите выражение:

а) $5\sqrt{75} - 0,2\sqrt{300} - 2\sqrt{27} + 4\sqrt{3}$; б) $\frac{1}{5}\sqrt{50} + \frac{1}{3}\sqrt{72} - \sqrt{200}$; в) $0,2\sqrt{20} + 0,8\sqrt{45} - 0,5\sqrt{180}$.

5. Вынесите множитель из-под знака корня в выражении:

а) $\sqrt{36a^2b}$, где $a < 0, b \geq 0$; б) $\sqrt{16a^6b^2}$, где $a < 0, b > 0$;

в) $\sqrt{25x^4y^6}$, где $x > 0, y \leq 0$; г) $\sqrt{-3z^5}$; д) $\sqrt{-16t^7}$;

е) $\sqrt{(x+3)^2}$, где $x \geq -3$; ж) $\sqrt{(-4)^2}$, где $a \geq 4$.

6. Вынесите множитель из-под знака корня в выражении:

а) $\sqrt[3]{(a\theta-2)^4}$; б) $\frac{x}{a}\sqrt{\frac{a^4}{x} + \frac{a^4}{x^2} + \frac{a^4}{x^3}}$; в) $\sqrt{\frac{x^2 - 2xy + y^2}{49}}$.

7. Вынесите множитель под знак корня:

$$a) \sqrt[3]{2}; \quad b) \sqrt[3]{\frac{1}{9}}; \quad c) \sqrt{7}, \text{ где } b > 0; \quad d) \sqrt[4]{15}, \text{ где } c < 0;$$

$$e) (2-x)\sqrt{\frac{x}{x-2}}, \text{ где } x > 2; \quad f) (-1)\sqrt[4]{\frac{5a}{(a-1)^2}}, \text{ где } 0 < a < 1.$$

C5. Преобразование целых выражений

Вариант 1

1. Упростите выражение:

- 1) а) $(4a-b)(a-6b)+a(25b-3a)$; б) $(2x+3y)(x-y)-x(x+y)$; в) $3a(a+1)+(a+2)(a-3)$;
 а) $2c(5c-3)-(c-2)(c-4)$.
- 2) а) $(3a+b)(a-2b)+(2a+b)(a-5b)$; б) $(x+1)(x+7)-(x+2)(x+3)$;
 в) $(a-4)(a+6)+(a-10)(a-2)$;
 а) $(y-3)(5-y)-(4-y)(y+6)$.

2. Преобразуйте в многочлен:

- 1) а) $3x(3x+7)-(3x+1)^2$; б) $4b(3b+6)-(3b-5)(3b+5)$;
 2) а) $(y-2)(y+3)-(y-1)^2$; б) $(c-5)(c-1)-(c-6)^2$;
 3) а) $(p+1)^2-(p+2)^2$; б) $(y-4)^2-(4-y)(4+y)$;
 а) $4(a+5)^2-(4a^2+40a)$; б) $4(b-2)^2-2(b-2)^2$.

3. Найдите значение выражения:

а) $(7-x)(7+x)+(x-7)^2 = -3,5$; б) $(2a-b)^2-(2a+b)^2$ при $a=1\frac{3}{7}$, $b=0,7$.

4. Упростите выражения:

- 1) а) $3(2a-5b)^2-12(a-b)^2$; б) $7(2+5)^2-5(2-7)$;
 2) а) $(3x^2+4)^2+(3x^2-4)^2-2(5-3x^2)(5+3x^2)$; б) $(4a^3+5)^2+(4a^3-1)^2-2(4a^3+5)(4a^3-1)$;
 3) а) $(p-2a)(p+2a)-(p-a)(p^2+pa+a^2)$; б) $x(2x-1)^2-2(x+1)(x^2-x+1)$.

5. Докажите, что:

- 1) $(2a-b)(2a+b)+(b-c)(b+c)+(c-2a)(c+2a)=0$;
 2) $(3x+y)^2-(3x-y)^2=(3xy+1)^2-(3xy-1)^2$.

Вариант 2

1. Упростите выражение:

- 1) а) $(2a+c)(a-3c)+a(2c-a)$; б) $2b(b+4)+(b-3)(b-4)$;
 в) $(3x+y)(x+y)-4y(x-y)$; а) $3p(p-5)-(p-4)(p+8)$;
 2) а) $(2x-b)(3x+b)+(3b-x)(b-x)$; б) $(-3)(-3)-(-1)(+3)$;

в) $(y-10)(y-2) + (y+4)(y-5)$; г) $(a-5)(a+1) - (a-6)(a-1)$.

2. Преобразуйте в многочлен:

- 1) а) $(a-4)(a+4) - 2a(3-a)$; б) $(4x-3)^2 - 6x(4-x)$;
 2) а) $(a-8)(a-7) - (a-9)^2$; б) $(p+3)(p-11) + (p+6)^2$;
 3) а) $(b+3)(b-3) + (2b+3)^2$; б) $(a-x)^2 + (a+x)^2$;
 4) а) $3(x-5)^2 + (10-8x^2)$; б) $2(x+6)^2 - (20x+70)$.

3. Найдите значение выражения:

а) $(2+3x)(5-x) - (2-3x)(5+x)$ при $x = -1,1$;

б) $(3a+b)^2 - (3a-b)^2$ при $a = 3\frac{1}{3}$, $b = -0.3$.

4. Упростите выражение:

- 1) а) $8(5y+3)^2 + 9(3y-1)^2$; б) $7(2x-5)^2 - 2(7x-1)^2$;
 2) а) $(4y^2+3)^2 + (9-4y^2)^2 - 2(4y^2+3)(4y^2-9)$;
 б) $(a^c - 6ab + 9b^c)(a^c + 6ab + b^c) - (a^c - 9b^c)^c$;
 3) а) $(x+3b)(x-3b) - (x+2b)(x^2 - 2bx + 4b^2)$;
 б) $(x+1)(x^c + x - 1) - (x-1)(x^c - x - 1)$.

5. Докажите, что:

- 1) $(x-3y)(x+3y) + (3y-c)(3y+c) + (c-x)(c+x) = 0$;
 2) $(a-b)(a+b)((a-b)^c + (a+b)^c) = 2(a^a - b^a)$

С6. Сокращение алгебраических дробей

Вариант 1

1. Сократите дробь:

- 1) а) $\frac{2a}{3a}$; б) $\frac{2b}{2c}$; в) $\frac{ab}{ac}$; 2) а) $\frac{a^c - ab}{ac}$; б) $\frac{a^c - ab}{a^2 + ab}$; в) $\frac{a^c - ab}{a^2 - b^2}$;
 3) а) $\frac{x^c}{x^2 - x}$; б) $\frac{x^c - 1}{x^2 - x}$; в) $\frac{x^c}{x^2 + x}$; 4) а) $\frac{a}{am}$; б) $\frac{a - 5b}{a^2 - 9b^2}$; в) $\frac{pq}{q}$;
 5) а) $\frac{a^c - 2ab + b^c}{a-b}$; б) $\frac{a^c + 4ab + 4b^c}{a+2b}$; в) $\frac{a^c - 2ab + b^c}{a^2 - b^2}$; г) $\frac{a^c + 4ab + 4b^c}{a^2 - 4b^2}$;
 6) а) $\frac{2a(3a-p)}{2p-6a}$; б) $\frac{2a(3a-p)}{6a-2p}$; в) $\frac{a^c - 9c^c}{3c+a}$; г) $\frac{a^c - 9c^c}{3c-a}$.

2. Вычислите:

а) $\frac{3^7 - 2^5}{47^2 - 13^2}$; б) $\frac{4^5 + 2 \cdot 4^5 \cdot 13 + 1^5}{58}$.

3. Сократите дробь и найдите её значение при заданных значениях букв:

а) $\frac{ax + ay + az + ay}{ay + by + a + b}$ при $x = 0,7$, $y = -2,7$, $a = -2,13$, $b = 3,11$;

б) $\frac{a+b+a-b}{a-b+a^2-2ab+b^2}$ при $a=1,75$, $b=1,76$.

Вариант 2

1. Сократите дробь:

1) а) $\frac{5m}{7m}$; б) $\frac{3a}{3b}$ в) $\frac{am}{an}$; г) $\frac{mpq}{mnq}$; 2) а) $\frac{p^2+pc}{pb}$; б) $\frac{p^2-pc}{p^2+2pc}$; в) $\frac{p^2+pc}{p^2-c^2}$; г) $\frac{p^2-c^2}{p^2-pc}$;

3) а) $\frac{a^2}{a^2+3a}$; б) $\frac{a^2+3c}{a^2-9}$; в) $\frac{a^2}{a^2-3a}$; г) $\frac{a^2-3a}{a^2-9}$;

4) а) $\frac{x}{xy}$; б) $\frac{x-2y}{x^2-4y^2}$; в) $\frac{pa}{p}$; г) $\frac{x^2-9y^2}{x+3y}$;

5) а) $\frac{a^2-10ab+25b^2}{a-5b}$; б) $\frac{x^2+8xy+16y^2}{x+4y}$; в) $\frac{x^2-6xy+9y^2}{x^2-9y^2}$; г) $\frac{9x^2+6xy+y^2}{9x^2-y^2}$;

6) а) $\frac{a^2-10ab+25b^2}{a-5b}$; б) $\frac{3b(5a-6)}{6-5a}$; в) $\frac{x^2-16y^2}{4y+x}$; г) $\frac{x^2-16y^2}{4y-x}$.

2. Вычислите:

а) $\frac{57^2-38^2}{22^2-3^2}$; б) $\frac{83^2+2 \cdot 83 \cdot 17+17^2}{100}$.

3. Сократите дробь и найдите ее значение при заданных значениях букв:

а) $\frac{a-b+ax+bx}{a-b+ay-by}$ при $x=1,3$, $y=3,3$, $a=5,17$, $b=7,15$;

б) $\frac{c-a+c^2-a^2}{c+a+c^2+2ac+a^2}$ при $a=-2,74$, $c=2,73$.

С7. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями

Вариант 1

1. Выполните сложение или вычитание:

1) а) $\frac{4}{b-5} + \frac{1}{b}$; б) $\frac{x}{y} - \frac{x}{x+y}$; в) $\frac{3}{a+b} + \frac{5}{a-b}$;

а) $\frac{c}{c+3} - \frac{c}{c-2}$; б) $\frac{a+x}{a-x} - \frac{a-x}{a+x}$; в) $\frac{y+3}{y+2} - \frac{y+2}{y+1}$;

2) а) $\frac{2}{x^2+y^2} + \frac{3}{x+y}$; б) $\frac{a}{a-b} - \frac{a^2}{a^2-b^2}$; в) $\frac{5}{6m+6} - \frac{3}{2m+m}$;

а) $\frac{6}{5x+10} + \frac{7}{3x-6}$; б) $\frac{4b}{a^2+ab} - \frac{4}{a}$; в) $\frac{x}{3} - \frac{x^2}{3x+3y}$;

3) а) $x + \frac{2}{x+4}$; б) $3 - \frac{a-2c}{a+c}$; в) $b - 3 - \frac{1}{b+3}$;
 а) $\frac{1}{a-2} + a - 1$; д) $2 + \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$; е) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2$.

2. Упростите выражение:

а) $\frac{a+3}{ab} - \frac{1}{b} + \frac{2}{a}$; б) $\frac{2b-3}{16b^2} - \frac{2-b}{8b} + \frac{3}{4b}$;
 в) $\frac{3}{x+2} + \frac{5}{x-2} + \frac{2x+5}{4-x^2}$; а) $\frac{n^2}{n^2-x^2} - \frac{n+x}{n-x} - \frac{x^2}{x^2-12^2}$.

3. Упростите выражение:

а) $\frac{a^2-ab+b^2}{a-b} + \frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$; б) $\frac{a^2+ab+b^2}{a+b} - \frac{a^2-ab+b^2}{a-b}$;
 в) $\frac{x+1}{2x-2} - \frac{x^2+3}{2x^2-2} + \frac{2x-3}{x+1}$; а) $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} + \frac{x}{4-x^2} + \frac{x^2+4}{2x^3-8x}$.

Вариант 2

1. Выполните сложение или вычитание:

1) а) $\frac{2}{x} + \frac{3}{a-1}$; б) $\frac{b}{a-b} - \frac{b}{a}$; в) $\frac{5}{x+y} - \frac{2}{x-y}$;
 а) $\frac{p}{p-2} + \frac{3}{p-3}$; д) $\frac{a-c}{a+c} - \frac{a+c}{a-c}$; е) $\frac{x+2}{x+1} - \frac{x+1}{x+3}$;
 2) а) $\frac{x^2}{x^2-a^2} - \frac{x}{x-a}$; б) $\frac{4}{a+b} + \frac{1}{a^2-b^2}$; в) $\frac{3}{4a-8} + \frac{5}{2a-4}$;
 а) $\frac{4}{3x+9} - \frac{1}{2x+6}$; д) $\frac{2}{m} - \frac{n}{mn-m^2}$; е) $\frac{a^2}{5a-5b} - \frac{a}{5}$;
 3) а) $ab - \frac{ab}{a+b}$; б) $2a - \frac{x+4}{x-3}$; в) $-2 - \frac{2}{y+2}$; а) $\frac{3c+1}{c-1} + c - 2$; д) $\frac{a}{c} - 2 + \frac{c}{a}$; е) $\frac{p}{k} + \frac{k}{p} + 2$.

2. Упростите выражение:

а) $\frac{x-7}{xy} - \frac{1}{y} + \frac{3}{x}$; б) $\frac{2a+1}{3a} - \frac{a-5}{2a} + \frac{a+4}{18a^2}$; в) $\frac{4}{c^2-25} - \frac{2}{c+5} - \frac{c+2}{5-c}$; а) $\frac{a}{a-x} + \frac{2a^2}{x^2-a^2} + \frac{a}{a+x}$.

3. Упростите выражение:

а) $\frac{x^2-2xy+4y^2}{x-2y} + \frac{x^2+2xy+y^2}{x+2y}$; б) $\frac{x^2-2xy+4y^2}{x-2y} - \frac{x^2+2xy+4y^2}{x+2y}$;
 в) $\frac{a-b}{a+b} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} + \frac{a+b}{a-b}$; а) $\frac{1}{2-y} - \frac{1}{2+y} - \frac{y}{4-y^2} + \frac{y^2+4}{2y^3-8y}$.

С8. Умножение и деление алгебраических дробей

Вариант 1

1. Выполните умножение или деление:

- 1) а) $\frac{a}{36} \cdot \frac{5b}{7a}$; б) $\frac{x^7}{6y^{10}} \cdot \frac{3y^9}{x^{11}}$; в) $\frac{3a^2b}{c} \cdot \frac{3c}{a^2b}$; г) $\frac{2m-n}{3p} \cdot \frac{3}{2m-k}$;
 д) $\frac{m^2-mn}{p^2+pq} \cdot \frac{p+q}{m-n}$; е) $\frac{m-n}{p+q} \cdot \frac{2p+2q}{3m-3n}$; ж) $\frac{mn-n^2}{pq+q^2} \cdot \frac{3q+3p}{n^2-mn}$;
 2) а) $\frac{5a}{3c} \cdot \frac{10}{6c}$; б) $\frac{3a^{11}}{5b^{15}} \cdot \frac{21a^{10}}{10b^{14}}$; в) $\frac{8a^2b}{c} \cdot \frac{a^2b}{8c}$; г) $\frac{5x+3y}{2c} \cdot \frac{3y+5x}{2a}$;
 д) $\frac{a^2-b^2}{x+y} \cdot \frac{a-b}{x^2-y^2}$; е) $\frac{x-y}{a+b} \cdot \frac{y-x}{b+a}$; ж) $\frac{x^2+2xy+y^2}{a^2-b^2} \cdot \frac{x+y}{a+b}$;
 3) а) $\frac{3a-5b}{2a} \cdot 3a$; б) $\frac{5b}{a^2-b^2} \cdot (a+b)$; в) $(3a-6b) \cdot \frac{a+b}{2a-4b}$;
 г) $\frac{2a^2}{3a-b} : 5a$; д) $5a : \frac{3a^2}{3a+b}$; е) $\frac{a^2-b^2}{x+3y} : (a+b)$.

2. Упростите выражение:

- а) $\frac{a}{3b} \cdot \frac{b}{a^2} \cdot \frac{2a}{b^2}$; б) $\frac{a^2}{3b} \cdot \left(\frac{b^2}{3a} \cdot \frac{b}{5a} \right)$; в) $\frac{a^2}{3b} \cdot \frac{b^2}{3a} \cdot \frac{b}{5a}$; г) $\frac{a^2}{3b} \cdot \left(\frac{b^2}{3a} \cdot \frac{b}{5a} \right)$.

3. Упростите выражение:

- а) $\frac{a^2-9b^2}{c^2+8cd+16d^2} \cdot \frac{c^2-16d^2}{3b-a}$; б) $\frac{a^2-b^2+a+b}{x^2-y^2+x-y} \cdot \frac{3a+3b}{2x-2y}$;
 в) $\frac{4a^2}{2a-b} : \frac{12a^3}{4a^2-b^2} : \frac{2a^2}{6a^2-3ab}$; г) $\frac{x^2-x}{2x+2} \cdot \frac{x^2+2x+1}{x^2+4x} \cdot \frac{3x-3}{x^2-16}$.

Вариант 2

1. Выполните умножение или деление:

- 1) а) $\frac{x}{4y} \cdot \frac{8y}{11x}$; б) $\frac{a^9}{8b^8} \cdot \frac{10b^{10}}{a^{11}}$; в) $\frac{5c^3x}{a} \cdot \frac{15a}{c^3x}$; г) $\frac{5a-c}{8p} \cdot \frac{7}{5a-c}$;
 д) $\frac{a^2-2ab}{x^2+xy} \cdot \frac{x+y}{a-2b}$; е) $\frac{a-2b}{x+c} \cdot \frac{3x+3c}{5a-10b}$; ж) $\frac{ab-2b^2}{xy+y^2} \cdot \frac{5y+5x}{2b^2-ab}$;
 2) а) $\frac{3a}{7b} \cdot \frac{6a}{35b}$; б) $\frac{7a^{16}}{b^7} \cdot \frac{21a^{16}}{b^8}$; в) $\frac{a^2b}{9c} \cdot \frac{9a^2b}{c}$; г) $\frac{8a+3b}{3p} \cdot \frac{3b+8a}{3c}$;
 д) $\frac{b^2-c^2}{a-b} \cdot \frac{k+c}{a^2-b^2}$; е) $\frac{a-2b}{m+3n} \cdot \frac{2b-a}{3n+m}$; ж) $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ap+p^2} \cdot \frac{a-b}{a-p}$;
 3) а) $\frac{5a+3x}{2x} \cdot 3x$; б) $\frac{8y}{y^2-z} \cdot (z+y)$; в) $(2y-z) \cdot \frac{5x+y}{2x^2-xy}$;
 г) $\frac{3a^2}{5b-3c} : 6a$; д) $2b : \frac{3b^2}{a+b}$; е) $\frac{m^2-4n^2}{m+n} : (m-2n)$.

