$$\rho_{V} = \frac{1}{\eta_{Vk}} = \frac{\sum_{i} \frac{L_{i}}{A_{i}} \alpha_{ik} \sum_{j} \alpha_{ij} \rho_{j} \frac{1}{\eta_{i}}}{\sum_{i} \frac{L_{i}}{A_{i}} \alpha_{ik} \sum_{j} \alpha_{ij} \rho_{j}},$$

$$\sum_{i} \frac{L_{i}}{A_{i}} \left(\sum_{j} \alpha_{ij} \right)^{2} 1$$

$$\rho_{W} = \frac{1}{\eta_{w}} = \frac{\sum_{i} \frac{L_{i}}{A_{i}} \left(\sum_{j} \alpha_{ij} \rho_{j}\right)^{2} \frac{1}{\eta_{i}}}{\sum_{i} \frac{L_{i}}{A_{i}} \left(\sum_{i} \alpha_{ij} \rho_{j}\right)^{2}}$$
(6)

– величина средней текучести конструкции по скорости, приведенная к точке k, в данный момент времени и величина средней текучести по мощности. Из сравнения выражений, входящих в (5) и (6), следует, что величины V_k и Q_w не пропорциональны друг другу.

Если дополнительную мощность W предварительно привести к безразмерному виду путем деления ее на некоторое значение, соответствующее, например, значению Q=1, то производная q=dW/dQ также станет безразмерной, а величины Q и q будут представлять собой обобщенную силу и обобщенное перемещение, удобно характеризующие поведение фермы под заданной нагрузкой.

Заключение. Совместное использование реологических уравнений течения и развития поврежденности позволяет описывать поведение реальных материалов в сложных условиях комплексного

воздействия силовых и тепловых нагрузок, оценивать возможный характер потери работоспособности конструкций.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. Гуревич, Г.И. Деформируемость сред и распространение сейсмических волн. М.: Наука, 1974 483 с.
- Регель, В.Р. Кинетическая природа прочности твердых тел / В.Р. Регель, А.И. Слуцкер, Э.Е. Томашевский. – М.: Наука, 1974. – 560 с.
- Холодарь, Б.Г. Описание поведения реономного упругопластического материала при скоростном и ударном нагружении.
 – Глава 24 в книге "Перспективные технологии"/ Под редакцией В.В. Клубовича – Витебск: Изд-во УО "ВГТУ", 2011. – 599 с.
- Холодарь, Б.Г. Долговечность материала при сложном напряженном состоянии и переменных нагрузках // Теоретическая и прикладная механика. Международный научно-технический журнал. Выпуск 28. Минск: БНТУ, 2013. С. 167–172.
- Прочность материалов и элементов конструкций в экстремальных условиях / Под ред. Г.С. Писаренко. К.: Наукова думка. 1980 – Т. 2. – 771 с.
- Стали и сплавы. Марочник. справ. изд. / Под ред. В.Г. Сорокина, М.А. Гервасьева. – М.: Интермет Инжиниринг, 2001. – 608 с.
- 7. Режим доступа: http://metallicheckiy-portal.ru/marki_metallov/stk/20
- 8. Режим доступа: http://www.1bm.ru/techdocs/alloys/materials/2/info/23/
- Холодарь, Б.Г. Определение напряженно-деформированного состояния фермы с использованием диаграммы Максвелла-Кремоны (в настоящем сборнике).

Материал поступил в редакцию 24.09.15

KHOLODAR B.G. The stress-strain state of a truss made of a rheonomic elastic-plastic material

The mechanical properties of the material are described by Maxwell's equation with the nonlinear viscosity as a function of stress, deformation and temperature. The parameters of this dependence are determined from the experimental data obtained for steel 20 under the temperatures in the range from -200°C to 1200°C. To assess material's durability the damage evolution equation is used. The truss is subjected to external and heat loads. Structure's operability due to stress and damage is estimated. The problem is solved for a statically determined geometrically linear truss.