2. Упростите выражение

- а) $\frac{x}{8y} \cdot \frac{3y^2}{x} \cdot \frac{4x^2}{y^2}$; б) $\frac{x}{3y^2} : \frac{y}{2x} \cdot \frac{x^2}{y^2}$; в) $\frac{x}{3y^2} : \left(\frac{y}{2x} \cdot \frac{x^2}{y^2} \right)$; г) $\frac{x}{3y^2} \cdot \left(\frac{y}{2x} \cdot \frac{x^2}{y^2} \right)$

3. Упростите выражение:

$$a) \frac{p^2 - 4c^2}{a^2 + 10ab + 25b^2} \cdot \frac{a^2 - 25b^2}{2c - p}; \quad б) \frac{3a - 3b}{4c + 4y} \cdot \frac{a^2 - b^2 + a - b}{c^2 - y^2 - c - y}$$

$$в) \frac{a^3 b^3}{a^3 - a^2 b} \cdot \frac{a^2 - b^2}{6ab^3} \cdot \frac{3a + 3b}{ab}; \quad е) \frac{y^2 + 4y + 4}{2y + 2} \cdot \frac{y^2 + y}{y^2 - 6y + 9} \cdot \frac{y^2 + 2y}{6y - 18}$$

С9. Свойства степени с рациональными показателями**Вариант 1****1. Упростите выражение:**

$$a) a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{3}{4}}; \quad 5x^{\frac{1}{3}} \cdot 5x^{-\frac{2}{5}}; \quad \frac{3}{7} a^2 \cdot b^{-\frac{5}{6}} \cdot a^{-2} \cdot b^{\frac{2}{3}}; \quad б) m^{\frac{1}{4}} : m^{\frac{1}{3}}; \quad 4n^{-\frac{2}{5}} : 8n^{\frac{3}{5}}; \quad 0,25x^{\frac{5}{8}} : 0,5x^{-\frac{4}{5}} y^{-\frac{3}{8}};$$

$$в) \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{4}}; \quad (p^{-2,5} q^{125})^{-0,4}; \quad \left(16a^{\frac{1}{2}} b^{-2}\right)^{\frac{3}{4}}; \quad е) y^{\frac{4}{5}} \sqrt[5]{y}; \quad a^{-\frac{3}{4}} \sqrt[4]{a}; \quad b^{\frac{5}{6}} \sqrt[6]{b}$$

2. Упростите выражение:

$$a) \left(\frac{32x^{-\frac{3}{4}}}{a^3 y^5}\right)^{-0,2}; \quad б) \frac{c^{\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{3}}} \cdot \frac{a^{\frac{5}{6}} \cdot c^{-\frac{1}{3}}}{b^{\frac{5}{6}}}; \quad в) \left(\frac{x^{\frac{5}{2}} \cdot y^{\frac{4}{3}}}{z^{\frac{5}{4}}}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot z^4 \cdot y^{\frac{1}{2}} \cdot z^{\frac{1}{2}};$$

$$д) \left(3x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{1}{2}}\right) \left(3x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{1}{2}}\right); \quad е) \left(2m^{-\frac{3}{4}} + 3n^{\frac{3}{4}}\right)^2; \quad ж) \left(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}\right)^3;$$

$$з) \left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{5}{6}} + a\right) \left(a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{2}}\right); \quad и) \left(z^{\frac{2}{3}} + 1\right) \left(z^{\frac{4}{9}} + z^{\frac{2}{9}} + 1\right) \left(z^{\frac{2}{9}} - 1\right).$$

3. Сократите дробь:

$$a) \frac{a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}; \quad б) \frac{36 - a^2}{a^4 + 6}$$

4. Представьте выражение в виде степени с основанием a:

$$a) \left(a^3 \cdot \sqrt[3]{a}\right)^{\frac{1}{5}}; \quad б) \sqrt[6]{a^3 \cdot \sqrt[4]{a^2 \sqrt{a}}}$$

$$\left(a^2 \cdot \sqrt[3]{a}\right)^{\frac{1}{7}}$$

5. Вычислите:

$$a) \sqrt[6]{5^7} \cdot \sqrt[4]{5^5} \cdot \sqrt[7]{5^{-2}}; \quad б) \left(\sqrt{3^3} + \frac{1}{\sqrt{3^3}}\right) : \left(\sqrt{3} + \sqrt{\frac{1}{3}}\right).$$

Вариант 2**1. Упростите выражение:**

$$a) b^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{3}{5}}; \quad 3y^{\frac{2}{5}} \cdot y^{-\frac{1}{3}}; \quad \frac{5}{6} x^{-3} \cdot y^{-\frac{1}{6}} \cdot \frac{3}{5} x^3 \cdot y^{\frac{1}{2}}; \quad б) a^{\frac{1}{5}} : a^{\frac{1}{3}}; \quad 12m^{\frac{1}{3}} : 4m^{-\frac{2}{3}}; \quad 1,25a^{\frac{2}{5}} b^{\frac{5}{7}} : 0,25a^{-\frac{3}{5}} b^{\frac{2}{7}};$$

$$в) \left(y^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{5}{4}}; \left(0,027m^{\frac{2}{3}}n^{-1}\right)^{\frac{2}{3}}; \left(81x^{\frac{1}{2}}y^{-4}\right)^{\frac{3}{4}}; з) a^{\frac{3}{4}}\sqrt[4]{a}; b^{\frac{3}{5}}\cdot\sqrt{b}; y^{\frac{5}{4}}:\sqrt[4]{y}.$$

2. Упростите выражение:

$$а) \left(\frac{a^3b^{15}}{0,01p^{\frac{1}{5}}q^{-2}}\right)^{-\frac{2}{3}}; б) \left(\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{3}{4}}b^{\frac{5}{6}}}\cdot\sqrt[4]{a^{-3}\cdot b^{-5}}\right)^{\frac{2}{7}};$$

$$в) \left(\left(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}(a^2b^3)^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^6; з) \left(p^{\frac{1}{3}}-2q^{\frac{1}{4}}\right)\left(p^{\frac{1}{3}}+2q^{\frac{1}{4}}\right);$$

$$д) \left(x^{\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}x^{\frac{1}{6}}\right)^2; е) \left(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}\right)^3; ж) \left(b^{\frac{4}{3}}+b^{\frac{4}{3}}+1\right)\left(b^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}\right);$$

$$з) \left(x^{\frac{1}{6}}+y^{\frac{1}{6}}\right)\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{6}}+y^{\frac{1}{3}}\right).$$

3. Сократите дробь:

$$а) \frac{m^{\frac{3}{2}}+n^{\frac{3}{2}}}{m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}}; б) \frac{16-x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}+4}.$$

4. Представьте выражение в виде степени с основанием m .

$$а) \frac{(m^2\cdot\sqrt[5]{m^2})^{\frac{1}{3}}}{(m^3\cdot\sqrt[5]{m})^{\frac{1}{4}}}; б) \sqrt[5]{m^3\cdot\sqrt[3]{m^2}\cdot\sqrt{m}}.$$

5. Вычислите:

$$а) \sqrt[8]{6\cdot\sqrt[7]{3^5}\cdot\sqrt[7]{3^{-2}}}; б) \left(\sqrt{5^3}+\frac{1}{\sqrt{5^3}}\right):\left(\sqrt{5}+\sqrt{\frac{1}{5}}\right).$$

С10. Преобразование выражений

Вариант 1

1. Упростите выражение:

$$\begin{aligned}
 & \text{a) } \left(\frac{x-y}{y-x}\right) \cdot \frac{5xy}{x-y}; \quad \text{б) } \left(\frac{3a+7b}{5a} + \frac{8a-3b}{5b}\right) : \frac{10ab}{7b^2+8a^2}; \\
 & \text{в) } \left(\frac{2y}{y+b} - \frac{b-y}{y}\right) : \frac{b^2+y^2}{b+y}; \quad \text{г) } \left(\frac{p}{p-2} + 1\right) : \left(p + \frac{p^2}{2-p}\right); \\
 & \text{д) } \left(\frac{1}{2a+1} - \frac{3}{8a^3+1} + \frac{3}{4a^2-2a+1}\right) \left(2a - \frac{4a-1}{2a+1}\right).
 \end{aligned}$$

2. Упростите выражение:

$$\text{а) } \left(\left(\frac{b}{a^{-1}}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{ab}{a+\sqrt{ab}}\right) : \frac{a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{b} - ab}{a-b}; \quad \text{б) } \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{a^2} + b^{\frac{1}{2}}\right)^{-2}} - \frac{a^{\frac{3}{2}} - b\sqrt{b}}{a^2 - b^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot \left(\frac{b}{a^{-1}}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

3. Вычислите:

$$\left(9^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{4}} - \left(25^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{10}} + \left(\left(\frac{2}{7}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{6}{7}}\right)^0 : 36^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Вариант 2

1. Упростите выражение:

$$\begin{aligned}
 & \text{а) } \left(\frac{a-b}{b-a}\right) \cdot \frac{3ab}{a+b}; \quad \text{б) } \left(\frac{7a-3b}{2a} + \frac{2a-7b}{2b}\right) \cdot \frac{4ab}{2a^2-3b^2}; \quad \text{в) } \left(1 + \frac{a}{b}\right) : \left(1 - \frac{a}{b}\right); \\
 & \text{г) } \left(1 - \frac{a+3b}{2a}\right) \cdot \frac{1}{a+3b} + \frac{1}{a-3b}; \quad \text{д) } \left(\frac{8a^2+2a}{8a^3-1} - \frac{2a+1}{4a^2+2a+1}\right) \left(1 + \frac{2a+1}{2a} - \frac{4a^2+10a}{4a^2+2a}\right).
 \end{aligned}$$

2. Упростите выражение:

$$\text{а) } \frac{a^{\frac{1}{2}} + ab^{-1}}{a^{\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} : \frac{a}{\sqrt[3]{b}}; \quad \text{б) } \left(\frac{\sqrt[4]{ab^3} - \sqrt[4]{a^3b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{1 + \sqrt{ab}}{\sqrt[4]{ab}}\right)^{-2} \cdot \sqrt{1 + 2\sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{a}{b}}.$$

3. Вычислите:

$$\left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{10}} : \left(\frac{25}{36}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{5}} \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{-3}.$$

Раздел 2. Решение рациональных уравнений

C11. Решение линейных уравнений

Вариант 1

1. Решите уравнение:

- 1) а) $(3x+5)+(8x-1)=17$; б) $x^2-5(3x-1)=9$; в) $(3-5,8)-(2,2+3)=16$;
г) $21=-20-8(2x-0,5)$;
- 2) а) $30+5(3x-1)=35x-25$; б) $10x-5=6(8x+3)-5x$;
в) $-10(3-4x)+51=7(5x+3)$; г) $6x-5(3x+2)=5(x-1)-8$;
- 3) а) $6(8x+5)=0$; б) $6(8x+5)=-6$; в) $-8(2x-0,5)=0$; г) $-8(2x-5)=-8$.

2. Решите уравнение:

- а) $3(1-2x)-5(3-x)-6(3x-4)=83$; б) $23-3(b+1)+5(6b-7)-7(3b-1)=0$;
в) $x(2x+3)-5(x^2-3x)=3x(7-x)$; г) $2m+m(3-(m+1))=m(2-m)+12$;
д) $7+3(-k-3(k+5))=5(7-2k)+k$.

3. Решите уравнение:

- 1) а) $\frac{2x+1}{5}=1$; б) $\frac{3x-8}{2}=-1$; в) $\frac{11-3x}{4}=\frac{1}{2}$; г) $\frac{3x+7}{5}=\frac{6x+4}{5}$;
- д) $\frac{7x-3}{6}=\frac{5x+1}{2}$; е) $\frac{2x-1}{6}=\frac{6-x}{8}$;
- 2) а) $\frac{2x+3}{3}+\frac{4x-3}{3}=1$; б) $\frac{x}{4}-\frac{x-3}{5}=-1$; в) $x-\frac{10x+1}{6}=\frac{4x+1}{6}$;
- г) $\frac{2x+1}{5}+\frac{3x+1}{7}=2$; д) $\frac{x}{5}+\frac{x+2}{15}=\frac{1}{3}$; е) $\frac{8x-3}{7}-\frac{3x+1}{10}=2$.

4. Решите уравнение:

- а) $\frac{2x-3}{3}+\frac{7x-13}{6}+\frac{5-2x}{2}=x-1$; б) $\frac{x-2}{5}+\frac{2x-5}{4}+\frac{4x-1}{20}=4-x$;
- в) $x^2-3x-1-\frac{2x^2+3x-5}{2}=1,5$.

5. При каких значениях параметров а и b уравнение не имеет корней:

- а) $(3a-7)x=1-5b$; б) $(8a+1)x=b^2+3$?

Вариант 2

1. Решите уравнения:

- 1) а) $(2x-7)+(6x+1)=18$; б) $24-2(5x+4)=6$;
- в) $(4-8,2x)-(3,8+1)=5$; г) $12=-6+6(3x-1,5)$;
- 2) а) $20+4(2x-5)=14x+12$; б) $15x-1=3(7x-1)-2$;
в) $-8(11-2x)+40=3(5x-4)$; г) $2x-12(3-x)=1+3(x+2)$;
- 3) а) $-5(2-7x)=0$; б) $-5(2-7x)=5$; в) $8(5x-1)=0$; г) $8(5x-1)=8$.

2. Решите уравнения:

а) $4(2-3x)+7(6x+1)-9(9x+4)=30$; б) $17-2(x+3)+5(x-7)-3(2x+1)=-28$;

в) $x(4x+11)-7(x^2-5x)=-3x(x+3)$; г) $n(12-n)-5=4n-n(10+(n-3))$;

д) $16+5(-c-2(c-4))=12(3-2c)-1$.

3. Решите уравнения:

а) $\frac{1-4x}{5}=1$; б) $\frac{3x-10}{2}=-1$; в) $\frac{x+3}{10}=\frac{1}{5}$;

г) $\frac{8x+3}{7}=\frac{10x-1}{7}$; д) $\frac{x+2}{5}=\frac{3x-5}{4}$; е) $\frac{7-x}{6}=\frac{19x-11}{8}$;

а) $\frac{5x-9}{4}+\frac{5x-7}{4}=1$; б) $\frac{x}{7}-\frac{3x-1}{14}=2$; в) $2x-\frac{2x+3}{3}=\frac{x-6}{3}$;

г) $\frac{2x-3}{9}+\frac{x-1}{5}=2$; д) $\frac{2-x}{5}-\frac{x}{15}=\frac{1}{3}$; е) $\frac{x+14}{5}-\frac{6x+1}{7}=1$.

4. Решите уравнения:

а) $\frac{5x-4}{3}+\frac{3x-2}{6}+\frac{2x-1}{2}=3x-2$; б) $\frac{2x-3}{5}+\frac{x-1}{4}+\frac{5x+1}{20}=3-x$;

в) $x^2-5x+3-\frac{3x^2-5x-7}{3}=\frac{1}{3}$.

5. При каких значениях параметров k и m уравнение имеет бесконечно много решений:

а) $(-7+2k)x=x+3m$; б) $(k+13)x=3+m^2$?

С12. Решение квадратных уравнений и уравнений, сводящихся к ним

Вариант 1

1. Решите уравнения:

а) $(x-2)(x+3)=24$; б) $x^2+3\sqrt{2}x+4=0$; в) $\frac{x^2-3x}{5}=\frac{10+x}{2}-\frac{3x^2-8x}{14}$;

г) $\frac{(x+3)(x+7)}{2}+6x=\frac{-2x+8}{5}-\frac{(5x+3)^2}{2}$; д) $\frac{2x^2-x-1}{4x+4x+1}=0$;

е) $\frac{2x^2-x-1}{x^2+x-2}=1$; ж) $\frac{5}{2x+3}+\frac{3-2x}{x+2}=10$; з) $\frac{x}{x-4}-\frac{1}{x+1}=\frac{2-x}{x+1}+\frac{3}{x-4}$;

и) $x^2-x+\frac{3}{x-2}=2-\frac{3}{2-x}$; к) $\frac{4x-6}{x+2}-\frac{x}{x+1}=\frac{9}{x^2+3x+2}$.

2. Решите уравнения:

а) $(x-1)\left(2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}\right)=0$; б) $\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{2}{(x+1)^2}=\frac{1}{x^2-1}$; в) $\frac{x^2-4x-8}{5x-x^2}=\frac{x^2-3x-7}{x(x-5)}$;

г) $\frac{1}{x^2+2x+4}+\frac{1}{x-2}=\frac{x^2-2x+4}{x^3-8}$; д) $x^3-3x^2-4x+12=0$; е) $(x^2-2x)^2-(3x-6)^2=0$;

$$ж) (1-2x)(4x^2+2x+1) = (2-2x)(4+4x)(x+2); \quad з) \left(\frac{x^2}{x+2}\right)^2 - 1 = 0;$$

$$и) 4(x^2-x)^2 + 9(x^2-x) = -2; \quad к) (x^2+x-3)^2 - 12x^2 - 12x + 63 = 0.$$

3. Решите уравнения:

$$а) 2\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^2 - 7\frac{x+3}{x-1} + 5 = 0; \quad б) \frac{x^2-2x-6}{x} - \frac{3x}{x^2-2x-6} - 2 = 0;$$

$$в) \frac{x^2-x-6}{x} - \frac{8x}{x^2-x-6} = 2; \quad г) (x^2+4x)(x+2)^2 + 3 = 0; \quad д) x(x+1)(x+2)(x+3) = 24;$$

$$е) y^4 - 5y^2 + 4 = 0; \quad ж) y^4 - 10y^2 + 9 = 0; \quad з) 4\left(2x - \frac{1}{6}\right)^4 + 7\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 - 2 = 0;$$

$$и) (x^2-2x-8)\sqrt{3-2x-x^2} = 0; \quad к) x^2 + 6(\sqrt{x-12})^2 - 5 = 0.$$

4. Решите уравнения:

$$а) 9\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 14; \quad б) \frac{8x}{9x^2+x+2} - \frac{48x}{9x^2-3x+2} = 3;$$

$$в) (y+5y+4)^2 - 6x(y^2+5y+4) + 10x^2 = 0; \quad г) \frac{x+4}{x-1} + \frac{x-4}{x+1} - \frac{x+8}{x-2} - \frac{x-8}{x+2} = -\frac{8}{3};$$

$$д) \frac{x^2+2x+2}{x+1} + \frac{x^2+8x+20}{x+4} = \frac{x^2+4x+6}{x+2} + \frac{x^2+6x+12}{x+3};$$

$$е) (2x^2-3x+1)(2x^2+5x+1) = 9x^2; \quad ж) (x+3)^4 + (x+5)^4 = 16;$$

$$з) 2(x^2+x+1)^2 - 7(x-1)^2 = 13(x^3-1);$$

$$и) решите уравнение $ax^3 + 2x^2 - 5x + 6 = 0$, если известно, что один из корней равен -2 .$$

Вариант 2

1. Решите уравнения:

$$а) x^2 + 3x - 5 - \sqrt{7} = 0; \quad б) \frac{3x^2 - 14x + 11}{14} = \frac{1+x}{2} - \frac{x^2+x+3}{5};$$

$$в) \frac{(x-7)^2}{2} - \frac{x^2-5x}{3} = 6 + \frac{(5x+11)^2}{4};$$

$$г) \frac{2x^2+x-1}{4x^2-4x+1} = 0; \quad д) \frac{3x^2-2x-1}{x^2+2x-3} = 1; \quad е) \frac{x-3}{x} + \frac{x+3}{x+4} = 3; \quad ж) \frac{2}{2x-1} + \frac{3}{x-3} = \frac{x+1}{x-3} + \frac{x}{2x-1};$$

$$з) x^2 + x - \frac{2}{x-1} = 2 + \frac{2}{1-x}; \quad и) \frac{x}{x-1} + \frac{x+1}{x+3} = \frac{1}{(x-1)(x+3)}; \quad к) (x-3)(x+2) = 14.$$

2. Решите уравнения:

$$a) x \cdot \left(1 + \frac{5}{x-2} + \frac{1}{(x+1)(x-2)} \right) = 0; \quad б) \frac{1}{(x-2)^2} - \frac{2}{(x+2)^2} = \frac{1}{x^2-4};$$

$$в) \frac{x^2+2x-4}{x^2-3x} = \frac{2x^2+7x-50}{x(3-x)};$$

$$г) \frac{x^2+3x+9}{x^3+27} - \frac{1}{x+3} = \frac{2}{x^2-3x+9}; \quad д) x^3+2x^2-9x-18=0; \quad е) (x^2+3x)^2 - (2x+6)^2=0;$$

$$ж) (8x-16)(x^2-1) = (2x+1)(4x^2-2x+1); \quad з) \left(\frac{5x-2}{2x^2} \right)^2 = \frac{5x-2}{2x^2};$$

$$и) (2x^2-x+1)^2 - 2(2x^2-x+1) = -1; \quad к) (x^2-x-4)^2 - 10x^2+10x+56=0.$$

3. Решите уравнения:

$$a) 5 \cdot \left(\frac{x+2}{1-x} \right)^2 + 2 \frac{x+2}{1-x} = 3; \quad б) \frac{x^2+2x-6}{x} - \frac{3x}{x^2+2x-6} + 2 = 0; \quad в) \frac{x^2-3x-6}{x} - \frac{8x}{x^2-3x-6} = -2;$$

$$г) (x^2-2x)(x-1)^2 = 12;$$

$$д) x(x-1)(x-2)(x-3) = 120; \quad е) y^4 - 3y^2 - 4 = 0; \quad ж) y^4 - 8y^2 - 9 = 0;$$

$$з) 9 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{6} \right)^4 + 14 \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{6} \right)^2 - 8 = 0; \quad и) (x^2+2x-8)\sqrt{3+2x-x^2} = 0;$$

$$к) x^2 - 10(\sqrt{x+11})^2 - 6 = 0.$$

4. Решите уравнения:

$$a) x^2 + \frac{16}{x^2} - 5x + \frac{20}{x} = 2; \quad б) \frac{2}{4x^2-3x-6} - \frac{1}{4x^2-x-6} = \frac{3}{4x};$$

$$в) (x^2+3x-2)(x^2+3x-2+4y)+5y^2=0; \quad г) \frac{x-1}{x+1} - \frac{x-2}{x+2} = \frac{x-3}{x+3} - \frac{x-4}{x+4}$$

$$д) 20 \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^2 - 5 \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^2 + 48 \frac{x^2-4}{x^2-1} = 0; \quad е) (x+2)(x+3)(x+8)(x+12) = 4x^2;$$

$$ж) (x-2)^6 + (x-4)^6 = 64; \quad з) 3(x+2)^2 + 2(x^2+2x+4)^2 = 5(x^3+8);$$

$$и) решите уравнение $ax^3 - x^2 - 8x + 12 = 0$, если известно, что один из корней равен 2.$$

Раздел 3. Линейная функция. Квадратичная функция. Степенная функция

С13. Линейная функция

Вариант 1

1. Постройте прямые и укажите координаты их точки пересечения:

а) $2x - y = 4$ и $x + y = 2$; б) $x + y = 4$ и $x - y = 2$;

в) $3x + y = 3$ и $x - y = 1$; г) $2x - 3y = 6$ и $x - y = 0$.

2. Решите с помощью графиков систему уравнений:

а) $\begin{cases} y = x, \\ y = 2 - x; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = 2x, \\ y = 6 - x; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + y = 0, \\ x + 2y = 2; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x - y = -1, \\ x + y = -2. \end{cases}$

3. Подберите, если возможно, такое значение k , при котором данная система имеет единственное решение; не имеет решений; имеет бесконечно много решений:

а) $\begin{cases} y = 3x - 5, \\ y = kx + 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2y = 3x - 2, \\ y = 1,5x + k; \end{cases}$ в) $\begin{cases} kx + 2y = 1, \\ 6x + 4y = 2. \end{cases}$

4. Решите систему уравнений способом подстановки:

а) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 3x + y = 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - y = 0, \\ x - 3y = 6; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y - x = -3, \\ 2x + y = 9; \end{cases}$ г) $\begin{cases} -2x + y = 3, \\ 3x - y = -1. \end{cases}$

5. Решите способом сложения систему уравнений:

а) $\begin{cases} u + v = 4, \\ 3u - 5v = 20; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 2x + 7y = 11; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4m - 5n = 1, \\ 2m - 3n = 2; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2k - 3d = -1, \\ 3k + 4d = 24. \end{cases}$

6. Дана функция:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \leq 2, \\ 3x + 5 & x > 2. \end{cases}$$

а) Какова область определения данной функции?

б) Найдите $f(-2)$, $f(0)$, $f(1,5)$, $f(4)$.

в) При каких значениях x верно равенство: $f(x) = 2$; $f(x) = 3$; $f(x) = 6$?

г) Постройте график функции.

7. Постройте график функции:

а) $y = 3 \cdot \frac{x}{|x|}$; б) $y = 2 + 2 \frac{|x|}{x}$; в) $y = \frac{|x - 4|}{4 - 2x}$; г) $y = 2|x| + |2x - 1|$.

Вариант 2

1. Постройте прямые и укажите координаты их точки пересечения:

а) $2x + y = 4$ и $y = -6$; б) $x + y = 6$ и $x = -3$;

в) $3x - y = 3$ и $x + y = 5$; г) $2x + 3y = 6$ и $x + y = 0$.

2. Решите с помощью графиков систему уравнений:

а) $\begin{cases} y = -x, \\ y = x + 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = x - 1, \\ y = -x + 3; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - y = 0, \\ x - 2y = 2; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 2y = 0. \end{cases}$

3. Подберите, если возможно, такое значение m , при котором данная система имеет единственное решение; не имеет решений; имеет бесконечно много решений:

а) $\begin{cases} y = 3x - 1, \\ y = mx + 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = 0,5x + m, \\ 4y = 6x - 5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} mx - 3y = 0, \\ 2x - y = 2. \end{cases}$

4. Решите систему уравнений способом подстановки:

$$а) \begin{cases} 3x + 2y = 7, \\ x - 2y = -3; \end{cases} \quad б) \begin{cases} m - 3k = 0, \\ 2m - 3k = 10; \end{cases} \quad в) \begin{cases} 3a - 5b = 14, \\ 2a + b = 10; \end{cases} \quad г) \begin{cases} c - 2p = 3, \\ 2c - 3p = 9. \end{cases}$$

5. Решите способом сложения систему уравнений:

$$а) \begin{cases} x - y = 3, \\ x + y = 5; \end{cases} \quad б) \begin{cases} u - v = -10, \\ 2u + 3v = 15; \end{cases} \quad в) \begin{cases} 3a + 2b = 1, \\ 2a + 5b = 8; \end{cases} \quad г) \begin{cases} 3x - 2y = u, \\ 5x - 3y = 19. \end{cases}$$

6. Дана функция:

$$f(x) = \begin{cases} -2x \text{ если } x < 2, \\ 3, \text{ если } x \geq 2. \end{cases}$$

а) Какова область определения данной функции?

б) Найдите $f(-0,5)$, $f(1)$, $f(3)$, $f(0)$.

в) При каких значениях x верно равенство: (пропущена строка)?

г) Постройте график функции.

7. Постройте график функции:

$$а) y = 2 + \frac{3|x+1|}{x+1}; \quad в) y = \frac{|4x+3|}{3-4x}; \quad г) y = 2|x-1| - |3x+1| + 1. \quad (\text{пропущен пункт б})$$

С14. Квадратичная функция

Вариант 1

1. Постройте график функции:

$$а) y = -x^2 + 1; \quad б) y = x^2 - 2x - 3; \quad в) y = (x+2)^2 - 1; \quad г) y = x^2; \quad д) y = x^2 + 4|x| + 3; \\ е) y = |x+1|(x-1).$$

2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции:

$$а) y = x^2 - 4x + 3; \quad б) y = x^2 - 4|x| + 3.$$

3. Постройте график функции, если известно, что её наименьшее значение равно 1:

$$y = x^2 - 6x + e.$$

4. Найдите коэффициенты a, b, c квадратного трехчлена $f(x) = ax^2 + bx + c$, если он при $x = 1$ принимает наибольшее значение, равное 3, а $f(0) = 0$.

5. При каких значениях параметров b и c вершина параболы $y = 4x^2 + bx + c$ находится в точке $M(2; 3)$?

6. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству:

$$\sqrt{y + 2x^2 - 3} = x.$$

7. Найдите значения параметра t , при котором одну общую точку с осью OX имеет график функции:

$$y = x^2 + 2x + t + 21.$$

8. При каких значениях параметра m четной является функция:

$$y = -18x^2 - (m^2 - 4m + 3)x + m + 1 \quad ?$$

Вариант 2

1. Постройте график функции:

а) $y = x^2 + 2$; б) $y = -x^2 - 4x - 3$; в) $y = (x - 2)^2 + 3$; г) $x = 4y^2$; д) $y = |x^2 + 4x + 3|$;

е) $y = |x|(x - 1)$.

2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции:

а) $y = x^2 - 4x + 3$; б) $|y| = x^2 - 4x + 3$.

3. Постройте график функции, если известно, что её наименьшее значение равно 2:

$$y = -x^2 + 4x + e$$

4. Квадратичная функция $f(x) = -x^2 + bx + c$, принимает при $x = 1$ наибольшее значение, равное -4, найдите $f(-1)$.

5. Восстановите квадратичную функцию по координатам вершины параболы $A(2; 4)$ и координатам точки $B(3; 6)$, принадлежащей графику функции.

6. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству:

$$\sqrt{2x^2 + y + 1} = x.$$

7. Найдите значения параметра t , при которых одну общую точку с осью Ox имеет график функции:

$$y = tx^2 + 2x + 2x + 1.$$

8. При каких значениях параметра m четной является функция:

$$y = 5x^2 + (m^2 + 2m - 8)x - m^2 + 3 \quad ?$$

С15. Иррациональные уравнения

Вариант 1

1. Объясните, почему уравнение не имеет корней:

а) $\sqrt{2x - 3} + \sqrt{x + 5} = -7$; б) $2\sqrt{7x - 1} + \sqrt{3x - 1} = 0$; в) $\sqrt{x - 10} - \sqrt{x - 1} = x^4$;

г) $\sqrt{7 - x} + \sqrt{2x + 1} + 15 = 0$.

2. Равносильны ли уравнения:

а) $\sqrt{5 - x} = 2$ и $5 - x = 4$; б) $\sqrt{x - 4} = x$ и $x - 4 = x^2$;

в) $\sqrt{1 + 2x} = x + 3$ и $1 + 2x = (x + 3)^2 \quad ?$

3. Решите уравнение методом возведения его обеих частей в квадрат, если нужно, сделайте проверку:

$\sqrt{x + 3} = 2$; б) $\sqrt{2x - 5} = \sqrt{x + 7}$; в) $\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2 - 1$.

4. Решите уравнение, используя введение новой переменной:

а) $3x^2 + 5x - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} - 1 = 0$; б) $\sqrt{\frac{x}{x^2 + 3}} + \sqrt{\frac{x^2 + 3}{x}} = \frac{5}{2}$;

в) $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x-1} = \sqrt[6]{x^2-1}$; г) $\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{x+1} = \sqrt[3]{3x+1}$.

5. Решите уравнение:

а) $\sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 12x + 36} = 8$; б) $\sqrt{x+7} + \sqrt{x-2} = 9$;

в) $\sqrt{x+1} + \sqrt{4x+13} = \sqrt{3x+12}$; г) $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt[3]{x+1} = \sqrt[3]{3}$.

Вариант 2

1. Объясните, почему уравнение не имеет корней:

а) $\sqrt{3x+5} + \sqrt{x-6} = -2$; б) $\sqrt{4x+1} + 3\sqrt{x+1} = 0$; в) $\sqrt{x-15} - \sqrt{x-6} = x^2$;

г) $\sqrt{2x-3} + \sqrt{6-x} + 7 = 0$.

2. Равносильны ли уравнения:

а) $\sqrt{1-x} = 2$ и $1-x = 4$; б) $\sqrt{x-3} = x$ и $x-3 = x^2$;

в) $\sqrt{3x+5} = 4+x$ и $3x+5 = (4+x)^2$?

3. Решите уравнение методом возведения его обеих частей в квадрат, если нужно, сделайте проверку:

а) $\sqrt{x+5} = 1$; б) $\sqrt{3x-4} = \sqrt{x+3}$; в) $\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2x - 1$.

4. Решите уравнение, используя введение новой переменной:

а) $2x^2 + 3x - \sqrt{2x^2 + 3x + 9} + 3 = 0$; б) $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} = \frac{3}{2}$;

в) $\sqrt[3]{(x+1)^2} + 3\sqrt[3]{(x-1)^2} = 4\sqrt[3]{x^2-1}$; г) $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x+1} = x\sqrt[3]{2}$.

5. Решите уравнение:

а) $\sqrt{x-5} + \sqrt{10-x} = 3$; б) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{25 - 10x + x^2} = 3$;

в) $\sqrt{5x+7} - \sqrt{2x+3} = \sqrt{3x+4}$; г) $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{7-x} = 2$.

С16. Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля

Вариант 1

1. Решите уравнения:

а) $-|5x - x^2 - 6| = 5x - x^2 - 6$; б) $|6x - x^2 - 7| = x - 1$; в) $|x^2 - 3| - |x|x + 1| = 1$

г) $|2 - |1 - |x|| = 1$; д) $|x| + |1 - x| - 1 = 0$; е) $|x+1| + |4-2x| - |x+3| + 6 = 2x$;

ж) $|3-x| = -|y-2x|$; з) $\frac{|x-4x|+5}{|x|^2+|5-x|} = 1$; и) $|1-2x| = \sqrt{16-16x} - 3$;

к) $|3-x| + |2+x| = 3 + |4-x|$; л) $4(|x+1|-2)^{-1} = |1+x|$.

а) $\begin{cases} x+u, 5y = 3, 5, \\ |y-x| = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5-|2x+3y| = u, \\ |3y-2x|-1 = 0. \end{cases}$

2. Решите системы уравнений:

3. Найдите квадрат разности корней уравнения: $2x^2 + \sqrt{(-2x)^2} - 6 = 0$.

4. Найдите среднее арифметическое корней уравнения:

$$\sqrt[3]{|x+1|^3} = \sqrt[6]{|x+1|^2}.$$

5. Укажите наибольшее целое решение уравнения: $\left| \frac{(-x)^y}{x^2-1} \right| - \frac{x^3}{1-x^2} = 0$.

Вариант 2

1. Решите уравнения:

а) $|5x+2| = 3-3x$; б) $|x| + |x-6| = 6$; в) $|x^2-6| = |x^2-2|$ з) $x^2 - |x| - 6 = 0$;

д) $|x^2-9| + |x^2-4| = 5$; е) $||x+1| - |x-3|| = |x|$; ж) $||6x+4| - 10x| = 12$; з) $|6-x| = -|y-3x|$;

и) $||2x-3| + 5| + 5 = 7x$; к) $|2x+3| = 1+x+x^2$; л) $|x-1| - |x| + |2x+3| = 2x+4$.

2. Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} |1-x| + 2|-y| = 3, \\ 3,5x + 2,5y = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y - 1 = x, \\ ||y| = 1 + x. \end{cases}$

3. Найдите сумму корней уравнения: $\sqrt{5(x-2)^2} = \sqrt{(x-5)^2}$.

$$\frac{\sqrt{3x+6}}{|-x|} + \frac{\sqrt{3|x|}}{\sqrt{x+2}} = 4.$$

4. Найдите рациональные корни уравнения:

5. Укажите наибольшее целое решение уравнения: $||x|-1| = \sqrt{|x-1|}$.

Раздел 4. Неравенства и системы неравенств

С17. Рациональные неравенства

Вариант 1

1. Решите неравенства:

а) $x(x-1)(x+2) > 0$; б) $\frac{x^2(1-x)}{(x+2)^5} \leq 0$; в) $(x+1)(x-3)(2-x)^2 < 0$; з) $x^4 + 3x^2 > 4x$;

д) $a^4 + a^3 < a + 1$; е) $\frac{3x^2 - 10x + 3}{x^2 - 10x + 25} \geq 0$; ж) $\frac{1}{x+2} < \frac{3}{x-3}$; з) $\frac{x^2 - 2x - 3}{4x - 11} \geq 1$;

и) $\frac{1}{2-x} + \frac{5}{2+x} < 1$; к) $x^2(x^4 + 36) < 6\sqrt{3}(x^4 + 4)$.

2. Решите систему неравенств: $x-4 \leq 0, 2x^2 \leq 1,6x$.

3. Вычислите длину отрезка, на котором выполняется неравенство: $x^2 \leq 6+x$.

$$f(x) = \sqrt{9 - \left(\frac{4x-22}{5-x} \right)^2}.$$

4. Найдите область определения функции:

Вариант 2

1. Решите неравенства:

а) $x^3(x-1)^2(x+2)^4 \geq 0$; б) $\frac{(x+2)^4}{x^2(1-x)} \leq 0$; в) $(2x+1)(x-4)(5-x)^4 < 0$; г) $x^6 > 9x^3 - 8$;

д) $m^3 + m^2 > m + 1$; е) $\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x + 8} \leq 0$; ж) $\frac{4-x}{x-5} > \frac{1}{1-x}$; з) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2} \geq 1$;

и) $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2 - x + 1} \geq \frac{2x-1}{x^3+1}$; к) $(x^2 + 4x + 10)^2 < 7(x^2 + 4x + 11) - 7$.

$$\frac{5x-7}{x-5} - 4 < \frac{x}{5-x} + \frac{3x}{x^2-25} < 0.$$

2. Решите систему неравенств:

3. Укажите все целые значения x , для которых не выполняется неравенство:

$$1 < \frac{1-3x}{-2x-1} < 2.$$

С18. Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля

Вариант 1

1. Решите неравенства:

а) $|x(x-4)| - 5 < 0$; б) $|8-x^2+2x| > 2x$; в) $|1-x| - |x| \geq 0$; г) $|x|^2 - |x| < 0,25$;

д) $|x-1| + |2-x| > 3+x$; е) $\frac{1}{1-|x+3|} \leq \frac{1}{3}$; ж) $\frac{1,5|x|-7}{3-x} \geq 2$; з) $\frac{|-x-2|-|x|}{\sqrt{4-x^3}} > 0$;

и) $|1-x|-1+|2x+3| > |x|+(2x+3)$.

$$\begin{cases} ||-x|^2 + 5x| < 6, \\ |x+1|-1 \leq 0. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств:

$$\frac{|x-2|-|x+4|}{|2-x|-|x|} \leq 0.$$

3. Найдите число целых решений неравенства:

Вариант 2

1. Решите неравенства:

а) $|x^2-6|-2 \leq 0$; б) $\left| \frac{x+2}{3-x} \right| - 2 > 0$; в) $|5-x|-3|x| < 0$; г) $|x|^2 - 4|x| > -3$;

д) $|x+3|+|3-x| \leq 1-x$; е) $\frac{1}{2+|x-2|} \geq 1$; ж) $\frac{|x|^2-5x+6}{-|x|-7} > 0$; з) $\frac{|x-3|}{x^2-5x+6} > 2$;

и) $|x-1|-|x-2|-|x+2|-|x| > -|x+1|-3$.

$$\begin{cases} |x(x-4)| < 5, \\ |x+1|-3 < 0. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств:

3. Найдите длину интервала, который образуют все решения неравенства:

$$\frac{|3-x|+x^2-5x+6}{x^2-5x+6} > 3.$$

C19. Иррациональные неравенства

Вариант 1

1. Решите неравенства:

а) $\sqrt{x} \geq 2$; б) $\sqrt{x} < 2$; в) $\sqrt{x^2} > 2$; г) $\sqrt{x^2+3x} > 2$; д) $\sqrt{x^2-7x} \geq -2$; е) $\sqrt{3x-1} < 2$
 ж) $\sqrt{3x-1} < \sqrt{x}$; з) $\sqrt{x+2} \geq x+1$; и) $\sqrt{3x-x^2} + x < 4$; к) $(1-x)\sqrt{x^2-x-20} \leq 0$.

2. Найдите наибольшее целое решение неравенства: $\sqrt[4]{x^2-2x+1} \cdot \sqrt[3]{x+3} \leq 0$.

3. Найдите координату середины отрезка, на котором выполняется неравенство:

$$1,5\sqrt[6]{x+1}-1 \geq -0,5\sqrt[3]{x-1}.$$

4. Найдите наибольшее значение x , при котором верно неравенство: $1+x \leq 2,5\sqrt{x}$.

Вариант 2

1. Решите неравенства:

а) $\sqrt{x} \geq 3$; б) $\sqrt{x} < 3$; в) $\sqrt{x^2} \geq 3$; г) $\sqrt{x^2-5x} > \sqrt{6}$; д) $\sqrt{x^2-4} \geq -3$; е) $\sqrt{5x-2} < 7$;
 ж) $\sqrt{2x+1} < \sqrt{x+2}$; з) $\sqrt{x+6} > 3x$; и) $\sqrt{x^2+4x} \geq x$; к) $(6-x)\sqrt{x^2-5x+6} \leq 0$.

2. Найдите количество целых решений неравенства: $\sqrt[3]{x^2-4} \cdot \sqrt{x+8} < 0$.