УДК 624.073 (043)

Молош В.В., Желткович А.Е.

СОПРОТИВЛЕНИЕ СРЕЗУ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЗА СЧЕТ ЗАЦЕПЛЕНИЯ КОНТАКТИРУЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ТРЕЩИНЕ

Введение. К настоящему времени сформировались достаточно широкие представления о механизме разрушения железобетонного элемента при срезе. Выделяют четыре составляющие, которые совместно формируют полное сопротивление срезу в железобетонном элементе [6]:

- составляющая, вызванная касательными напряжениями в зоне бетона без трещин;
- составляющая, вызванная касательными напряжениями, возникающими в трещине за счет зацепления ее контактирующих поверхностей, что препятствует тангенциальным перемещениям вдоль трещины;
- составляющая, возникающая в результате действия растягивающих напряжений в арматуре, ограничивающих раскрытие трещины в нормальном к ее поверхности направлении;
- составляющая, возникающая за счет нагельного сопротивления продольной арматуры.

В ряде случаев [8] отмечают, что составляющая поперечной силы V_{ci} , вызванная зацеплением контактирующих поверхностей бе-

тона в наклонной трещине, может составлять от 22 до 59% от полной поперечной силы $V_{\iota \rho}$ воспринимаемой бетоном в зоне среза.

В настоящее время при расчетах сопротивления срезу железобетонных элементов широко применяется деформационный подход на основе модифицированной теории полей сжатия (англ. *Modified Compression Field Theory, MCFT*), разработанной Vecchio F.J. и Collins M.P. в 1986–1990 годах [4].

Критерием разрушения при срезе в MCFT являются касательные напряжения V_{ci} , вызванные зацеплением контактирующих поверхностей в трещине среза за счет их шероховатости и неровности. В модифицированной теории полей сжатия касательные напряжения V_{ci} предложено определять по формуле:

$$V_{ci} = \frac{0.18\sqrt{f_{cm}}}{0.3 + \frac{24w}{D_{max} + 16}},$$
 (1)

где f_{cm} – средняя прочность бетона при осевом сжатии, Н/мм²; W – ширина раскрытия трещины среза;

Молош Виктор Викторович, к.т.н., ст. преподаватель кафедры строительной механики Брестского государственного технического университета

Желткович Андрей Евгеньевич, к.т.н., доцент кафедры сопротивления материалов и теоретической механики Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

D_{max} – максимальный размер крупного заполнителя.

Формула (1) представляет упрощенный и вошедший в MCFT вариант полученной ранее Vecchio F.J. и Collins M.P. зависимости для определения величины касательных напряжений в трещине. Ранее на основании регрессионного анализа по результатам испытаний опытных образцов, выполненных J.C. Walraven [5], ими была получена зависимость для v_{ci} в следующем виде [4]:

$$v_{ci} = 0.18v_{ci max} + 1.64f_{ci} - 0.82 \frac{f_{ci}^2}{v_{ci max}},$$
 (2)

где

$$v_{ci\,max} = \frac{\sqrt{f_{cm}}}{0.31 + \frac{24w}{D_{....} + 16}},\tag{3}$$

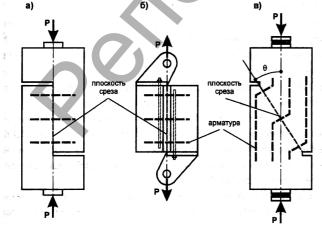
где f_{ci} – нормальные напряжения на поверхности трещины, в H/mm^2 ;