3. Найдите длину отрезка, на котором выполняется неравенство: $-\sqrt[4]{x}-\sqrt{x}+6 \geq 0$.

x , при котором справедливо неравенство:

4. Найдите наименьшее значение

$$\frac{3-x}{2} \leq \frac{(\sqrt{x-5})^2}{6-x}.$$

C20. Системы неравенств

Вариант 1

1. Решите системы неравенств:

а) $\begin{cases} 3-2x \geq 0, \\ 4x+8 < 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x+3 \leq 2x+1, \\ 3x-2 \leq 4x+2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} \frac{3-2x}{15} \leq \frac{x-2}{3} + \frac{x}{5}, \\ \frac{1-3x}{12} \geq \frac{5x-1}{3} - \frac{7x}{4}; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x^2-144 > 0, \\ x-3 < 0; \end{cases}$
 д) $\begin{cases} x^2+4x-5 \geq 0, \\ x^2-2x-8 < 0; \end{cases}$ е) $1 \leq \frac{x+1}{2-x} < 3$; ж) $\begin{cases} |x| \geq 1, \\ |x-1| < 3; \end{cases}$ з) $\begin{cases} x^2-5x-6 < 0, \\ x^2-3x > 0; \end{cases}$

2. Найдите сумму наибольшего и наименьшего решений: $\begin{cases} \frac{2x-14}{x^2-x-12} \leq 1, \\ 1,5 < x < 2,5. \end{cases}$
3. Найдите область определения функции: $y = \sqrt{(64-x^2)|x-10|} + \sqrt{x+12}$.

Вариант 2

1. Решите системы неравенств:

а) $\begin{cases} 2x+4 \leq 0, \\ 4-3x > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x+2 \geq 5x+3, \\ 2-3x < 7-2x; \end{cases}$ в) $\begin{cases} \frac{5x+7}{6} - \frac{3x}{4} < \frac{11x-7}{12}, \\ \frac{1-3x}{2} - \frac{1-4x}{3} \geq \frac{x}{6} - 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x^2+5x < 0, \\ x+7 > 0; \end{cases}$

д) $\begin{cases} (x^2+1)(x^2+3)(x^2-2) \geq 0, \\ x < 3; \end{cases}$ е) $2 \leq \frac{x-2}{x} < 4;$ ж) $\begin{cases} |x-4| \leq 2, \\ |2x-4| \leq 8; \end{cases}$ з) $\begin{cases} x^2+6x+5 < 0, \\ x^2+4x+3 > 0. \end{cases}$

и) $\begin{cases} 1 \geq \frac{x^2+4x+8}{(x+2)(x+3)}, \\ -2,5 \leq x \leq 3,5. \end{cases}$

2. Найдите сумму наибольшего и наименьшего решений:

3. Найти область определения функции: $y = \sqrt{(x^4-11x^2+18)|2x-5|} + \sqrt{2-x}$.

Раздел 5. Текстовые задачи

С21. Задачи на движение

Вариант 1

- Путник, пройдя четверть пути, увеличил скорость в 3 раза. Учитывая, что на весь путь он потратил 12 часов, найти время, за которое он прошёл четверть пути.
- Первый велосипедист стартует со скоростью 36 км/ч. Через 30 с след за ним стартует второй велосипедист. Определить, какова должна быть скорость второго велосипедиста, чтобы он мог догнать первого через 4,5 мин.
- Два мотоциклиста выезжают одновременно в город из пункта, отстоящего от него на 160 км. Скорость одного из них на 8 км/ч больше скорости другого, поэтому он приезжает к месту назначения на 40 мин раньше. Найти меньшую из скоростей мотоциклистов.
- Два велосипедиста выехали одновременно из пункта А в пункт В. Первый проезжал в час на 2 км больше, чем второй, и прибыл в пункт В на 10 мин раньше. Определить, сколько времени находился в пути первый велосипедист.
- Первую четверть пути поезд двигался со скоростью 80 км/ч, а оставшуюся часть - со скоростью 60 км/ч. С какой средней скоростью двигался поезд?
- Расстояние между двумя железнодорожными станциями равно 96 км. Первый поезд проходит это расстояние на 40 мин быстрее, чем второй. Скорость первого поезда больше скорости второго на 12 км/ч. Определить скорость второго поезда.
- Моторная лодка задержалась на 36 мин на пристани и затем наверстала опоздание, увеличив скорость на 3 км/ч на участке в 14 км. Какова была ее первоначальная скорость?

8. Три велосипедиста из одного пункта в одном и том же направлении выезжают с интервалом в 1 ч. Первый двигался со скоростью 12 км/ч, второй - 10 км/ч, третий, имея большую скорость, догнал сначала второго, а через 2ч - первого. Найти скорость третьего велосипедиста.
9. Из пунктов *A* и *B* навстречу друг другу отправляются два пешехода. Когда первый (вышедший из *A*) прошёл половину пути, второму осталось пройти до *A* ещё 24 км. Когда второй прошёл половину пути, первому осталось - только 15 км. Сколько осталось пройти второму пешеходу, когда первый закончил весь свой путь?
10. Военная колонна длиной 2 км движется по шоссе со скоростью 3 км/ч. Связной, выехав из конца колонны, достиг ее начала, передал пакет и вернулся обратно, затратив на весь путь 30 мин. Найти скорость связного (в км/ч), если она на всём пути была одинакова.
11. Пароход прошёл 4 км против течения реки и затем ещё 33 км по течению, затратив на весь путь 1 час. Найти собственную скорость парохода, если скорость течения реки равна 6,5 км.
12. Моторная лодка прошла 28 км по течению реки и 25 км против течения, затратив на весь путь столько же времени, сколько ей понадобилось бы на прохождение 54 км в стоячей воде. Найти скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения равна 2 км/ч.
13. В 9.00 самоходная баржа вышла из пункта *A* вверх по реке и прибыла в пункт *B*. Спустя 2 часа после прибытия баржа отправилась в обратный путь и прибыла в пункт *A* в 19.20 того же дня. Предполагая, что средняя скорость течения реки равна 3 км/ч, а собственная скорость баржи постоянна, определить время прибытия в пункт *B*. Расстояние между пунктами *A* и *B* равно 60 км.
14. По окружности длиной 60 м равномерно и в одном направлении движутся две точки. Одна из них делает полный оборот на 5 с быстрее другой. При этом совпадения точек происходят каждый раз через 1 мин. Определить скорости точек.
15. Две точки движутся по окружности длиной 1,2 м с постоянными скоростями. Если они движутся в разных направлениях, то встречаются через каждые 15 с. При движении в одном направлении одна точка догоняет другую через каждые 60 с. Определить скорости точек.

Вариант 2

1. Путник, пройдя треть пути, увеличил скорость в 2 раза. Учитывая, что на весь путь он потратил 8 часов, найти время, за которое он прошёл треть пути.
2. Со старта выезжают два велосипедиста. Второй выезжает после первого со скоростью 40 км/ч и догоняет первого через 4,5 мин. Найти скорость первого велосипедиста.
3. Из города в село, находящееся на расстоянии 20 км, был отправлен грузовик. Через 8 мин вслед за ним вышел автобус, который приехал в село одновременно с грузовиком. Сколько километров проехал автобус за час, если он был быстрее грузовика на 5 км/ч?
4. Из пунктов *A* и *B* навстречу друг другу вышли два пешехода и встретились через 6 ч. Определить, за какое время пройдёт путь от *A* до *B* первый пешеход, если ему потребуется для этого на 5 ч больше, чем другому.
5. Велосипедист путь из *A* в *B* проехал со скоростью 20 км/ч, а обратный путь из *B* в *A* — со скоростью 12 км/ч. Какова средняя скорость велосипедиста за всё время движения?
6. Старший брат на мопедке, а младший на велосипеде совершили часовую прогулку без остановок. При этом брат на мопедке проезжал каждый километр на 4 мин быстрее, чем велосипедист. Сколько километров проехал младший брат, если известно, что старший проехал на 20 км больше?
7. На перегоне в 240 км поезд шёл со скоростью на 10 км/ч меньшей, чем предполагалось, и поэтому прибыл на место назначения с опозданием на 20 мин. С какой скоростью должен был двигаться поезд на этом перегоне?
8. Два велосипедиста выехали одновременно из села в город. Первый из них едет со скоростью 15 км/ч, а второй - 12 км/ч. Спустя полчаса, из того же села в город, выехал третий велосипедист. Он догнал сначала второго, а ещё через 1 час 30 мин догнал и первого велосипедиста. Определить скорость третьего велосипедиста.
9. Из пунктов *A* и *B* навстречу друг другу выезжают одновременно с одной и той же скоростью два автомобиля. Спустя 5 ч 30 мин после выезда они встречаются в пункте *C*. Если бы скорость

одного из этих автомобилей была бы на 10 км/ч больше, то они встретились бы на расстоянии 25 км от пункта С. Найти скорость обоих автомобилей.

10. Длина военной колонны составляет 5 км. Связной, выехав из конца колонны, достиг её начала, передал пакет и вернулся обратно. За это время колонна прошла 12 км. Найти путь (в км), пройденный связным.

11. Расстояние между двумя пристанями равно 60 км. Лодка преодолевает это расстояние между ними туда и обратно за 4.5 ч. Найти собственную скорость лодки, если скорость течения равна 3 км/ч.

12. Моторная лодка проплыла вверх по течению 24 км и вернулась обратно, затратив на весь путь 1 ч 45 мин. Найти собственную скорость лодки, если она проплывает 4 км по течению на $\frac{7}{8}$ часа быстрее, чем плот.

13. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длилась 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Определить, сколько километров теплоход прошел за весь рейс.

14. Два тела движутся равномерно по окружности в одну сторону. Первое тело проходит окружность на 3 с быстрее второго и догоняет второе тело каждые полторы минуты. За какое время каждое тело проходит окружность?

15. Два тела равномерно движутся по одной окружности. Если они движутся в разные стороны, то встречаются каждые две минуты. Если же тела движутся в одну сторону, то первое тело догоняет второе каждые 10 мин. На сколько секунд быстрее первое тело проходит окружность?

С22. Задачи на работу и производительность

Вариант 1

1. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 6 ч. Если первый рабочий будет работать вдвое быстрее, а второй - вдвое медленнее, то всю работу они закончат за 4 ч. Определить, за сколько часов может закончить работу, первый рабочий, работая отдельно.

2. Груз перевезли на двух парамах различной грузоподъемности. В первый день было вывезено 500 т груза, причем оба паром сделали по 5 рейсов. На следующий день первый паром за 4 рейса перевёз на 20 т груза меньше, чем второй за 3 рейса. Определить, сколько тонн груза перевезил первый паром за один рейс.

3. Две трубы, работая одновременно, могут наполнить бассейн за 4 ч. Вторая труба наполняет этот бассейн за 5 ч. За сколько часов наполнит бассейн первая труба, работая отдельно?

4. Два работника выполняют некоторую работу за 20 дней. Первый из них, работая отдельно, затрачивает на эту работу на 30 дней меньше, чем второй. За сколько дней первый работник может выполнить эту работу?

5. Каждая из двух машинисток перепечатывала рукопись в 72 страницы. Первая машинистка перепечатывала 6 страниц за то же время, за которое вторая перепечатывала 5 страниц. Сколько страниц перепечатывала первая машинистка в час, если она закончила работу на 1,5 часа быстрее второй?

6. Колхоз должен был засеять поле за 4 дня. Перевыполняя ежедневно норму на 12 га, колхозники закончили сев за день до срока. Определить, сколько гектаров засеивал колхоз ежедневно.

7. Один рабочий первого разряда и один рабочий второго разряда могут изготовить за час 8 деталей, а три рабочих первого разряда и семь рабочих второго разряда за час могут изготовить 36 деталей. Определить, сколько деталей могут изготовить за час пять рабочих первого разряда и один рабочий второго разряда.

8. Три трактора, работая вместе, вспахивают поле за 4 дня. Первый и второй трактор вместе вспахали бы это поле за 6 дней, а первый и третий вместе - за 8 дней. Определить, во сколько раз производительность второго трактора выше производительности третьего.

9. Два тракториста вспахали вместе 678 га. Первый тракторист проработал 8 дней, а второй - 11 дней. Сколько гектаров вспахивал в среднем за день каждый тракторист, если первый тракторист за каждые три дня вспахивал на 22 га меньше, чем второй за четыре?

10. Каждый из двух рабочих должен был изготовить 36 одинаковых деталей. Первый приступил к выполнению своего задания на 4 мин позже второго, но треть задания они выполнили одновременно. Полностью выполнив своё задание, первый рабочий после двухминутного перерыва приступил к работе и к моменту выполнения задания вторым рабочим изготовил ещё 2 детали. Сколько деталей в час изготавливал первый рабочий?

Вариант 2

1. Две бригады, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 10 дней. Если бы первая бригада проработала 2 дня, а вторая - 7 дней, то они вместе выполнили бы 40% всей работы. Определить, за сколько дней может закончить работу вторая бригада, работая отдельно.

2. Зерно перевозилось на двух машинах различной грузоподъёмности. В первый день было везено 27 т зерна, причём первая машина сделала 4 рейса, а вторая - 3. На следующий день вторая машина за 4 рейса привезла на 11 т зерна больше, чем первая машина за 3 рейса. Определить, сколько тонн зерна перевозила вторая машина за один рейс.

3. Бассейн наполняется двумя трубами за 12 ч. Причём первая труба наполняет этот бассейн на 7 ч быстрее, чем вторая. За сколько часов вторая труба, работая отдельно, может наполнить бассейн?

4. Первое поле имеет площадь 72 га, а второе - 12 га. Производительность первого комбайна в 2,4 раза больше производительности второго. Первому комбайнёру поручено убрать первое поле, а второму - второе. Определить, во сколько раз быстрее первый комбайнёр уберёт свое поле, чем второй.

5. Два самосвала перевозили по 600 т грунта. Первый самосвал перевозил ежедневно на 5 т грунта больше, чем второй, и приступил к работе на 4 дня позже. Сколько тонн грунта перевезил второй самосвал ежедневно, если оба закончили работу одновременно?

6. Рабочий должен выполнить задание за 5 дней. Перевыполняя норму на 17 деталей в день, рабочий за 4 дня выполнил задание и ещё сделал 15 деталей дополнительно. Определить, сколько деталей изготовил рабочий.

7. Трое рабочих первого разряда и пять рабочих второго разряда выполнили некоторую работу за 2,5 дня. За один день пять рабочих первого разряда и трое рабочих второго разряда выполняют $\frac{34}{75}$ этой работы. Определить, за сколько дней выполняют эту работу 6 рабочих первого разряда и 15 рабочих второго разряда.

8. В редакции районной газеты работают три машинистки. Первая печатает за час на 2 страницы больше, чем вторая. Третья машинистка затрачивает на печать одной страницы на 4 мин больше времени, чем первая, и в $\frac{4}{3}$ раза больше, чем вторая. Определить, сколько страниц в час печатает третья машинистка.

9. Два тракториста, работая вместе, могут вспахать поле за 5 ч. Вторым тракторист вспахал часть поля, проработав 4 ч, а затем оставшуюся часть поля, большую на 14 га, вспахал первый тракторист, проработав 6 ч 12 мин. Какова площадь поля?

10. Два распространителя газет получили задание. Первый должен был вложить газеты в почтовые ящики жильцов 35 частных домов, а второй - 90 квартир пятиэтажного дома. Оба начали работу одновременно. Сначала второй распространитель вложил газеты в 30 почтовых ящиков, раскладывая в час вдвое больше газет, чем первый распространитель. Затем он сделал перерыв, после чего стал раскладывать в час ещё на 2 газеты больше и закончил свою работу на 1 час позже первого распространителя. Если бы второй распространитель раскладывал первые 30 газет с максимальной скоростью, то закончил бы работу на 30 мин позже первого распространителя. Сколько газет в час опускал в почтовые ящики первый распространитель?

С23. Задачи на смеси и сплавы

Вариант 1

1. Сплав олова с медью массой 5 кг содержит 60% меди. Определить, сколько чистой меди нужно добавить, чтобы получить сплав, содержащий 80% меди.
2. Свежие грибы содержат 90% воды, а сухие— 12%. Определить массу сухих грибов, которые могут быть получены из 22 кг свежих грибов.
3. Из 20 т руды выплавляют 8 т металла, содержащего 5% примесей. Определить процент примесей в руде.
4. К раствору, содержащему 39 г кислоты, добавили 1000 г воды, после чего концентрация кислоты уменьшилась на 10%. Определить первоначальную процентную концентрацию кислоты в растворе.
5. Имеется лом стали двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Определить, сколько нужно взять лома каждого из этих сортов, чтобы получить 140 тонн стали с содержанием никеля 30%.
6. Имеются два раствора, один из которых содержит 4%, а другой 9% некоторого вещества. Слив их вместе, получили 7%-й раствор. Найти массу исходных растворов, если известно, что второй раствор содержал вещества на 19 г больше, чем первый.
7. Из сосуда, содержащего 20 л чистой кислоты, отлили некоторое количество кислоты и долили такое же количество воды. Затем отлили такое же количество смеси и снова долили водой, в результате чего получили 16%-й раствор кислоты. Определить, какое количество жидкости отливали каждый раз.
8. Из емкости, наполненной 16%-ым раствором поваренной соли, отлили 1 л раствора и долили 1 л воды. Затем отлили еще 1 л раствора и опять долили 1 л воды. В результате в емкости оказался 9%-ый раствор соли. Какова вместимость емкости?
9. От двух кусков сплавов массой 4 кг и 6 кг с различным процентным содержанием олова было отрезано по куску равной массы. Каждый из кусков был сплавлен с остатком другого куска, после чего процентное содержание олова в обоих сплавах оказалось одинаковым. Сколько весил каждый из отрезанных кусков?
10. В колбе имеется раствор поваренной соли. Из неё в пробирку отливают пятую часть раствора и выпаривают до тех пор, пока процентное содержание соли в пробирке не повысится вдвое. После этого выпаренный раствор переливают обратно в колбу. В результате содержание соли в колбе повышается на 1%. Определить исходное процентное содержание соли в колбе.

Вариант 2

1. Сплав золота с серебром массой 12 кг содержит 45% золота. Определить, сколько чистого серебра нужно добавить, чтобы получить сплав, содержащий 40% золота.
2. Свежие яблоки содержат 90% воды, а сушеные - 20%. Определить массу свежих яблок, из которых можно получить 4,5 кг сушеных.
3. Из 38 т руды, содержащей 25% примесей, после очистки получается 30 т обогащенной руды. Определить процент примесей в обогащенной руде.
4. В 2 литра 10%-го раствора кислоты добавили 8 л чистой воды. Каково процентное содержание кислоты в полученном растворе?
5. Имеется лом стали двух сортов с содержанием никеля 10% и 30%. На сколько кг стали больше нужно взять второго сорта, чем первого, чтобы получить 200 кг стали с содержанием никеля 25%?
6. Имеются два сплава олова с медью. В первом сплаве количества этих металлов находятся в отношении 1:2, а во втором - в отношении 2:3. Сколько граммов нужно взять каждого из сплавов, чтобы получить 19 г сплава, содержащий те же металлы в отношении 7:12?
7. Сосуд ёмкостью 10 л заполнен обезвоженной кислотой. Часть этой кислоты отлили, а сосуд долили водой. Затем снова отлили столько же жидкости, сколько в первый раз кислоты, и сосуд

снова долили водой, в результате чего получили 49%-й раствор кислоты. Сколько кислоты отлили из сосуда в первый раз?

8. Из бутылки, наполненной 32%-ым раствором поваренной соли, отлили 1 л раствора и долили 1 л воды. Затем отлили ещё 1 л раствора и опять долили 1 л воды. В результате в бутылке оказался 8%-ый раствор соли. Определить вместимость бутылки.

9. От двух кусков сплавов массой 3 кг и 7 кг с различным процентным содержанием свинца было отрезано по куску равной массы. Каждый из кусков был сплавлен с остатком другого куска, после чего процентное содержание свинца в обоих сплавах стало одинаковым. Сколько весил каждый из отрезанных кусков?

10. В колбе имеется 80 г 10%-го раствора поваренной соли. Из неё в пробирку отливают некоторую часть раствора и выпаривают до тех пор, пока процентное содержание соли в пробирке не повысится втрое. После этого выпаренный раствор переливают обратно в колбу. В результате содержание соли в колбе повышается на 2%. Определить, какое количество раствора отлили из колбы в пробирку.

С24. Задачи на процентные соотношения

Вариант 1

1. Объём промышленной продукции увеличился в 11 раз. Какой процентный прирост соответствует данному увеличению?

2. На монтаж прибора уходило 225 м провода. После внедрения новой схемы монтажа на этот же прибор стали расходовать 196 м провода. На сколько процентов уменьшились затраты провода?

3. Цену товара снизили на 15%, а затем новую цену снизили ещё на 10%. На сколько процентов изменилась первоначальная цена?

4. На сколько процентов увеличится частное, если делимое умножить на 7, а из делителя вычесть его шестую часть?

5. Один из множителей увеличили на 20%, а второй уменьшили на 10%. На сколько процентов изменилось произведение?

6. Цену товара повысили на 60%. На сколько процентов меньше придётся купить того же товара за прежние деньги?

7. Число 100 дважды увеличили на 30%, а затем дважды уменьшили на 30%. Какое число получилось в результате?

8. Население районного центра увеличилось за два года на 21%. Найти средний ежегодный прирост населения.

9. За год работы предприятия объём дневной выработки продукции вырос на $p\%$, а за следующий год - ещё на $(p+50)\%$. Определить, на сколько процентов увеличилась выработка за первый год, если известно, что за 2 года она возросла в общей сложности втрое.

10. Известно, что 20% числа A на 20 больше, чем 15% числа B , а 20% числа B на 3 больше, чем 10% числа A . Найти числа A и B .

11. На сколько процентов следует увеличить радиус круга, чтобы его площадь увеличилась на 96%?

12. Книжный магазин продал книгу со скидкой 10% с назначенной цены и получил при этом 8% прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально полагал получить магазин?

13. В двух бидонах 25 л молока. Сколько молока в каждом бидоне, если 21% молока 1-го бидона составляет 4% молока во 2-м бидоне?

14. При сдаче нормативов оценку «отлично» получили 4% спортсменов 1-й команды и 8% спортсменов 2-й команды. Согласно итоговым показателям, стали отличниками 6% участников. Найти количество отличников в каждой команде, если известно, что во 2-й команде их на три человека больше, чем в 1-й.

15. Один завод должен был выпустить по плану 200 станков в год. Однако он перевыполнил план на 12% и вместе с другим заводом, перевыполнившим план на 10%, выпустил за год 400 станков. Сколько станков в год должен был выпустить другой завод по плану?

16. В результате повышения производительности труда на 35% цех стал выпускать в день 405 изделий. Сколько изделий в день цех выпускал ранее?
17. Турист прошёл в 1-й день 37% всего пути, во 2-й - 40% остатка, а в 3-й день - на 6,5 км больше, чем во 2-й. Какой путь прошёл турист за 3 дня?
18. Фирма получила кредит в банке под $p\%$ годовых. Через год фирма в счёт погашения кредита вернула в банк 75% от всей суммы, которую она была должна банку к этому времени. Ещё через год в счёт полного погашения кредита она внесла в банк сумму, составляющую 49% от величины полученного кредита. Чему равно p ?
19. Первый банк начисляет по вкладам 10% годовых, а второй - 8% годовых. Сумму 1000 у.е. положили на первые полгода вначале в первый банк, а затем всю накопившуюся сумму положили до конца года во второй банк. Найти общий прирост вклада за предыдущий год к началу второго года.
20. В первый год разработки месторождения было добыто 100 тыс. т железной руды. В течение нескольких последующих лет годовая добыча руды увеличивалась на 25% по сравнению с каждым предшествующим годом, а затем на протяжении последних 3 лет поддерживалась на достигнутом уровне. Общий объём добытой руды за всё время добычи составил 850 тыс. т. Сколько лет разрабатывалось месторождение?

Вариант 2

1. Работник получил путёвку со скидкой 70% и уплатил за неё 240 у.е. Какова полная стоимость путёвки?
2. Сколько составляет зарплата работника, если 20% от нее равно 30% от 100 у.е.?
3. Цену товара увеличили на 10%, а затем новую цену увеличили ещё на 15%. На сколько процентов изменилась первоначальная цена?
4. На сколько процентов увеличится произведение двух чисел, если одно из них увеличить на 20%, а другое - на 40%?
5. Длину участка увеличили на 10%. На сколько процентов следует уменьшить ширину участка, чтобы его площадь уменьшилась на 1%?
6. Цену товара снизили на 68,75%. На сколько процентов больше можно купить теперь товара за те же деньги?
7. Число 100 дважды уменьшили на 25%, а затем дважды увеличили на 40%. Какое число получилось в результате?
8. После двух последовательных повышений зарплата возросла в 7 раз. На сколько процентов повысилась зарплата в первый раз, если второе повышение было в 4 раза больше первого в процентном соотношении?
9. Население районного центра ежегодно увеличивается на 2%. Определить, через сколько лет численность города утроится.
10. Известно, что 30% числа A на 4 больше, чем 35% числа B , а 30% числа B на 14 больше, чем 20% числа A . Найти числа A и B .
11. На сколько процентов следует увеличить радиус шара, чтобы его объём увеличился на 72,8%?
12. В комиссионном магазине часы стоимостью 320 тыс. р. уценивали дважды на одно и то же число процентов, после чего они стали стоить 204,8 тыс. р. Найти процент уценки.
13. Аквариум частично заполнен водой. За месяц 40% воды испарилось. При этом объём воздуха в аквариуме увеличился на 60%. Какую часть объёма аквариума занимала вода в конце месяца?
14. В трёх ящиках 122 кг яблок. Во 2-м ящике находится 90% от яблок 1-го ящика, а в 3-м находится на 40% яблок меньше, чем во 2-м. Сколько яблок в каждом ящике?
15. Завод изготавливает некоторые изделия, среди которых 5% составляют бракованные. При проверке ОТК отбраковал 6% изделий. Сколько процентов качественных изделий были признаны ОТК бракованными, если 2% всех бракованных изделий ОТК признал качественными?
16. Партия товара была продана за 864 тыс. р., причём прибыль составила 8%. Какова себестоимость товара?

17. В 1-ю поездку автомобиль израсходовал 10% бензина, имеющегося в баке, затем во 2-ю поездку - 25% остатка. После этого в баке осталось на 13 л бензина меньше, чем было первоначально. Сколько литров бензина находилось в баке первоначально?

18. Некто купил акции и через год продал их по номинальной стоимости, получив вместе с прибылью сумму 11 500 у.е. Сколько акций было куплено, если прибыль составляет 15% от стоимости акции и равна 150 у.е.?

19. В банк на депозит помещён вклад в размере 3900 тыс. р. под 50% годовых. В конце каждого из первых 4-х лет хранения после начисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счёт одну и ту же фиксированную сумму. К концу 5-го года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725%. Какую сумму вкладчик ежегодно добавлял к вкладу?

20. За время хранения денег в банке проценты по нему начислялись ежемесячно сначала в размере 5% в месяц, затем 12% , потом $11\frac{1}{9}\%$ и, наконец, $12,5\%$ в месяц. Известно, что под действием каждой новой процентной ставки вклад находился целое число месяцев, а по истечении срока хранения первоначальная сумма вклада увеличилась на $104\frac{1}{6}\%$. Определить срок хранения вклада.

С25. Разные задачи

Вариант 1

1. Найти двузначное число, которое больше суммы квадратов своих цифр на 5 и больше их удвоенного произведения на 5.

2. Найти два последовательных натуральных числа, разность квадратов которых равна 31.

3. При делении двузначного числа на сумму его цифр в частном получается 4, а в остатке 3. Если же из искомого числа вычесть удвоенную сумму его цифр, то получится 25. Найти это число.

4. Сумма квадратов цифр некоторого двузначного числа на 1 больше утроенного произведения этих цифр. При делении этого числа на сумму его цифр в частном получается 7, а в остатке 6. Найти это двузначное число.

5. Найти сумму всех натуральных чисел n , для которых $\frac{n}{n-1} - \frac{1}{2n+1}$ - целое число.

6. Найти сумму всех натуральных чисел n , для которых $\frac{n}{n-2}$ - целое число.

7. В финальном забеге соревнований по кроссу оказалось, что число спортсменов, выполнивших мастерский норматив, меньше $\frac{6}{13}$, но больше $\frac{7}{16}$ от общего количества закончивших дистанцию. Какое минимальное число спортсменов закончило дистанцию?

8. В парке развлечений популярны три аттракциона: карусели, колесо обозрения и игровые автоматы. Известно, что каждый из группы отдыхающих посетил ровно два различных аттракциона. При этом на каруселях побывал 31 отдыхающий, на колесе обозрения - 17 человек и на игровых автоматах - 28. Сколько человек было в группе отдыхающих?

9. На стоянке находятся машины «Opel» и «Ford». Общее их число менее 30. Если увеличить вдвое число автомобилей «Ford», а число автомобилей «Opel» увеличить на 27, то автомобилей «Ford» станет больше. Если же увеличить вдвое число автомобилей «Opel», не изменяя числа автомобилей «Ford», то автомобилей «Opel» станет больше. Сколько автомобилей «Opel» и сколько автомобилей «Ford» находится на стоянке?

10. В конкурсе знатоков можно было получить в качестве приза либо одну авторучку, либо одну книгу, либо авторучку и книгу одновременно. После первого тура ведущий подсчитал, что на призы отдано 25 авторучек и 30 книг. Сколько всего знатоков было награждено, если 17 человек получили и авторучку и книгу?
11. Число двухкомнатных квартир в доме в 4 раза больше числа однокомнатных, а число трёхкомнатных квартир кратно числу однокомнатных. Если число трёхкомнатных квартир увеличить в 5 раз, то их станет на 22 больше, чем двухкомнатных. Сколько всего квартир в доме, если известно, что их не меньше 100?
12. В первой коробке находилось некоторое количество красных шаров, а во второй - синих, причем число красных шаров составляло $\frac{15}{19}$ от числа синих. Когда из коробок удалили $\frac{3}{7}$ красных шаров и $\frac{2}{5}$ синих, то в первой коробке осталось менее 1000 шаров, а во второй - более 1000. Сколько шаров было первоначально в каждой коробке?
13. Группа студентов сдавала экзамен по математике. Число студентов, сдавших экзамен, оказалось в интервале от 96,8% до 97,6%. Каково наименьшее возможное число студентов в такой группе?
14. В магазине продаются красные и синие карандаши. Красный карандаш стоит 170 рублей, синий карандаш - 130 рублей. На покупку карандашей можно затратить не более 4000 рублей. При покупке число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей более чем на 5. Необходимо купить как можно больше карандашей, причём красных карандашей нужно купить как можно меньше. Сколько красных и сколько синих карандашей можно купить при указанных условиях?

Вариант 2

- Найти двузначное число, которое больше суммы квадратов своих цифр на 9 и больше их удвоенного произведения на 10.
- Найти два последовательных натуральных числа, разность квадратов которых равна 29.
- При делении двузначного числа на сумму его цифр в частном получается 6, а в остатке 2. Если же это число разделить на произведение его цифр, то в частном получится 5, а в остатке 2. Найти это число.
- Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 3, а в остатке 7. Если затем взять сумму квадратов цифр этого числа и вычесть из неё произведение тех же цифр, то получится первоначальное число. Найти это число.
- Найти сумму всех натуральных чисел n , для которых $\frac{12}{n-5}$ - целое число.
- Найти сумму всех натуральных чисел n , для которых $\frac{5n+3}{n-1}$ - целое число.
- При подведении итогов шахматного турнира оказалось, что на первое место претендуют сразу несколько спортсменов. Их количество оказалось больше $\frac{7}{31}$, но меньше $\frac{5}{21}$ от общего числа участников соревнований. Какое минимальное число шахматистов принимало участие в турнире?
- В студенческой группе 10 человек играют в шахматы, 15 человек отлично программируют и 17 человек хорошо владеют английским языком. При этом каждый из студентов обладает двумя из перечисленных навыков. Сколько человек в группе?
- В двух ящиках находится более 29 одинаковых деталей. Число деталей в первом ящике уменьшенное на 2, более чем втрое превышает число деталей во втором ящике. Утроенное

число деталей в первом ящике превышает удвоенное число деталей во втором ящике, но менее, чем на 60. Сколько деталей находится в каждом ящике?

10. В отделе проката посетители берут либо одну сетку для игры в волейбол, либо один мяч, либо и то и другое. За первую половину дня было выдано 25 сеток и 37 мячей. Каково число клиентов пункта проката, если 18 человек взяли и сетку и мяч?

11. Рота солдат прибыла на парад прямоугольным строем по 24 человека в ряд. По прибытии оказалось, что не все солдаты могут участвовать в параде. Оставшийся для парада состав роты перестроили так, что число рядов стало на 2 меньше прежнего, а число солдат в каждом ряду стало на 26 больше числа новых рядов. Известно, что если бы все солдаты участвовали в параде, то роту можно было бы выстроить так, чтобы число солдат в каждом ряду равнялось числу рядов. Сколько солдат было в роте?

12. Число научно-технических книг в библиотеке равно $\frac{11}{13}$ от числа художественных. При

переезде библиотеки книги погрузили в два вагона. В первый вагон погрузили $\frac{1}{15}$ часть

научно-технических книг и $\frac{18}{19}$ частей художественных. Во второй вагон погрузили $\frac{1}{19}$

часть художественных и $\frac{14}{15}$ частей научно-технических. Сколько книг каждого вида было в библиотеке, если в первом вагоне оказалось более 10000 книг, а во втором - менее 10000 книг?

13. Процент учеников некоторого класса, не повысивших во втором полугодии успеваемость, заключён в пределах от 96,9% до 97,1%. Определить минимально возможное число учеников в таком классе.

14. Из строительных деталей двух видов можно собрать 3 типа домов. Для сборки 12-квартирного дома необходимо 70 деталей первого и 100 деталей второго вида. Для сборки 16-квартирного дома требуется 110 и 150, а для сборки 21-квартирного дома нужно 150 и 200 деталей первого и второго вида соответственно. Всего имеется 900 деталей первого и 1300 деталей второго вида. Сколько и каких домов нужно собрать, чтобы общее число квартир в них было наибольшим?

Раздел 6. Прогрессии

С26. Арифметическая прогрессия

Вариант 1

- 5-й член арифметической прогрессии равен 2, а 7-й равен 12. Найти 6-й член прогрессии.
- Сумма 2-го и 8-го членов арифметической прогрессии равна 10, а сумма 3-го и 14-го членов равна 31. Найти 1-й член этой прогрессии.
- Вычислить сумму арифметической прогрессии $3+1,6+0,2+\dots-23,6$.
- 1-й член арифметической прогрессии равен -15, а сумма первых 12 её членов равна 150. Найти разность этой прогрессии.
- 4-й член арифметической прогрессии равен 1, а сумма 3-го и 7-го членов равна 5. Найти сумму первых десяти членов этой прогрессии.
- Сумма 3-го и 9-го членов арифметической прогрессии равна 8. Найти сумму ее первых 11 членов.
- Разность арифметической прогрессии равна -3, n -й член равен 2, а сумма первых n членов равна 57. Найти 1-й член и число n членов прогрессии.

8. Между числами 20 и 97 вставить 10 чисел так, чтобы все вместе они образовывали бы арифметическую прогрессию.
9. Найти 4-й член арифметической прогрессии, в которой сумма первых 4 членов равна 80, а отношение 5-го члена к 1-му равно 25.

$$\frac{a_{170}}{a_2} = 15 \quad \frac{a_{21}}{a_{12}}$$

10. В арифметической прогрессии $\frac{a_{170}}{a_2} = 15$. Найти отношение $\frac{a_{21}}{a_{12}}$.
11. Для арифметической прогрессии известно, что $a_1 + a_2 + \dots + a_{17} = 136$. Найти $a_6 + a_{12}$.
12. Найти сумму всех нечётных двухзначных чисел.
13. Найти сумму всех трёхзначных чисел, которые при делении на 7 дают в остатке 5.
14. Найти сумму всех трёхзначных чисел, которые оканчиваются цифрой 7 и не делятся на 17.
15. Определить, при каких значениях α числа $2 \cdot \sin \frac{\pi}{3}$, $4 \cdot \sin \alpha$, $6 \cdot \sin(\pi - \alpha)$ являются последовательными членами арифметической прогрессии.
16. При каких значениях x числа $\lg 2$, $\lg(4^{-x} + 6)$, $\lg(4^{-x} + 30)$ являются последовательными членами арифметической прогрессии?
17. Градусные меры углов α_n составляют арифметическую прогрессию, у которой $\alpha_1 = 10^\circ$, $\alpha_2 = 15^\circ$. Чему равен $\sin \alpha_{20}$?
18. При каком значении параметра p корни уравнения $x^3 + 3x^2 - 22x + p = 0$ образуют арифметическую прогрессию?
19. Решить уравнение $1 + 4 + 7 + \dots + x = 117$.
20. Решить уравнение $\frac{x-1}{x^2} + \frac{x-2}{x^2} + \frac{x-3}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{15}$.

Вариант 2

1. 4-й член арифметической прогрессии равен 7, а 6-й равен 11. Найти 5-й член прогрессии.
2. Сумма 2-го и 5-го членов арифметической прогрессии равна 14, а сумма 3-го и 7-го членов равна 8. Найти разность этой прогрессии.
3. Вычислить сумму арифметической прогрессии $6,2+7,8+9,4+\dots+49,4$.
4. Сумма первых 4 членов арифметической прогрессии равна 9, а сумма первых 6 членов равна 22,5. Найти разность этой прогрессии.
5. 2-й член арифметической прогрессии равен -20, а разность между 6-м и 3-м членами равна 12. Найти 12-й член этой прогрессии.
6. Сумма 3-го и 7-го членов арифметической прогрессии равна 10. Найти сумму её первых 9 членов.
7. Разность арифметической прогрессии равна -2, 1-й член равен 14, а сумма первых n членов равна 50. Найти n -й член и число n членов прогрессии.
8. Между числами 217 и 305 вставить 10 чисел так, чтобы все вместе они образовывали бы арифметическую прогрессию.
9. Найти 4-й член возрастающей арифметической прогрессии, в которой сумма первых 10 членов равна 155, а произведение 1-го и 10-го членов равно 58.
10. В арифметической прогрессии $\frac{a_{133}}{a_5} = 17$. Найти отношение $\frac{a_{25}}{a_{47}}$.

11. Для арифметической прогрессии известно, что $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$. Найдите $a_1 + a_2 + \dots + a_{19}$.
12. Найти сумму всех чётных двухзначных чисел.
13. Найти сумму всех трёхзначных чисел, которые при делении на 8 дают в остатке 3.
14. Найти сумму всех трёхзначных чисел, которые оканчиваются цифрой 7 и не делятся на 11.
15. Определить, при каких значениях α числа $\sin \alpha, \sin 2\alpha, \sin 3\alpha$ являются последовательными членами арифметической прогрессии.
16. При каких значениях x -числа $\lg 4, \lg(4^x - 4), \lg(4^x + 20)$ являются последовательными членами арифметической прогрессии?
17. Градусные меры углов α_n составляют арифметическую прогрессию, у которой $\alpha_1 = 30^\circ, \alpha_2 = 35^\circ$. Чему равен $\cos \alpha_{40}$?
18. При каком значении параметра p корни уравнения $x^3 + 3x^2 - 13x + p = 0$ образуют арифметическую прогрессию?
19. Решить уравнение $5 + 4 + 3 + \dots + x = -90$.
20. Решить уравнение $\frac{x-1}{x} + \frac{x-2}{x} + \frac{x-3}{x} + \dots + \frac{1}{x} = 3$.

С27. Геометрическая прогрессия

Вариант 1

1. В геометрической прогрессии, все члены которой положительны, 1-й член равен $\sqrt{3}$, а 5-й член равен $\sqrt{243}$. Найдите 6-й член прогрессии.
2. В возрастающей геометрической прогрессии сумма 1-го и 4-го членов равна -15, а сумма 2-го и 3-го равна -10. Найдите знаменатель прогрессии.
3. Произведение 1-го и 5-го членов геометрической прогрессии равно 12, а отношение 2-го к 4-му равно 3. Найдите 2-й член прогрессии.
4. Между числами 11 и 704 вставить два числа так, чтобы все вместе они образовывали бы геометрическую прогрессию.
5. 1-й член геометрической прогрессии равен 10, её знаменатель равен 7, а n -й член равен 490. Найдите число n членов прогрессии и их сумму.
6. Найти четыре числа, образующих геометрическую прогрессию, если известно, что 2-й член меньше 1-го на 35, а 3-й больше 4-го на 560.
7. Сумма трёх чисел, образующих геометрическую прогрессию, равна 21, а сумма их квадратов равна 189. Найдите эти числа.
8. В геометрической прогрессии $\frac{b_{18} + b_{19}}{b_6 + b_7}$. Найдите отношение $\frac{S_{24}}{S_{12}}$.
9. В геометрической прогрессии с четным числом членов сумма всех её членов в 3 раза больше суммы членов, стоящих на нечётных номерах. Найдите знаменатель прогрессии.
10. Найти произведение чисел $x, x+1, x+3$, образующих в указанном порядке геометрическую прогрессию.