 $V_{ci\,\mathrm{max}}$ - максимально допустимые касательные напряжения, в H/MM^2

Изучение сопротивления срезу, вызванного зацеплением контактирующих поверхностей бетона в трещине, получило широкое развитие наряду с общей теорией среза после 60-х годов прошлого века. Первая теоретическая работа в этом направлении была выполнена Birkeland P.W. и Birkeland H.W. [3] в 1966 году. Последующие исследования, проведенные J.A. Hofbeck, I.O. Ibragim, А.Н. Mattock, подтвердили результаты, полученные P.W. Birkeland и H.W. Birkeland. Позже, в 1972-1976 гг., результаты обширных экспериментально теоретических исследований опубликовали А.Н. Mattock, L. Johal и H.C. Chow [2]. К наиболее известным исследованиям в этом направлении можно отнести также исследования, выполненные J.C. Walraven (1978-1980), J.C. Walraven и H.W. Reinhardt (1981) [5], H. Yoshikawa и Т. Tanabe (1987) [7]. Большой вклад в исследования по изучению сопротивления срезу, вызванного зацеплением контактирующих поверхностей бетона в трещине, внесли также T. Paulay и Leober (1974), Z.P. Bažant и P.G. Gambarowa (1980), G.S. Millard и R.P. Johnson (1984, 1985), R.N. While и М.J. Holley (1972), В.В. Тур и Т.П. Шалобыта (2000) [8], J. Sagaseta и R.L.Vollum (2011) [3].

Предшествующие исследования. К наиболее известным и фундаментальным исследованиям в области среза, вызванного зацеплением контактирующих поверхностей бетона в трещине, в которых были выполнены обширные экспериментальные и теоретические исследования, можно отнести работы А.Н. Mattock и др. [2], J.C Walraven и др. [5], H. Yoshikawa и Т. Tanabe [7].

В 1969 г. J.H. Hofbeck, I.O. Ibrahim и А.H. Mattock [8], а затем в 1972 г. А.Н. Mattock и N. Hawkins [8, 1] выполнили обширные экспериментальные исследования на образцах (рис. 1), некоторые из которых имели инициированную вдоль плоскости среза трещину до начала испытаний. Все образцы были изготовлены из тяжелого бетона, прочность которого изменялась от 21 до 37 Н/мм².



Puc. 1. Опытные образцы, примененные в исследованиях А.Н. Mattock и N. Hawkins (1972, [8])

А.Н. Mattock и др. [8] установили, что в расчетах предельного сопротивления срезу образцов с трещиной, инициированной до испытаний, следует учитывать сжимающие напряжения, действующие перпендикулярно плоскости среза. Эти напряжения вызваны растяжением поперечной арматуры и ограничены ее пределом текучести.

По результатам собственных экспериментальных исследований А.Н. Mattock, L. Johal и H.C. Chow [2] предложили следующую зависимость для определения касательных напряжений, вызванных зацеплением поверхностей бетона в трещине среза:

$$V_{\mu} = (\phi \rho f_{\nu} + \sigma_{Nx}) \mu \tag{4}$$

$$V_{u} = \left(\phi \rho f_{y} + \sigma_{Nx}\right) \mu \tag{4}$$
 или $V_{u} = \left(\phi A_{s} f_{y} / A_{cr} + P_{u} / A_{cr}\right) \mu$.

Для сдвигающей силы выражения (4), (5) могут быть переписаны в следующем виде

$$V_u / \mu = \phi A_s f_y + P_u . \tag{6}$$

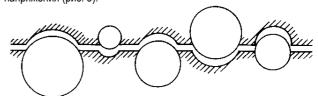
В формулах (4)–(6) V_{IJ} – касательные напряжения, вызванные зацеплением контактирующих поверхностей бетона в трещине; ф понижающий коэффициент, принятый при срезе ф=0,85; ρ - коэффициент армирования поперек трещины среза; f_{ν} - предел текучести арматуры направленной поперек трещины среза; σ_{Nx} - нормальные к плоскости среза напряжения, вызванные дополнительным обжатием продольной сжимающей или растягивающей силы (в экспериментальном исследовании А.Н. Mattock и др. [2] применяется в образцах с наклонной к вертикали плоскостью среза (рисунок 1, в)), принимают положительными при сжатии и отрицательными при растяжении; µ - корректирующий коэффициент, принимаемый равным μ = 1,4; A_s – полная площадь поперечной арматуры, пересекающей плоскость среза; A_{cr} – площадь плоскости среза; V_u , N_u – соответственно сдвигающая и нормальная к плоскости среза силы.

К фундаментальным исследованиям по изучению вопроса сопротивления срезу, вызванного зацеплением контактирующих поверхностей бетона в трещине, нагельного сопротивления арматуры и влияния осевых растягивающих напряжений в арматуре на сопротивление срезу следует отнести работы, выполненные J.C. Walraven и H.W. Reinhardt [5].

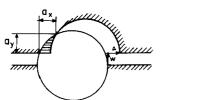
Йсследования проводили в условиях чистого сдвига на образцах 400×600×120 мм с плоскостью среза 300×120 мм, выполненных как для тяжелых, так и легких бетонов, подобных тем, что были использованы в опытах А.Н. Mattock [8, 1, 2] (рис. 1). Внешние усилия действовали параллельно трещинам, инициированным до испытаний. Образцы были армированы стержнями, расположенными в теле образца либо по его контуру.

На основе статистического анализа сопротивления сдвигу, формы трещины и связи контактирующих поверхностей бетона в трещине J.C Walraven и H.W Reinhardt [5] была разработана модель, в которой основными параметрами, влияющими на величину тангенциальных и нормальных напряжений, приняты ширина раскрытия трещины w и перемещение поверхностей бетона вдоль трещины Δ .

Авторы предположили, что трещина формируется вдоль плоскости среза, огибая зерна крупного заполнителя по растворной матрице (рис. 2). При сдвиге контактирующих поверхностей крупный заполнитель взаимодействует с растворной матрицей в локальных зонах, в которых возникают нормальные σ_{pu} и касательные τ_{pu} напряжения (рис. 3).



Puc. 2. Структура трещины среза по J.C Walraven и H.W Reinhardt (1981)[5]





а) площадь контакта между цементной матрицей и заполнителем; б) распределение напряжений

Рис. 3. Зона контакта крупного заполнителя и цементной матрицы

Между касательными напряжениями au_{pu} и нормальными напряжениями au_{pu} принята линейная зависимость

$$\tau_{pu} = \mu \sigma_{pu} \,, \tag{7}$$

где µ – коэффициент трения контактирующих поверхностей.

В плоской задаче проекции сил (рис. 7) на оси х и у составят

$$F_{x} = \sigma_{pu} \cdot a_{y} + \tau_{pu} \cdot a_{x};$$

$$F_{y} = \sigma_{pu} \cdot a_{x} - \tau_{pu} \cdot a_{y}.$$
(8)

Решая совместно (7) и (8) и суммируя для всех зерен заполнителя, было получено

$$\sum F_{x} = \sigma_{\rho u} \cdot \left(\sum a_{y} + \mu \cdot \sum a_{x} \right);$$

$$\sum F_{y} = \sigma_{\rho u} \cdot \left(\sum a_{x} - \mu \cdot \sum a_{y} \right).$$
(9)

Исходя из предпосылки, что σ_{pu} и μ для всех зерен заполнителя будут величинами постоянными, авторы предлагают рассчитывать значения контактирующих площадей заполнителя Σa_x и Σa_y как функцию, зависящую от ширины раскрытия трещины w, перемещения вдоль трещины Δ и среднего диаметра зерен крупного заполнителя D. Для этого в [5] предложены уравнения (10)–(14), которые получены исходя из вероятности попадания в трещину среза зерен заполнителя того или иного диаметра в пределах использованной крупности заполнителя.