11. При каких значениях x числа $9, x-4, \sin(\arcsin x)$ являются последовательными членами геометрической прогрессии?

12. Найти 1-й член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если её сумма равна 4,

а знаменатель равен $\frac{1}{2}$.

13. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии сумма первых трёх членов равна 7, а их произведение равно -27. Найти знаменатель этой прогрессии.

14. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 4, а сумма кубов её членов равна 192. Найти 1-й член и знаменатель этой прогрессии.

15. Найти куб числа $\sqrt{4\sqrt{3\sqrt{4\sqrt{3\sqrt{4\sqrt{3\cdots}}}}}}$.

16. Вычислить $1 - \cos \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{\pi}{4} - \cos^3 \frac{\pi}{4} + \dots$

17. Найти произведение чисел x и y , для которых тройка $8, x, y$ образует геометрическую прогрессию, а тройка $x, y, -1$ - арифметическую.

18. Три числа x, y, z образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию, а числа $3x, 4y, 6z$ - возрастающую геометрическую прогрессию. Найти знаменатель этой прогрессии.

19. Числа $x, y, 12$ образуют геометрическую прогрессию. Если последнее число уменьшить на 3, то получится арифметическая прогрессия. Найти неизвестные числа.

20. Три числа являются 1-м, 2-м и 3-м членами арифметической прогрессии и, соответственно, 1-м, 3-м и 2-м членами геометрической прогрессии. Найти эти числа, если известно, что сумма

квадрата 1-го из них, удвоенного 2-го и утроенного 3-го равна $\frac{3}{4}$.

Вариант 2

1. В геометрической прогрессии, все члены которой положительны, 1-й член равен $\sqrt{2}$, а 7-й член равен $\sqrt{128}$. Найти 8-й член прогрессии.

2. В возрастающей геометрической прогрессии сумма 1-го и 4-го членов равна -28, а сумма 2-го и 3-го равна -12. Найти знаменатель прогрессии.

3. Отношение 4-го члена геометрической прогрессии к её 1-му члену равно 64, 2-й член равен 8. Найти 1-й член прогрессии.

4. Между числами 10 и 640 вставить два числа так, чтобы все вместе они образовывали бы геометрическую прогрессию.

5. Знаменатель геометрической прогрессии равен 2, 1-й её член равен 3, сумма первых n членов равна 189. Найти число n членов прогрессии и её n -й член.

6. Найти три числа, образующих геометрическую прогрессию, если их сумма равна 7, а произведение равно 8.

7. Сумма трёх положительных чисел, образующих геометрическую прогрессию, равна 21, а сум-

ма их обратных величин равна $\frac{7}{12}$. Найти эти числа.

8. В геометрической прогрессии $\frac{S_{18}}{S_9} = 7$. Найти отношение $\frac{b_{18} - b_{16}}{b_9 - b_7}$.
9. В геометрической прогрессии 1-й член равен 1, а сумма первых пяти членов в восемь раз больше суммы обратных величин этих же членов. Найти знаменатель прогрессии.
10. Найти произведение чисел $x, x+3, x+7$, образующих в указанном порядке геометрическую прогрессию.
11. При каких значениях x числа $-9, x+4, \cos(\arccos x)$ являются последовательными членами геометрической прогрессии?
12. Найти 1-й член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если её сумма равна $\frac{4}{3}$, а знаменатель равен $\frac{1}{3}$.
13. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии сумма первых трех членов равна 3, а их произведение равно -8. Найти знаменатель этой прогрессии.
14. 1-й член бесконечно убывающей геометрической прогрессии равен 1, а куб суммы всех её членов в 3 раза меньше суммы кубов всех её членов. Найти знаменатель этой прогрессии.
15. Найти куб числа $\sqrt{7\sqrt{3\sqrt{7\sqrt{3\sqrt{7\sqrt{3}}}}}}$.
16. Вычислить $1 - \sin \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{\pi}{6} - \sin^3 \frac{\pi}{6} + \dots$.
17. Найти произведение чисел x и y , для которых тройка $6, x, y$ образует арифметическую прогрессию, а тройка $x, y, -48$ - геометрическую.
18. Три числа x, y, z образуют в указанном порядке убывающую геометрическую прогрессию, а числа $x, 2y, 3z$ - арифметическую прогрессию. Найти знаменатель геометрической прогрессии.
19. Числа $3, x, y$ образуют арифметическую прогрессию. Если среднее число уменьшить на 6, то получится геометрическая прогрессия. Найти неизвестные числа.
20. Три числа являются 1-м, 2-м и 3-м членами возрастающей геометрической прогрессии и, соответственно, 1-м, 3-м и 9-м членами арифметической прогрессии. Найти эти числа, если известно, что их сумма равна 78.

Раздел 7. Показательная и логарифмическая функция

С28. Показательные уравнения

Вариант 1

Решить уравнения:

1. $\left(\frac{49}{16}\right)^{2x+1} = \left(\frac{4}{7}\right)^3$; 2. $\sqrt{7^{x-1}} = \frac{1}{\sqrt[3]{7}}$; 3. $3^{x+3} + 8 \cdot 3^{x+2} = 33$; 4. $100^x - 70 \cdot 10^{x-1} - 30 = 0$;

5. $5 \cdot 7^{x-1} + 4 \cdot 3^x + 3^{x+1} - 2 \cdot 7^x = 0$; 6. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} + 2^{x-1} = 80 + \sqrt{4^{x-4}}$; 7. $2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443$;
8. $3^{12x-1} - 9^{6x-1} - 27^{4x-1} + 81^{3x+1} = 2192$; 9. $2 \cdot 16^x - 2^{4x} - 4^{2x-2} = 15$; 10. $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$;

11. $5^{2x} + 4 \cdot 5^x + 3 = 0$; 12. $2^{2x+1} - 3 \cdot 2^x + 1 = 0$; 13. $4^{2x} - 7 \cdot 4^x + 6 = 0$; 14. $\sqrt[3]{4^x - 1} = 3 - 4^{\frac{3}{x}}$;

15. $7^{-x+1.5} - 7^{1.5-1.5x} = 342 \cdot 7^{\left(\frac{5x}{4}\right)}$.

Вариант 2

Решить уравнения:

1. $\left(\frac{5}{6}\right)^{4x-1} = \left(\frac{36}{25}\right)^{-2}$; 2. $\sqrt[5]{2^{x-4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; 3. $5^x - 9 \cdot 5^{x-3} = 580$; 4. $3^{-2x+1} = 1944 \cdot 2^{2x+1}$;
5. $25^x - 120 \cdot 5^{x-1} - 25 = 0$; 6. $4 \cdot 6^{x-1} - 5^x - 5^{x-1} + 6^{x-2} = 0$; 7. $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x = 0$;

8. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} + 3^{x-3} = \sqrt{9^{4-x}} + 297$; 9. $\sqrt{3^x - 5} = 11 - 3^x$; 10. $5^{2x} - 7^{2x} = 0$; 11.

$\sqrt{17^{x-1}} = 102 \cdot 6^{x-4}$; 12. $9^{x+1} + 26 \cdot 3^x - 3 = 0$; 13. $4 \cdot 3^{4x} - 2^{4x-1} - 3^{4x+1} - 2^{4x} = 0$; 14.

$2^{-(x+4)} - \frac{1}{\sqrt{4^{x+5}}} = 72 - \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2}$; 15. $5 \cdot 4^{x^2} + 3 \cdot 10^{x^2} - 2 \cdot 25^{x^2} = 0$.

С29. Тождественное преобразование логарифмических и показательных выражений

Вариант 1

Вычислить:

1. $\log_{\sqrt{3}} 2^9$; 2. $\sqrt{\lg 10000}$; 3. $\log_2 27 - 2 \cdot \log_2 3 + \log_2 \frac{2}{3}$; 4. $\log_3 4 - 4 \cdot \log_3 2 + \log_3 \frac{4}{9}$; 5. $2^{\log_{\sqrt{2}} 5}$;

6. $\log_{\sqrt{2}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}$; 7. $25^{\frac{1}{\log_6 5}}$; 8. $49^{1-\log_7 14} + 5^{-\log_5 4}$; 9. $\log_3 64 \cdot \log_2 \frac{1}{27}$; 10. $0,8 \cdot (1 + 9^{\log_3 8})^{\log_{85} 5}$;

11. $3^{\log_{81}(2\sqrt{2-3})}$; 12. $3^{\frac{\log_6 32}{\log_6 4}} + 4^{\frac{\log_3 5}{\log_3 4}} - 5$; 13. $\log_{\sqrt{3}}(\sqrt{6} + \sqrt{3}) + \log_{\sqrt{3}}(\sqrt{6} - \sqrt{3})$; 14. $\frac{\sqrt{5^{4x}} : \sqrt[3]{4^x}}{\sqrt[4]{49^x} : \sqrt{70^x}}$;
 15. $\frac{2^{1+\log_9 45}}{5^{\log_9 36}}$.

Вариант 2

Вычислить:

1. $\log_{\sqrt{2}} 2^8$; 2. $\sqrt{\log_5 625}$; 3. $3^{\log_{\sqrt{3}} 4}$; 4. $\log_{\sqrt{5}} \log_3 243$; 5. $64^{\frac{2}{\log_8 8}}$; 6. $\log_5 8 - \log_5 2 + \log_5 \frac{25}{4}$;
 7. $\log_7 196 - 2 \cdot \log_7 2$; 8. $2 \cdot \log_2 6 + \log_2 \frac{35}{9} - \log_2 35$; 9. $\frac{3}{7} \cdot (\log_2 16 + 27^{\log_3 2})^{\log_2 49}$;
 10. $\log_3 \log_{27} \sqrt[3]{3 \cdot \sqrt[3]{3}}$; 11. $\log_4 \log_3^2 9$; 12. $\frac{\log_{a^2} 25}{\log_{(-a)} 5} + 1$; 13. $3^{\frac{\lg 5}{3}} + 5^{\frac{\lg 8}{4}} - 5^{1.5}$;
 14. $\log_2 \sqrt{(\sqrt{15} - 4)^2} + \log_2 (\sqrt{15} + 4)$; 15. $|\log_2 0,1 + 2| - |\log_2 0,1 - 2|$.

С30. Логарифмические уравнения

Вариант 1

Решить уравнения:

1. $\log_7 (2 - 5x) = 1$; 2. $\log_2 (x^2 - 3x - 2) = 1$; 3. $\log_3 (x - 2) = \log_{\frac{1}{3}} (x + 2)$; 4. $\log_2 \log_3 (x - 2) = 1$;
 5. $\log_3^2 (x - 1) - 5 \log_3 (x - 1) + 4 = 0$; 6. $\log_3 \frac{x - 1}{x + 2} = 2$; 7. $\log_3^2 (1 - x^2) = 1$; 8. $\sqrt{\log_5 (x + 2)} = 3$;
 9. $\log_3 \frac{x - 5}{4} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{4}$; 10. $\log_{\sqrt{2}} (x + 1) + 2 \cdot \log_2 (x + 1) = 4$;
 11. $\log_5 2 + \log_5 x + 2 \cdot \log_5 \sqrt{x - 1} = \log_5 (5x - 3)$; 12. $\lg^2 10x = \lg 10000$;
 13. $2 \cdot \log_{\sqrt{3}} 3 - \log_3 x - 4 \cdot \log_3 5 = 0$; 14. $5^{2 \log_5^2 x} - 4x^{\log_5 x} = 5$; 15. $|3x + 2|^{\log_{\sqrt{2}} [3x + 2]} = 4$.

Вариант 2

Решить уравнения:

1. $\log_2 (3 + 5 \cdot x) = 2$; 2. $\log_3 (x^2 - 2x + 4) = 1$; 3. $\log_2 (x - 1) = \log_{\frac{1}{2}} (x + 2)$; 4.
 $\log_3 \log_4 (x + 1) = 4$; 5. $\log_4^2 (x + 2) - 5 \cdot \log_4 (x + 2) + 6 = 0$; 6. $\log_3 \frac{x - 2}{x + 4} = 1$; 7.

$$\log_2^2(4-x^2)=4; \quad 8. \sqrt{\log_3(x-1)}=2; \quad 9. \log_{27}(x \cdot (x-3)) + \log_{27} \frac{x-3}{x} = 0; \quad 10.$$

$$\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{1-x} + \log_3(1-x) = 0,5$$

11.

$$\log_2(x-1) - 2 = \log_2(3x-7) - \log_2(x+1); \quad 12. \log_2^2 x^3 - 144 \cdot \log_2 \sqrt{x} - 81 = 0;$$

$$13. 16 \cdot \log_{1-3x} 2 + \log_2(1-3x) + \log_3 \frac{1}{27} = 5; \quad 14.; \quad 100^{\lg^2 x} - 9x^{\lg x} = 10 \quad 15. |4x-0,1|^{\log_{\sqrt{6}}|4x-0,1|} = 25.$$

С31. Показательные неравенства

Вариант 1

Решить неравенства:

$$1. 2^{x-5} > 64; \quad 2. \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2x}{3}} > 25; \quad 3. 147 \cdot 7^{x-2} - 3 \cdot 7^{2-x} \leq 0; \quad 4. \frac{440}{6^x} - 2 \cdot 6^x > 8 \cdot 6^{-x};$$

$$5. 2^{2x+1} - 3^{2x+1} < 3^{2x} - 7 \cdot 2^{2x}; \quad 6. 3^{2x+3} - 3^{x+4} < 3^x - 9; \quad 7. 5^{2x+1} - 5^{x+2} \leq 5^x - 5;$$

$$8. 7^{2x} - 6 \cdot 7^x - 7 < 0; \quad 9. \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x-1}{x+2}} \geq 4; \quad 10. (0,2)^{\frac{6x-1}{3-x}} < \left(\frac{1}{5}\right)^x; \quad 11. 5^{\frac{x}{2}+1} - 6 \cdot 3^{x-1} < \frac{2}{3} \cdot 5^{\frac{x}{2}+1} - 3^{x-1};$$

$$12. 3^x \cdot (3^x + 3^{3-x} - 28) < 0; \quad 13. 2^{2x+2} + 2 < 9 \cdot 2^x; \quad 14. \frac{4\sqrt{x-2}+1}{16x} > 4^{\sqrt{x-2}-2}; \quad 15. (x-3)^{x^2-9} < 1.$$

Вариант 2

Решить неравенства:

$$1. 3^{2-x} > 27; \quad 2. 2^{\frac{3x}{2}} > 8; \quad 3. 162 \cdot 3^{5-x} - 2 \cdot 3^{x-5} > 0; \quad 4. 5 \cdot 3^x - 2^{x+3} > 3^x + 2^x;$$

$$5. 0,2^x (5^{-x} + 5^{x+1} - 6) < 0; \quad 6. 3^{8x} - 4 \cdot 3^{4x} < -3; \quad 7. \left(\frac{2}{7}\right)^{3\left(x-\frac{1}{3}\right)} < \left(\frac{4}{49}\right)^{x^2}; \quad 8. \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{x}{1+2x}} > 36;$$

$$9. \frac{3\sqrt{x-3}}{3x+3} > 3^{\sqrt{x-3}-3}; \quad 10. 7 \cdot 3^{x-2} + 20 \cdot 3^{2-x} < 3^{x-2}; \quad 11. 250^{3-x} - 2 \cdot 5^{x-3} > 0; \quad 12. 5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 > 0;$$

$$13. 2^{2x} + 3 \cdot 2^x + 2 > 0; \quad 14. 2^{\sqrt{x+1}} - 1 < 3 \cdot 2^{2-\sqrt{x+1}}; \quad 15. \left(x + \frac{1}{2}\right)^{x^2 - \frac{1}{4}} > 1.$$

С32. Логарифмические неравенства

Вариант 1

Решить неравенства:

1. $\log_5(7-3x) \geq 1$; 2. $\lg(x^2+x-1) \geq 1$; 3. $\log_2(x-1) > \log_2(1-3x)$;

4. $\log_{\frac{1}{3}}(3x-1) - \log_{\frac{1}{3}}7 > 0$;

5. $\log_{0,5}\left(7-\frac{x}{2}\right) - \log_{0,25}4 < 0$; 6. $\log_{\frac{1}{4}}\log_5(x+2) < 0$; 7. $\lg^2(x+1) + 4 \cdot \lg(x+1) - 5 > 0$;

8. $\log_{\frac{3}{2}}\frac{2x-8}{x-2} \leq 0$; 9. $\log_{0,3}\frac{x-3}{x+2} \geq 1$; 10. $\log_{\frac{1}{2}}\frac{3x+5}{x+1} \geq -3$; 11. $\log_{\frac{1}{2}}(4-x^2) \geq 4$;

12. $\log_2^2(x^2-1) \geq 1$; 13. $\sqrt{\log_3(x-1)} \leq 2$; 14. $\frac{\log_3\left(\frac{x}{2}+2\right)}{\log_3\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{7}} < 0$; 15. $10^{\log_3\lg\left(\frac{1}{x}\right)} \geq 1$.

Вариант 2

Решить неравенства:

1. $\log_3(2-5x) \leq 1$; 2. $\lg(x^2-2x+2) \leq 1$; 3. $\log_3(x+1) < \log_3(2-4x)$;

4. $\log_{\frac{1}{2}}(5x+2) - \log_{\frac{1}{2}}5 < 0$; 5. $\log_2\left(5-\frac{x}{3}\right) - \log_48 > 0$; 6. $\log_{\frac{1}{3}}\log_4(x-2) > 0$;

$\log_5^2(x+2) + 8 \cdot \log_5(x+2) + 7 < 0$; 8. $\log_{\frac{1}{2}}\frac{x-3}{2x+4} \geq 0$; 9. $\log_2\frac{x+1}{x-3} \leq 1$;

10. $\log_{\frac{1}{3}}\frac{2x-5}{x-1} \leq -1$; 11. $\log_4^2(1-x^2) \leq 9$; 12. $\log_{\frac{1}{3}}(x^2-1) \geq 4$; 13. $\sqrt{\log_4(x+2)} \leq 1$;

14. $\frac{\lg\left(\frac{x}{2}+1\right)}{\lg\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{3}} < 0$; 15. $0,1^{\lg\log_2\left(\frac{2}{x}\right)} > 1$.

Раздел 8. Тригонометрия

С33. Тригонометрические функции и их свойства

Вариант 1

- $\alpha_1 = -\frac{7\pi}{6}, \alpha_2 = \frac{2\pi}{3}, \alpha_3 = \frac{5\pi}{4}$
1. Найти градусную меру угла этим углам точки на единичной окружности.
 2. Определить знак числа $\sin 22$.
 3. Сравнить числа: а) $\sin 10$ и $\sin 11$; б) $\sin 3$ и $\cos 5$.
 4. Расставить числа $\sin 121, 1, \frac{1}{2}, 0.85$ в порядке убывания
 5. Указать область определения функции $y = -\frac{1}{\cos x}$.
 6. Найти область значения функции: а) $y = 3 + \cos 5x$; б) $y = \sin^2 x - 4 \sin x + 7$.
 7. Найти наименьшее целое число, принадлежащее области значения функции $y = 5 + \sqrt{29} \sin 3x - \sqrt{7} \cos 3x$.
 8. Найти наименьший положительный период T функции $y = \cos \frac{3x}{2} - 2 \sin \frac{9x}{10} + \cos \frac{6x}{5}$
 9. Схематически построить график функции: а) $y = \sin 2x$ б) $y = \left(\cos \frac{x}{3} - \cos y \right) = \cos - |\cos |$

Вариант 2

- $\alpha_1 = -\frac{5\pi}{3}, \alpha_2 = \frac{7\pi}{6}, \alpha_3 = -\frac{3\pi}{4}$
1. Найти градусную меру угла этим углам точки на единичной окружности.
 2. Определить знак числа $\cos 2001^\circ$.
 3. Сравнить числа: а) $\cos 10^\circ$ и $\cos 11^\circ$; б) $\sin 25^\circ$ и $\cos 39^\circ$.
 4. Расставить числа $\sin 11^\circ, 1, 0, \sin 10^\circ$ в порядке убывания.
 5. Указать область определения функции $y = \frac{1}{\sin x}$.
 6. Найти область значения функции: а) $y = 5 - \sin 3x$, б) $y = \cos^2 x + 6 \cos x - 1$.
 7. Найти наименьшее целое число, принадлежащее области значения функции $y = \sqrt{6} \cos 2x + \sqrt{19} \sin 2x - 3$
 8. Найти наименьший положительный период T функции $y = \sin \frac{2x}{15} - 3 \cos \frac{4x}{21} + \sin \frac{6x}{35}$
 9. Схематически построить график функции: а) $y = \cos \frac{x}{3}$; б) $y = \cos 2x$; в) $y = \sin x + |\sin |$

С34. Преобразование тригонометрических выражений

Вариант 1

1. Выразить угол $\alpha = -210^\circ$ в радианах и найти для него $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$.

a) $\sin 15^\circ$; б) $\cos \frac{\pi}{8}$; в) $\operatorname{tg} 142^\circ 30'$.