Случай А: $\Delta < W$

$$A_{x} = \sum a_{x} = \int_{\frac{W^{2} + \Delta^{2}}{\Delta}}^{D_{\text{max}}} \rho_{k} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot F\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right) \cdot G_{2}\left(\Delta, w, D\right) \cdot dD;$$

$$A_{y} = \sum a_{y} = \int_{\frac{D_{\text{max}}}{\Delta}}^{D_{\text{max}}} \rho_{k} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot F\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right) \cdot G_{1}\left(\Delta, w, D\right) \cdot dD.$$
(10)

случай А: $\Delta > W$

$$A_{x} = \sum a_{x} = \int_{2w}^{\frac{w^{2} + \Delta^{2}}{w}} p_{k} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot F\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right) \cdot G_{4}\left(\Delta, w, D\right) \cdot dD + \left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right) \cdot G_{1}\left(\Delta, w, D\right) \cdot dD;$$

$$(11)$$

$$+ \int_{\frac{D^{2} + \Delta^{2}}{w}}^{D_{\text{max}}} p_{k} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot F\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right) \cdot G_{1}\left(\Delta, w, D\right) \cdot dD;$$

$$A_{y} = \sum a_{y} = \int_{2w}^{\frac{w^{2} + \Delta^{2}}{w}} p_{k} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot F\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right) \cdot G_{3}\left(\Delta, w, D\right) \cdot dD + + \int_{\frac{M^{2} + \Delta^{2}}{w}}^{D_{\text{max}}} p_{k} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot F\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right) \cdot G_{1}\left(\Delta, w, D\right) \cdot dD,$$
(12)

где \mathcal{D}_{k} – отношение объема заполнителя к полному объему бетона

$$G_{1}(\Delta, w, D) = D^{-3}\left(\sqrt{D^{2} - (w^{2} + \Delta^{2})} \cdot \frac{\Delta}{\sqrt{w^{2} + \Delta^{2}}} \cdot u_{\text{max}} - w \cdot u_{\text{max}} - u_{\text{max}}^{2}\right);$$

$$\begin{split} G_{\!\!2}\!\left(\!\Delta w\!,\!D\!\right) &=\! D^3\!\!\left(\Delta\!-\!\sqrt{D^2\!-\!\left(w^2\!+\!\Delta^2\right)}\!\cdot\!\frac{w}{\sqrt{w^2\!+\!\Delta^2}}\!\cdot\!\mathcal{U}_{\text{trex}}\!+\!\left(\mathcal{U}_{\text{trex}}\!+\!w\right)\!\times\right. \\ &\times\!\!\sqrt{\!\frac{1}{4}D^2\!-\!\left(w\!+\!\mathcal{U}_{\text{trex}}\!\right)^2}\!-\!w\!\sqrt{\!\frac{1}{4}D^2\!-\!w^2}\!+\!\!\frac{1}{4}D^2\,\arcsin\!\frac{w\!+\!\mathcal{U}_{\text{trex}}}{\frac{1}{2}D}\!-\!\frac{D^2}{4}\arcsin\!\frac{2w}{D}\!\right)\!; \\ &G_{\!\!3}\left(\Delta,w,D\right) = D^{-3}\left(\frac{1}{2}D\!-\!w\right)^2; \\ G_{\!\!4}\left(\Delta,w,D\right) &=\! D^{-3}\!\left(\frac{\pi}{8}D^2\!-\!w\!\sqrt{\!\frac{1}{4}D^2\!-\!w^2}\!-\!\frac{D^2}{4}\arcsin\!\frac{2w}{D}\!\right)\!; \\ F\!\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right) &=\! 0,532\!\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right)^{0.5}\!-\!0,212\!\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right)^4\!-\!0,072\!\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right)^6\!-\!0,036\!\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right)^8\!-\!0,025\!\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right)^{10}; \\ &\left. -0,036\!\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right)^8\!-\!0,025\!\left(\frac{D}{D_{\text{max}}}\right)^{10}; \right. \\ \mathcal{U}_{\text{trex}} &=\! \frac{-\frac{1}{2}w\!\left(w^2\!+\!\Delta^2\right)\!+\!\frac{1}{2}\sqrt{w^2\!\left(w^2\!+\!\Delta^2\right)^2\!-\!\left(w^2\!+\!\Delta^2\right)\!\left(\!\left(w^2\!+\!\Delta^2\right)^2\!-\!\Delta^2\!D^2\!\right)}}{\left(w^2\!+\!\Delta^2\right)}. \end{split}$$

После определения площадей нормальные к трещине напряжения σ и касательные напряжения в трещине т предложено определять по формулам:

$$\sigma = \sigma_{pu} (A_x - \mu A_y);$$

$$\tau = \sigma_{pu} (A_y + \mu A_x).$$
(13)

Коэффициент трения предложено принимать равным μ = 0,4, а предельное сопротивление сжатию материала растворной матрицы

$$\sigma_{pu} = 6.39 f_{cm}^{0.56}$$
, H/mm². (14)

В 1987 г. по результатам испытаний 88 образцов из бетона прочностью при сжатии от 17 МПа до 60 МПа J.C. Walraven, J. Frenay и А. Pruijssers для определения касательных напряжений в трещине при срезе предложили следующую эмпирическую зависимость [8]:

$$\tau_{\mu} = 0.822 f_{c,cube}^{0.406} \cdot (\rho_{\nu} f_{\nu})^{0.159 f_{c,cube}^{0.303}}, \tag{15}$$

где $f_{c,cube}$ – прочность бетона при сжатии, определенная на кубах со стороной 150 мм; ρ_v , f_v – соответственно, коэффициент и расчетное сопротивление арматуры, пересекающего трещину среза.

H Yoshikawa и Т. Tanabe [7] для определения величины касательных напряжений, вызванных зацеплением контактирующих поверхностей бетона в трещине среза, предложили следующую зависимость:

$$\tau_{nt}^{c} = \tau_{u} \frac{\tanh\left[\frac{k_{0}}{\tau_{u}} \left(\delta_{t} - \delta_{t1}\right)\right] + q}{1 + q}, \tag{16}$$

где
$$k_0 = k_{IST}(1+q), \ q = anhigg(rac{k_0}{ au_u}\,\delta_{t1}igg);$$

$$k_{IST} = 3.74 \left(\frac{f_{cm}}{25}\right)^{0.6} \cdot \delta_n^{-0.96};$$
 (17)

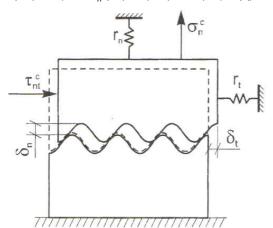
$$\delta_{t1} = 1{,}42 \left(\frac{D_a}{16}\right)^{-1.2} \cdot \delta_n^{1.31}; \tag{18}$$

$$\tau_{u} = \frac{0.01}{0.01 + \left(\frac{\delta_{n}}{D_{a}}\right)^{2}} \cdot \tau_{0}, \quad \tau_{0} = (0.2 \square 0.3) f_{cm}, \quad (19)$$

где K_{IST} – максимальная жесткость на сдвиг (в Н/мм²) в направлении сдвигового перемещения δ_{t1} (в мм); τ_u – максимальное сопротивление сдвигу (в МПа); f_{cm} – средняя прочность бетона при осевом сжатии; D_a – максимальный размер крупного заполнителя (в мм);

 $au_{_0}$ – сопротивление сдвигу бетона без трещин (в МПа); $\delta_{_n}$ – нормальные к трещине перемещения, подставляют в мм.