2. Вычислить:

3. Вычислить:

a) $3 \operatorname{tg} \frac{107\pi}{6} + 4 \sin \frac{37\pi}{6}$; б) $\sin 19^\circ \cdot \cos 26^\circ + \sin 26^\circ \cdot \cos 19^\circ$; в) $\frac{10 \sin 40^\circ \sin 50^\circ}{\cos 10^\circ}$;

г) $\operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 2^\circ \cdot \operatorname{tg} 3^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{tg} 89^\circ$; д) $\sin^6 \frac{\pi}{8} + \cos^6 \frac{9\pi}{8}$; е) $\frac{1}{\cos 105^\circ} + \frac{1}{\sin 285^\circ}$.

4. Вычислить $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

5. Вычислить $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = 0.8$ и $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

6. Вычислить $\cos(\alpha - \beta)$, если $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$, $\cos \beta = -\frac{2}{3}$, $\alpha, \beta \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

7. Вычислить $\operatorname{ctg} \left(\frac{7\pi}{2} - 4\alpha\right)$, если $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{1}{3}$.

8. Вычислить $\frac{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{2 \sin 2\alpha - \cos 2\alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{5}$.

9. Вычислить $\operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 3$.

10. Найти $\sin 3\alpha$, если известно, что $6 \cos^2 \alpha \geq 4 + \sin \alpha$ и $\cos 2\alpha = \frac{1}{9}$.

11. Определить, при каких значениях α имеет место равенство $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha$

12. Упростить выражение $\sqrt{\frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{2 \sin \alpha + \sin 2\alpha}}$, если $\pi < \alpha < 2\pi$,

13. Упростить выражение $2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) + 1$

14. Упростить произведение $\cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{4} \cdot \cos \frac{\alpha}{8} \cdot \dots \cdot \cos \frac{\alpha}{2^n}$.

15. Доказать тождество $\frac{\cos^3 \alpha - \cos 3\alpha}{\sin^3 \alpha + \sin 3\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$.

16. Доказать, что если α, β, γ - внутренние углы некоторого треугольника, то

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}.$$

17. Доказать, что если $\alpha + \beta + \gamma = \frac{3\pi}{2}$, то $\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma = \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \gamma$.

18. Пусть углы α и β таковы, что $0 < \alpha + \beta < \pi$, а их тангенсы $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{tg} \beta$ являются корнями уравнения $x^2 + 5\sqrt{3}x - 4 = 0$. Найти сумму $\alpha + \beta$.

Вариант 2

1. Выразить угол $\alpha = 360^\circ$ в радианах и найти для него $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$

а) $\sin 22^\circ 30'$; б) $\cos \frac{\pi}{12}$; в) $\operatorname{ctg} 255^\circ$.

2. Вычислить:

а) $\frac{1 + \sin 1235^\circ - \cos 1015^\circ}{2 \cos^2 675^\circ}$; б) $\cos \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{3}$; в) $\frac{\operatorname{ctg} 15^\circ + 1}{2 \operatorname{ctg} 15^\circ}$;

3. Вычислить:

а) $\sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ$; б) $\sin^8 \frac{13\pi}{12} - \cos^8 \frac{11\pi}{12}$; в) $\frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ$.

4. Вычислить $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ и $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.

5. Вычислить $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = -0.8$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

6. Вычислить $\sin(\alpha + \beta)$, если $\sin \alpha = \frac{8}{17}$, $\sin \beta = \frac{15}{17}$, $\alpha, \beta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

7. Вычислить $\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$, если $\sin 2\alpha = \frac{1}{3}$.

8. Вычислить $\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 0.3$.

9. Вычислить $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$, если $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha = 7$ и $270^\circ < \alpha < 360^\circ$.

10. Найти $\sin \alpha + 2 \cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = -2$.

11. Найти отношение $\frac{\operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha}$, если известно что $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{p}{q}$.

12. Упростить выражение $\sin^3 \alpha \cos 3\alpha + \cos^3 \alpha \sin 3\alpha$.

13. Упростить выражение $\frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} - \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1} - \sin \alpha$.

14. Упростить дробь $\frac{\sin 4\alpha + \sin 5\alpha + \sin 6\alpha}{\cos 4\alpha + \cos 5\alpha + \cos 6\alpha}$.

15. Доказать тождество $4 \sin \alpha \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin 3\alpha$.

16. Доказать, что если α, β, γ - внутренние углы некоторого треугольника, то $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma - 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma = 2$.

17. Доказать, что если $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$, то $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \gamma = 1$.

18. Пусть углы α и β таковы, что $0 < \alpha + \beta < \pi$, а их тангенсы $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{tg} \beta$ являются корнями уравнения $x^2 + 3\sqrt{3}x + 4 = 0$. Найти сумму $\alpha + \beta$.

С35. Обратные тригонометрические функции

Вариант 1

1. Найти область определения и область значений функции:

а) $y = \arccos \sqrt{x}$; б) $y = \arcsin \sqrt{x^2 - 1}$; в) $y = \operatorname{arctg} \frac{2x}{1+x^2}$; г) $y = 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$.

2. Доказать формулу и указать область допустимых значений:

а) $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2}$; б) $\operatorname{tg}(\arccos x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$; в) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} x) = \frac{1}{x}$; г) $\sin(\operatorname{arctg} x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

а) $\sin\left(2 \arccos \frac{3}{5}\right)$; б) $\cos\left(\frac{1}{2} \arccos \frac{1}{9}\right)$; в) $\cos\left(300 \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$;

Вычислить:

г) $\sin(3 \arcsin 1 + \arcsin 0.8)$; д) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 2 + \operatorname{arctg} 3)$; е) $\operatorname{ctg}(3 \operatorname{arctg} 2)$.

3. Вычислить: а) $\arccos(\sin 490^\circ)$; б) $\arcsin(\sin 580^\circ)$; в) $\operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} 5)$.

4. Вычислить: а) $2 \arcsin \frac{1}{6} - \arccos \frac{17}{18}$; б) $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{4} + \operatorname{arctg} \frac{2}{9}$.

5. Решить уравнение: а) $\arcsin(2x^2 + 3x - 8) = \frac{\pi}{2}$; б) $\arccos x = \operatorname{arctg} x$.

6. Решить неравенство $\arcsin(x-1) < -\frac{\pi}{6}$.

Вариант 2

1. Найти область определения и область значений функции:

а) $y = \arcsin \sqrt{x+1}$; б) $y = \arccos \frac{1}{2x-5}$; в) $y = \operatorname{arctg} \frac{4x}{4+x^2}$; г) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{1-x^2}$.

2. Доказать формулу и указать область допустимых значений:

а) $\sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2}$; б) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) = \frac{1}{x}$; в) $\cos(\operatorname{arctg} x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$; г) $\operatorname{ctg}(\arcsin x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$.

Вычислить:

а) $\cos\left(2 \arcsin \frac{1}{3}\right)$; б) $\sin\left(\frac{1}{2} \arccos \frac{4}{7}\right)$; в) $\sin\left(200 \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$; г) $\sin(6 \operatorname{arctg} \sqrt{3} - \arccos 0.6)$

3. Вычислить: а) $\arcsin(\cos 490^\circ)$; б) $\arccos(\cos 580^\circ)$; в) $\arccos(\sin 5.3)$.

4. Вычислить: а) $\arctg \frac{1}{5} + \arctg \frac{2}{3}$; б) $\arcsin \frac{4}{5} + \arccos \frac{12}{13} + \arcsin \frac{16}{65}$.
 в) $\sin(6\arctg\sqrt{3} - \arccos 0.6)$; д) $\operatorname{ctg}(\arctg 3 - \arctg 2)$; е) $\operatorname{tg}(3\arctg 5)$.
5. Решить уравнение: а) $2\arctg x + 3\arctg x = 5$; б) $\arcsin 2x = 2\arcsin x$.
6. Решить неравенство $\arccos \frac{1}{x} \geq \frac{\pi}{3}$.

С36. Тригонометрические уравнения

Вариант 1

Решить уравнения:

1. а) $\sin \frac{3}{2}x = \frac{1}{2}$; б) $\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{10}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$; в) $\operatorname{tg} \pi x = -1$; д) $\operatorname{ctg}(3x - 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.
2. а) $\sin^2(35^\circ + x) = \frac{1}{2}$; б) $3\operatorname{tg}^2\left(\pi x - \frac{\pi}{8}\right) = 1$.
3. а) $6\cos^2 x - 5\sin x + 5 = 0$; б) $3 + \cos 2x + 3\sqrt{2}\cos x = 0$;
 в) $\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x = 4$; д) $1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2}\right) = \cos(21\pi - x)$.
4. а) $\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos 5x$; б) $\frac{\sin 3x}{\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)} = -1$.
5. Найти корни уравнения $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{7\pi}{6}\right]$.
6. Решить уравнение: а) $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$; б) $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x - 2 = 0$.
7. Решить уравнение $\cos 60^\circ \sin 5x + \sin 60^\circ \cos 5x = -\frac{1}{2}$.
8. Решить уравнение $\cos x \cos 2x = \cos 3x$.
9. Решить уравнение $\sin 3x + \sin 7x = 2\sin 5x$.
10. Решить уравнение $\cos^2(45^\circ + x) = \cos^2(45^\circ - x) + \sqrt{5}\cos x$.
11. Решить уравнение: а) $\sin 3x \cos x = \sin 5x \cos 3x$; б) $\cos(x + 70^\circ)\cos(x + 10^\circ) = \frac{1}{2}$.

- $\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$,
12. Найти корни уравнения $\sin x \cos 3x - 1 = \sin x - \cos 3x$ удовлетворяющие условию $0^\circ < x < 90^\circ$.
13. Решить уравнение а) $2 \sin x + \cos x = 0$; б) $10 \sin^2 x + 5 \sin x \cos x + \cos^2 x = 3$.
14. Решить уравнение: $3 \sin 2x - 4 \cos 2x = 5$
 а) с помощью введения вспомогательного аргумента;
 б) приведя его к однородному уравнению II порядка.
15. Найти корни уравнения $\cos^3 x + \sin^3 x = \cos 2x$, удовлетворяющие условию $-90^\circ < x < 90^\circ$.
16. Решить уравнение $\cos x \cdot \cos 2y = -1$.
17. Решить уравнение $\sqrt{\cos 2x} = 1 + 2 \sin x$.
18. Решить уравнение $\sin x + 2 \sin 2x + \sin 3x = |1 + 2 \cos x + \cos 2x|$.
19. Решить уравнение $\operatorname{ctg} \left(-\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi\sqrt{3}}{9} \cos x \right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.
20. Решить уравнение

Вариант 2

Решить уравнения:

1. а) $\cos \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$; б) $\sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{3} \right) = \sqrt{3}$; г) $\operatorname{tg} (45^\circ - 2x) = 1$.
2. а) $2 \cos^2 \left(45^\circ - \frac{3}{2}x \right) = 1$; б) $\operatorname{ctg}^2 \left(\pi x + \frac{\pi}{12} \right) = \frac{1}{3}$.
3. а) $\cos 2x + \sqrt{2} \sin x = 1$; б) $4(\cos^2 x + \cos 2x) + 3 \sin(270^\circ + x) = 2$;
 в) $2 \operatorname{tg}^2 x + 3 = \frac{4}{\cos x}$; г) $\operatorname{tg} (x - \pi) - 3 \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = 2$.
4. а) $\sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 4x$; б) $\frac{\cos 3x}{\sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right)} = -1$.
5. Найти корни уравнения $\sin(2x + 60^\circ) = \cos(2x - 30^\circ)$, принадлежащие отрезку $[-270^\circ; 180^\circ]$.
6. Решить уравнение: а) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = -\sqrt{2}$; б) $\cos \frac{x}{4} - \sin \frac{x}{4} = 1$.
7. Решить уравнение $\cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x = 1$.
8. Решить уравнение $\sin x \sin 5x = \cos 4x$.

9. Решить уравнение $\sin x + \sin 3x = \sin 2x$.

10. Решить уравнение $\sin^2(45^\circ + x) = \sin^2(45^\circ - x) + \sqrt{7} \cos x$.

11. Решить уравнение: а) $\sin 2x \cos 5x = \sin 3x \cos 4x$; б) $\cos(x + 70^\circ) \cos(20^\circ - x) = \frac{1}{2}$.

12. Найти корни уравнения $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$, удовлетворяющие условию $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

13. Решить уравнение $2 \cos 3x + \sin x = 1 + \sin 2x$.

14. Решить уравнение: а) $\sin x - 2 \cos x = 0$; б) $2 \cos^2 x - 3 \sin x \cos x + 5 \sin^2 x = 3$.

15. Решить уравнение: $\cos 2x + 3 \sin 2x = 2$

а) с помощью введения вспомогательного аргумента;

б) приведя его к однородному уравнению II порядка.

16. Найти корни уравнения $\cos^3 x - \sin^3 x = \sin^2 x - \cos^2 x$, удовлетворяющие условию $0^\circ < x < 60^\circ$.

17. Решить уравнение $\sin^6 x + \cos^7 x = 1$.

18. Решить уравнение $3 - 4 \sin x = \sqrt{2 \sin x - 1}$.

19. Решить уравнение $\sin x - 2 \sin 2x + \sin 3x = |1 - 2 \cos x + \cos 2x|$

20. Решить уравнение $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi\sqrt{2}}{4} \sin x\right) = 1$.

С37. Тригонометрические неравенства и системы

Вариант 1

Решить:

1. а) $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3}, \\ \sin x + \sin y = \frac{1}{2}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \cos^2 x + \sin^4 y = \frac{3}{4}; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3}, \\ \cos x \cos y = \frac{1}{2}. \end{cases}$

2. а) $\begin{cases} \cos x + \cos y = \frac{1}{2}, \\ \sin^2 x + \sin^2 y = \frac{7}{4}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3 \operatorname{tg} x - 2 \cos y = 5, \\ 2 \operatorname{tg} x - 4 \cos y = 2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2}, \\ \cos x \cos y = \frac{1}{4}. \end{cases}$

3. $\begin{cases} \operatorname{tg} x \operatorname{tg} z = 3, \\ \operatorname{tg} y \operatorname{tg} z = 6, \\ x + y + z = \pi. \end{cases}$

4.

$$a) \sin x < \frac{1}{2}; x) \cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{б) } \operatorname{tg} x \geq \sqrt{3}; x) \operatorname{ctg} x < 0; x) \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}; x) \cos x > -1;$$

$$\text{ж) } \operatorname{tg} x < 1; \quad \text{з) } \operatorname{ctg} x \geq 2.$$

$$5. \quad \sin\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{12}\right) < \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$6. \quad a) \sin 3x \leq \cos 3x \quad \text{б) } x) \sin x - \sqrt{x} \sin x > 1.$$

$$7. \quad \sin^2 x - \cos^2 x - 3 \sin x + 2 \leq 0.$$

$$8. \quad \sin 2x (\cos 3x - 1) < 0.$$

Вариант 2

Решить:

$$a) \begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3}, \\ \cos x - \cos y = \sqrt{3}; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3}, \\ \cos x \cos y = \frac{3}{4}; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \frac{\sin x}{\sin y} = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

1.

2.

$$a) \begin{cases} 2 \sin x + \cos y = 2, \\ 3 \sin x - \frac{1}{2} \cos y = 1; \end{cases} \quad б) \begin{cases} \cos x + \cos y = 5, \\ \cos \frac{x}{2} + \cos \frac{y}{2} = \frac{\sqrt{2}-2}{2}; \end{cases} \quad в) \begin{cases} \sin x \cos(x+y) + \sin(x+y) = 3 \cos(x+y) \\ 5 \sin x = \operatorname{tg}(x+y). \end{cases}$$

$$3. \quad \begin{cases} \operatorname{tg} x \operatorname{tg} z = 2, \\ \operatorname{tg} y \operatorname{tg} z = 18, \\ x + y + z = \pi. \end{cases}$$

3.

$$4. \quad a) \sin x < -1; x) \cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{б) } \operatorname{tg} x \leq 0; x) \operatorname{ctg} x \geq \sqrt{3}; x) \sin x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}; x) \cos x < -\frac{1}{2};$$

4.

$$\text{ж) } \operatorname{tg} x < 1 - 3; \quad \text{з) } \operatorname{ctg} x \leq \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$5. \quad \cos\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{8}\right) \geq -\frac{1}{2}.$$

5.

$$6. \quad a) \sin x > \cos x \quad \text{б) } \cos 3 + \sqrt{3} \sin 3 \leq -\sqrt{2}.$$

$$7. \quad \cos^2 2x + \cos^2 x \leq 1.$$

7.

$$8. \quad \operatorname{tg}^3 x + 3 > 3 \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x.$$

8.

Раздел 9. Векторы

С38. Векторы, координаты

Вариант 1

1. Определить, при каких значениях параметра t длина вектора $\vec{a}(-2; 2t; 3)$ не превосходит длину вектора $\vec{b}(-t; -5; 6)$.
2. Даны точки $A(-2; t; 1)$, $B(-1; 0; 2)$, $C(u; 4; v)$. При каких значениях t , u , v $\vec{BC} = 2\vec{AB}$?
3. Даны вектора $\vec{a}(1; t; 2)$, $\vec{b}(2t; 3; -1)$, $\vec{c}(0; 2; t)$. Определить, при каком значении параметра t вектор \vec{a} перпендикулярен вектору $\vec{b} - \vec{c}$.
4. Определить, при каких значениях u и v векторы $\vec{a}(u+2; 4; 4)$ и $\vec{b}(3; v; -2)$, коллинеарные.
5. Найти угол между векторами $\vec{a}(2; 2; -1)$ и $\vec{b}(3; 0; -4)$.
6. При каких значениях параметра t угол между векторами $\vec{a}(6; -2; -t)$ и $\vec{b}(3; 0; 2t)$ тупой.
7. Найти $\angle A$ в треугольнике с вершинами $A(16; -14)$, $B(14; -13)$ и $C(17; -17)$.
8. Дан треугольник с вершинами $A(2; 1; -1)$, $B(7; 2; -3)$ и $C(3; 4; 13)$. Найти медиану, проведенную из вершины A .
9. Найти периметр треугольника с вершинами $A(2; 1; -1)$, $B(7; 2; -3)$, $C(3; 4; 13)$.
10. Найти длину вектора \vec{a} , если $|\vec{b}| = 6$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 11$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$.
11. Угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 60° , $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$. Найти длину вектора $\vec{a} + \vec{b}$.
12. Даны вектора $\vec{a}(1; -2)$, $\vec{b}(-1; 7)$, $\vec{c}(3; 1)$. Найти коэффициенты x и y в разложении $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b}$.

Вариант 2

1. Определить, при каких значениях параметра t длина вектора $\vec{a}(5; -6; -t)$ больше длины вектора $\vec{b}(3; -2t; 2)$.
2. Даны точки $A(t; 1; -2)$, $B(0; 2; -1)$, $C(4; v; u)$. При каких значениях t , u , v $\vec{BC} = 3\vec{AB}$?
3. Даны вектора $\vec{a}(t; 2; -1)$, $\vec{b}(6; -3; 3)$. Определить, при каком значении параметра t вектор $\vec{a} + \vec{b}$ перпендикулярен вектору $\vec{a} - \vec{b}$.
4. Определить, при каких значениях u и v векторы $\vec{a}(u^2; u+2v; 4)$ и $\vec{b}(u; u-v; -2)$ коллинеарные.
5. Найти угол между векторами $\vec{a}(-4; 3; 0)$ и $\vec{b}(-1; 2; 2)$.