Базируясь на анализе результатов предшествующих многочисленных исследований, Тур В.В. и Шалобыта Т.П. [8] приняли обобщенную модель передачи касательных напряжений сечением с трещиной. Согласно принятой модели при увеличении тангенциальных перемещений δ_t возникают напряжения среза $\tau_{nt}^{\ \ c}$, действующие параллельно плоскости среза, сопутствующие им нормальные сжимающие напряжения $\sigma_n^{\ c}$ и вертикальные (нормальные к плоскости контакта) перемещения δ_n (ширина раскрытия трещины) (рис. 4).



Puc. 4. Идеализированная модель деформирования для контакта поверхностей, образованных трещиной

Экспериментальные исследования были выполнены на полых цилиндрических образцах, испытанных в условиях чистого сдвига, при монотонном возрастании угла закручивания на специальной экспериментальной установке.

По результатам экспериментальных исследований авторами выявлено, что наличие ограничивающей арматуры, пересекающей трещину, существенным образом повлияло на величину предельных сдвигающих напряжений. Вместе с тем, была выявлена роль армирования, главным образом как ограничивающей связи, препятствующей раскрытию нормальной трещины при появлении дилатансии.

В.В. Тур и Т.П. Шалобыта [8] предложили следующее аналитическое описание зависимости « $\tau - \delta_{\star}$ »:

$$\tau = \tau_u \left[(1+k) \tanh \left(\frac{k_0}{\tau_u} \delta_t \right) + k \right], \tag{20}$$

где τ_u – предельное сопротивление сдвигу, определяемое по формуле:

$$au_u = 0.5 f_{cm} \sqrt{rac{
ho_v f_v + \sigma_{nc}}{f_{cm}}} \le 0.51 f_{cm},$$
 (21) k – сдвиговая жесткость

$$k = \frac{\tau_0}{\tau_{..}} \,, \tag{22}$$

 $ho_{\scriptscriptstyle {
m V}}$ $f_{\scriptscriptstyle {
m V}}$ – соответственно, коэффициент и расчетное сопротивление арматуры, пересекающего трещину среза; σ_{nc} – нормальные напряжения в трещине среза; k_0 , τ_u – то же, что в формулах (16) и (19).

Собственное экспериментальное исследование. Шесть опытных образцов-цилиндров диаметром 150 мм и высотой 150 мм были изготовлены в лабораторных условиях из тяжелого бетона на портландцементе М500 Д0 в двух партиях без поперечного армирования. В качестве заполнителей были применены: песок средней крупности M_{κ} =2,12, щебень гранитный фракции 5–20 мм.

Составы бетонной смеси был следующим:

для первой серии бетонирования: цемент – 380 кг/м3; песок – 740 кг/м3; щебень - 1150 кг/м³;

для второй серии бетонирования: цемент – 500 кг/м³; песок – 750 кг/м³; щебень - 1050 кг/м³.

Для контроля прочности бетона при осевом сжатии использовали кубы размерами 100×100×100 мм. На момент испытания опытных образцов средняя прочность бетона образцов первой серии составила $f_{cm\,I}$ = 53,15 МПа, образцов второй серии – $f_{cm\,II}$ = 62,57 МПа.

Непосредственно перед испытанием опытные образцы раскалывали сжатием в прессе, инициируя трещину. Испытания опытных образцов проводили в специальной установке, которая обеспечивала жесткое закрепление нижней части расколотого образца при горизонтальном сдвиге вдоль трещины верхней части цилиндра. Сдвиг верхней части образца осуществляли при помощи масляного домкрата грузоподъемностью 10 тон. Вертикальное (нормальное к плоскости среза) перемещение верхней части образца ограничивалось вертикальной рамой установки с установленной жесткостью. Величины горизонтальной сдвигающей силы и вертикальной прижимающей реакции измерялись при помощи динамометров ДОСМ-3-5, ДОСМ-3-3. Горизонтальные и вертикальные перемещения сдвигаемой части образца измеряли при помощи индикаторов часового типа ИЧ 10.000 ПФ с ценой деления 0,01 мм. Общий вид экспериментальной установки приведен на рисунке 5.