6. При каких значениях параметра t угол между векторами тупой $\vec{a}(2t; -3; 0)$ и $\vec{b}(t; 6; 2)$, острый?
7. Найти $\angle C$ в треугольнике с вершинами $A(13; -14)$, $B(17; -17)$ и $C(14; -16)$.
8. Дан треугольник с вершинами $A(2; 7; -3)$, $B(1; 2; -1)$ и $C(4; 3; 13)$. Найти медиану, проведенную из вершины B .
9. Найти периметр треугольника с вершинами $A(-1; 1; 2)$, $B(1; 3; 3)$, $C(-3; 7; 5)$.
10. Найти длину вектора $\vec{a} + \vec{b}$, если $|\vec{b}| = 19$, $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 22$.
11. Угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 120° , $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$. Найти длину вектора $\vec{a} - \vec{b}$.
12. Даны вектора $\vec{a}(7; -1)$, $\vec{b}(-1; 3)$, $\vec{c}(-2; 1)$. Найти коэффициенты x и y в разложении $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b}$.

Раздел 10. Нестандартные задачи

С39. Методы, основанные на ограниченности функции

Вариант 1

Решить:

- 1) $2^{x^2-4x+5} = 1 + \sin^2 \frac{\pi x}{4}$ 2) $\sin x + \sin 9x = 2$. 3) $\cos x + \cos y - \cos(x+y) = \frac{3}{2}$
- 4) $t g^2 x + 2tgx \cdot (\sin y + \cos y) + 2 = 0$
- 5) $5x^2 + 5y^2 + 8xy + 2x - 2y + 2 = 0$.
- 6) $\sin 3x - 2\sin 18x \sin x = 3\sqrt{2} - \cos 3x + 2\cos x$.
- 7) $\sqrt{\frac{3}{2}x^2 - 2y^2 + 2z^2 + 10z + 6y} + \frac{\sqrt{3}}{2}x - 17 + \sqrt{3x^2 - 2\sqrt{3}(\cos \pi y + \cos \pi z)x + 4} = 0$.
- 8) $\begin{cases} y^2 + 4y \cos x + 4 = 0, \\ x|y|(x^2 + 3y^2) = 2\pi^3 + 24\pi. \end{cases}$
- 9) $\cos^2 x \cdot \sin(\sin x) + \sin x \cdot \cos(\sin x) > 0$
- 10) $\begin{cases} 4^{x+y-1} + 3 \cdot 4^{2y-1} \leq 2, \\ x + 3y \geq 2 - \log_4 3. \end{cases}$

Вариант 2

Решить:

- 1) $7^{x^2-10x+26} = 4 + 3\sin^2 \frac{\pi x}{10}$. 2) $\cos 3x + \cos \frac{5}{2}x = 2$. 3) $\sin x \cdot \cos y \cdot \sin(x+y) + \frac{1}{8} = 0$.

- 4) $x^2 + 2x \sin(xy) + 1 = 0$ 5) $10x^2 + 5y^2 - 2xy - 38x - 6y + 41 = 0$.
 6) $2\sqrt{3} \sin 5x - \sqrt{3} \sin x = \cos 24x \cdot \cos x + 2 \cos 5x - 6$.
 7) $\sqrt{15x^2 + 2y^2 - 2z^2 - 3\sqrt{5}x - 2y + 10z - 4} + \sqrt{5x^2 - 2\sqrt{5} \cos \pi y \cdot \cos \pi z + 1} = 0$.
 8) $\begin{cases} x^2 + 2x \sin y + 1 = 0, \\ 8|x|y(x^2 + y^2) + \pi^2 + 4\pi = 0. \end{cases}$ 9) $\cos\left(\pi\left(x + \frac{1}{2} \sin \pi x\right)\right) + (\sin^2 x + \sin \pi x)^2 \leq -1$
 10) $\begin{cases} 3^{x+2y-1} + 2 \cdot 3^{3y-1} \leq 2, \\ x + 5y \geq 2 - \log_3 2 \end{cases}$

С40. Методы, основанные на монотонности функций

Вариант 1

Решить:

- 1) $2^x = -2x + 4$. 2) $1 + \sqrt{2-x} = x^3 - \frac{1}{x-2}$. 3) $5^x + 12^x = 13^x$. 4) $\sqrt[3]{x} + 1 = 2(2x-1)^3$.
 5) $\log_2(1 + \sqrt{x}) = \log_3 x$. 6) $\log_{2\sqrt{2+\sqrt{3}}}(x^2 - 2x - 2) = \log_{2+\sqrt{3}}(x^2 - 2x - 3)$.
 7) $\begin{cases} x \cdot 2^{x-y+1} + 3y \cdot 2^{2x+y} = 2; \\ 2x \cdot 2^{2x+y} + 3y \cdot 8^{x+y} = 1. \end{cases}$ 8) $\sqrt[3]{3-5x} - \sqrt[3]{x+1} \leq 2$. 9) $\log_2(2-3x) > 4x + 1$.
 10) $\frac{6}{2x+1} > \frac{1 + \log_2(2+x)}{x}$.

Вариант 2

Решить:

- 1) $\sqrt{x-1} + x = \frac{3}{x-1}$ 2) $\sqrt[3]{2x-1} + \sqrt[8]{7x-6} = 2$. 3) $3^x + 4^x = 5^x$. 4) $3\sqrt[3]{3x+2} - 2^{1-2x} + 11 = 0$.
 5) $\log_2(4-x) = x-3$. 6) $\frac{\log_2(x^2-4x-2)}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \log_{\frac{1}{2-\sqrt{3}}}(x^2-4x-3)$.
 7) $\begin{cases} \sqrt{y^2-7} + \sqrt{x+y^2-7} = x; \\ \sqrt{x^2+2} + \sqrt{y+x^2+2} = y. \end{cases}$ 8) $\sqrt[3]{2x-1} + \sqrt[3]{x+7} > 3$. 9) $\log_2(x \cdot 2^{x^2}) \geq 1 + 2x$. 10) $\frac{2 + \log_3 x}{x-1} < \frac{6}{2x-1}$.

С41. Методы основанные на симметрии алгебраических выражений

Вариант 1

1. Найти длину отрезка, концы которого лежат на графике функции

$$f(x) = 2|x|^3 - 7x^2 + 2^{|x|} + x - \frac{16}{x} + \cos x,$$

а ось ординат является для него серединным перпендикуляром.

2. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $x^2 - 2a \sin(\cos x) + a^2 = 0$ имеет единственное решение.

3. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $\cos x - 2\sqrt{x^2 + 9} \leq -\frac{(x^2 + 9)}{a + \cos x} - a$ имеет единственное решение.

$$\begin{cases} (2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x - 5 = a - 2y + y^2 \\ x^2 + (2 - a - a^2)y^2 = 0 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

4. Найти все значения параметра a , при которых система имеет единственное решение.

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{|x|} + 5 \cdot |x| + 4 = 3y + 5x^2 + 3a \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

5. Найти все значения параметра a , при которых система имеет единственное решение.

$$2^{\frac{2x}{1+x^2}} + a \cdot \cos\left(\frac{x^2-1}{x}\right) + a^2 - \frac{5}{4} = 0$$

6. Найти все значения параметра a , при которых уравнение имеет единственное решение.

Вариант 2

1. Найти длину отрезка, концы которого лежат на графике функции $f(x) = 5^{x^2} + \cos x^2 + x^2 + x - \frac{25}{x} - 25$, а ось ординат является для него серединным перпендикуляром.

2. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $a^2 x^2 - a \cdot \operatorname{tg}(\cos x) + 1 = 0$ имеет единственное решение.

3. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $\cos 2x + a \leq 2\sqrt{x^2 + 16} - \frac{(x^2 + 16)}{a + \cos 2x}$ имеет единственное решение.

4. Найти все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} (3 - 2\sqrt{2})^y + (3 + 2\sqrt{2})^y - 3a = x^2 + 6x + 5 \\ y^2 - (a^2 - 5a + 6)x^2 = 0 \\ -6 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

5. Найти все значения параметра a , при которых система $\begin{cases} |5 \cdot 2^{|x|} + 3 \cdot |x| - 2 = 5y + 3x^2 - 5a \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ имеет единственное решение.

6. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$2 - \frac{4x}{1+x^2} - a \cdot \sin\left(\frac{\pi(x^2+x+1)}{2x}\right) - \frac{a^2}{2} - \frac{11}{8} = 0$$

имеет единственное решение.

Раздел 11. Планиметрия

С42. Планиметрия

Вариант 1

- Внешний угол при вершине равнобедренного треугольника равен 100° . Найти внешний угол при основании этого треугольника.
- В равнобедренном треугольнике основание относится к боковой стороне как $2:3$. Найти длину боковой стороны, если периметр у треугольника равен 16 .
- Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 10 . Найти длину медианы к гипотенузе в этом треугольнике.
- Основание треугольника равно $7\sqrt{2}$. Найти длину отрезка прямой, параллельной основанию и делящей площадь треугольника пополам.
- Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если сумма его внутренних углов равна 5760° .
- Трапеция, высота которой равна $5\sqrt{3}$, равновелика равностороннему треугольнику со стороной $2\sqrt{3}$. Найти среднюю линию трапеции.
- В трапеции, площадь которой равна 161 , высота равна 7 , а разность параллельных сторон равна 11 . Найти длину большего основания.
- Определить площадь сектора, если его радиус равен 10 , а центральный угол составляет 2 рад.
- Длина хорды равна $3\sqrt{3}$. Найти расстояние от центра окружности до хорды, если она стягивает дугу в 120° .
- Две окружности касаются друг друга извне. Две их общие касательные пересекаются под углом 60° . Найти радиус большей окружности, если радиус меньшей окружности равен $13,5$.
- Периметр прямоугольного треугольника равен 24 , а радиус описанной около него окружности равен 5 . Найти радиус вписанной окружности.
- В равнобедренном треугольнике высота равна 16 , а боковая сторона относится к основанию как $5:6$. Определить радиус вписанной окружности.
- Две стороны треугольника равны 3 и 4 , а медианы к этим сторонам перпендикулярны между собой. Найти третью сторону треугольника.
- Площадь равнобедренного треугольника с тупым углом при вершине равна 48 , а боковая сторона этого треугольника равна 10 . Найти длину основания треугольника.
- Диагональ трапеции делит её среднюю линию на части пропорционально числам 3 и 2 . Найти большее основание трапеции, если меньшее основание равно 24 .

Вариант 2

- Внешний угол при основании равнобедренного треугольника равен 110° . Найти внешний угол при вершине этого треугольника.
- В равнобедренном треугольнике основание относится к боковой стороне как $4:3$. Найти длину основания, если периметр треугольника равен 20 .
- Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 7 . Найти длину медианы к гипотенузе в этом треугольнике.

4. Основание треугольника равно $4\sqrt{2}$. Найти длину отрезка прямой, параллельной основанию и делящей площадь треугольника пополам.
5. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если сумма его внутренних углов равна 5220° ?
6. Параллелограмм, длина основания которого равна $\sqrt{3}$, равновелик равностороннему треугольнику со стороной $3\sqrt{2}$. Найти высоту параллелограмма.
7. Основания равнобедренной трапеции равны 13 и 17. Найти площадь трапеции, если её диагонали взаимно перпендикулярны.
8. Определить площадь сектора, если его радиус равен 8 и центральный угол составляет 4 рад.
9. Найти длину хорды, если она стягивает дугу окружности величиной в 90° , а радиус окружности равен $\frac{3\sqrt{2}}{16}$.
10. Из одной точки к окружности проведены две касательных, длина каждой равна 13, а расстояние между точками касания равно 24. Найти длину радиуса окружности.
11. Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности равен 3,5, а периметр треугольника равен 36. Найти радиус описанной окружности.
12. В равнобедренном треугольнике высота равна 32, а боковая сторона относится к основанию как 2:1. Определить радиус вписанной окружности.
13. Две стороны треугольника равны $12\sqrt{5}$ и $16\sqrt{5}$, а медианы к этим сторонам перпендикулярны между собой. Найти третью сторону треугольника.
14. Площадь равнобедренного треугольника с тупым углом при вершине равна 192, а боковая сторона этого треугольника равна 20. Найти длину основания этого треугольника.
15. Биссектриса прямого угла разделила гипотенузу на отрезки 6 и 8. Найти площадь треугольника.

Раздел 12. Производная

С43. Производная

Вариант 1

1. Найти $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$, если $f(x) = x \cos 3x$.
2. Найти $f'(0) + f'(\pi)$, если $f(x) = x^2 \sin \frac{x}{2}$.
3. Решить уравнение $f'(x) = \varphi'(x)$, если $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 1$, $\varphi(x) = \frac{x^2}{2} - x - 2$.
4. Решить уравнение $f'(x) + 2\varphi(x) = 0$, если $f(x) = \frac{x^3}{2} - 3x^2 - 5x - 2$, $\varphi(x) = x + 4$.
5. Решить неравенство $f'(x) < 0$, если $f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x - 1$.
6. Найти производную $f'(1)$, если $f(x) = 2^{x^2-4x} + \frac{\ln x}{x}$.

7. Написать уравнение касательной к графику функции, если $f(x) = 2x^3 - 3x + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

8. В какой точке (точках) касательная к графику функции $y = \frac{x+2}{x-2}$ образует угол 135° с осью Ox ? Записать уравнение касательной (касательных) в этой точке (точках).

9. В какой точке касательная к параболе $y = x^2 - 7x + 3$ параллельна прямой $5x + y - 3 = 0$?

10. Под углом синусоида $y = \sin x$ пересекает ось абсцисс в начале координат.

11. Найти уравнение параболы $y = x^2 + bx + c$, которая касается прямой $y = x$ в точке $M(1;1)$.

12. Найти интервал убывания функции $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x - 4$.

13. Найти интервалы возрастания функции $f(x) = \frac{x-3}{x+3}$.

14. Найти максимум функции $f(x) = -x^3 + 12x - 20$.

15. Найти множество значений функции $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 24x + 15$, где $x \in [0;2]$.

Вариант 2

1. Найти $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$, если $f(x) = x^2 \sin 3x$.

2. Найти $f'(0) + f'(\pi)$, если $f(x) = x \cos \frac{x}{2}$.

3. Решить уравнение $f'(x) = \varphi'(x)$, если $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{7}{2}x^2 + 4x - 5$, $\varphi(x) = -\frac{x^2}{2} - x + 4$.

4. Решить уравнение $f'(x) + 2\varphi(x) = 0$, если $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 5x - 1$, $\varphi(x) = -x + 4$.

5. Решить неравенство $f'(x) < 0$, если $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 5x - 4$.

6. Найти производную $f'(1)$, если $f(x) = 5^{-x^2+2x} + \frac{e^{2x}}{x}$.

7. Написать уравнение касательной к графику функции, если $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

8. В какой точке (точках) касательная к графику функции $y = \frac{x-1}{x+1}$ образует угол $\alpha = \arctg 2$ с осью Ox ? Записать уравнение касательной в этой (касательных) точке (точках).

9. В какой точке касательная к параболе $y = x^2 - 5x + 3$ параллельна прямой $x + y - 4 = 0$.

10. Под каким углом косинусоида $y = \cos x$ пересекает ось абсцисс в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{2}$.

11. Найти уравнение параболы $y = x^2 - b \cdot x - c$, которая касается прямой $y = x + 2$ в точке $M(-1; 1)$.

12. Найти интервал убывания функции $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 72x + 5$.

13. Найти интервалы возрастания функции $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

14. Найти минимум функции $f(x) = -2x^3 + 15x - 24x + 5$.

15. Найти множество значений функции $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + 15x - 7$, где $x \in [0; 3]$.

Итоговая самостоятельная работа

Вариант 1

1. Вычислить $10\sqrt{0,06} + \frac{0,5}{\sqrt{0,375}} + 49^{\log_7 \sqrt[3]{5}}$

2. Найти x из пропорции $\frac{0,1x}{(14-3,5) \cdot \frac{8}{3}} = \frac{0,3 : \frac{8}{5}}{31,5}$

3. Упростить $\left(\frac{c+5}{5c-1} + \frac{c+5}{c+1}\right) : \frac{c^2+5c}{1-5c} + \frac{c^2+5}{c+1}$

4. Найти модуль разности корней уравнения $x^2 = -\frac{x}{2} + 0,5$

5. Решить систему уравнений $\begin{cases} \frac{2x}{y} - \frac{4y}{x} = 7 \\ x^3 - y^3 = 72 \end{cases}$,

и найти разность $x - y$, полагая, что $xy < 0$.

6. Количество целых решений неравенства $|x^2 - 2x - 3| < 3x - 3$ равно.

7. Трехзначное число оканчивается цифрой 5. Если эту цифру перенести в начало числа, то новое число станет на 15 меньше первоначального, увеличенного в 5 раз. Найти это число.

8. Найти значение выражения $\log_4 |\sqrt{2} - \sqrt{3}| \cdot \log_{\sqrt{3} + \sqrt{2}} 5$

9. Найти сумму корней уравнения $\log_{0,1x} \frac{1}{10x} + \frac{1}{\log_x^2 0,1}$

10. Найти значение выражения $\operatorname{tg}\left(2 \arctg\left(-\frac{3}{4}\right)\right)$

11. Решить уравнение $\sin x + \cos x = \frac{1}{\sin x}$

12. Первый член арифметической прогрессии равен 3, а разность этой прогрессии равна 7. Является ли число 22795 членом этой прогрессии.

13. Найти область значения функции $f(x) = (x^2 - x + 1)(x^2 - x + 2)$.

14. Найти ординату точки пересечения с осью ординат касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 3x^2 + 5x + 3$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

15. Пусть угловые меры двух дуг, заключенных между двумя непересекающимися хордами, равны 20° и 40° . Найти угол, образованный продолжением этих хорд.

Вариант 2

1. Вычислить $\left(4\sqrt{0,02} + \frac{1}{\sqrt{0,125}}\right) \cdot \sqrt{2} + 81^{\log_9 6}$

2. Вычислить $\left(1\frac{1}{3} - 0,4\right) : 2\frac{1}{3} - \frac{1}{3}$

3. Упростить $\left(\frac{1}{7} + \frac{2}{3}\right) : \frac{7}{17}$

4. Упростить $\left(\frac{y-3}{7y-4} - \frac{y-3}{y-4}\right) : \frac{9y-3y^2}{7y-4} + \frac{y^2-14}{4-y}$

5. Найти модуль разности корней уравнения $\frac{5}{2} - x = 3x^2$

6. Решить систему $\begin{cases} \frac{6x}{y} - \frac{y}{3x} = -\frac{7}{2} \\ x^3 - \frac{y^3}{27} = 9 \end{cases}$

и найти разность $x - y$, полагая, что $xy < 0$.

7. Решением неравенства $|x^2 - 2x| \leq 1 + 2x$ является промежуток .

8. Трехзначное число оканчивается цифрой 3. Если эту цифру перенести в начало числа, то новое число станет на единицу больше утроенного первоначального. Найти это число.

9. Найти значение выражения $\log_4 (\sqrt{5} - \sqrt{6})^2 \cdot \log_{\sqrt{5} + \sqrt{6}} 7$

10. Найти сумму корней уравнения $\log_{2x} \frac{2}{x} + \frac{1}{\log_2 2} = 1$

11. Найти значение выражения $\cos\left(2\arccos\left(-\frac{7}{25}\right)\right)$

12. Решить уравнение $\sin x - \cos x = 4 \sin x \cdot \cos^2 x$

13. Первый член арифметической прогрессии равен 5, а разность этой прогрессии равна 4. Является ли число 10091 членом этой прогрессии?

14. Найти область значений функции $f(x) = 2 - (x^2 - x + 1)(x^2 - x)$.

14. Найти абсциссу точки пересечения с осью Ox касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

15. Окружность разделена точками в отношении $2:3:5:8$, а точки деления через одну соединены двумя хордами. Найти углы, образованные этими хордами.

Репозиторий БрГТУ

Учебное издание

Составители:

Пархимович Игорь Владимирович

Остапчук Евгений Матвеевич

Юхимук Михаил Михайлович

**СБОРНИК САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ
ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ**

по дисциплине «**Математика**»
для слушателей подготовительного отделения

Ответственный за выпуск: **Пархимович И.В.**

Редактор: **Строкач Т.В.**

Компьютерная верстка: **Боровикова Е.А.**

Корректор: **Никитчик Е.В.**

Подписано к печати 3.02.2012 г. Бумага «Снегурочка». Гарнитура Arial Narrow.
Усл. печ. л. 3.7. Уч.-изд. л. 4.0. Заказ № 164. Тираж 75 экз. Отпечатано на ризографе
учреждения образования «Брестский государственный технический университет».
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Репозиторий БрГТУ

Репозиторий БрГТУ