Рис. 5. Общий вид экспериментальной установки

Результаты экспериментального исследования и их анализ. Результаты экспериментального исследования подтвердили наличие дилатансии, вызванной неровностями и шероховатостями контактирующих поверхностей бетона в трещине. Экспериментально было установлено, что фактическая площадь зацепления поверхностей бетона в трещине была значительно меньше площади прогнозируемой плоскости среза (рис. 6). Среднее отношение фактической площади зацепления поверхностей бетона в трещине, полученной на основании замеров участков сдвига наблюдаемых визуально, к теоретической площади плоскости среза составило 10%.

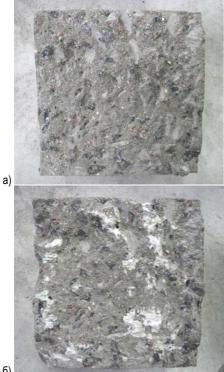
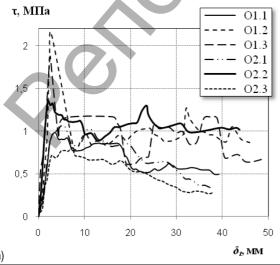


Рис. 6. Вид поверхности среза в образце до сдвига (а) и после сдвига (б)

Между касательными напряжениями в трещине и тангенциальными перемещениями наблюдали нелинейную зависимость. После достижения некоторой критической величины касательные напряжения в трещине снижались либо скачкообразно и затем оставались на одном уровне, либо плавно (рис. 7, а). На определенном этапе они устанавливались в среднем на одном уровне и за счет наличия зацеплений контактирующих поверхностей в трещине незначительно изменялись при увеличении тангенциальных перемещений. Зависимость нормальных напряжений в трещине от ширины ее раскрытия была в среднем линейно возрастающей (рис. 11, б).



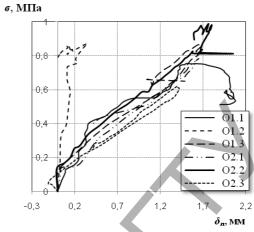
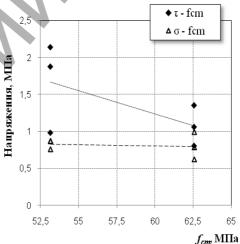
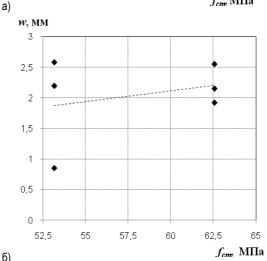


Рис. 7. Зависимости касательных напряжений (а) и нормальных напряжений (б) в трещине среза от тангенциальных перемещений

С увеличением прочности бетона при осевом сжатии f_{cm} касательные напряжения в трещине среза снижались, а нормальные напряжения и ширина раскрытия трещины изменялась малозначимо (рис. 8).

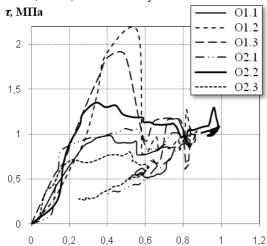
Соотношения между касательными и нормальными напряжениями в трещине были нелинейными (рис. 9, а). На этапе, когда касательные напряжения уже снижались или стабилизировались, нормальные напряжения продолжали увеличиваться. Снижение нормальных напряжений начиналось значительно позже.





Puc. 8. Зависимость касательных и нормальных к трещине напряжений (а) и ширины раскрытия трещины (б) от средней прочности бетона при осевом сжатии f_{cm}

Ширина раскрытия трещины при сдвиге зависела от тангенциальных перемещений также нелинейно и была непостоянной (рис. 9, б). На этапе, кода тангенциальные перемещения достигали в среднем 10–12 мм ширина раскрытия трещины либо стабилизировалась на величине 1,5–2 мм, либо начинала уменьшаться.



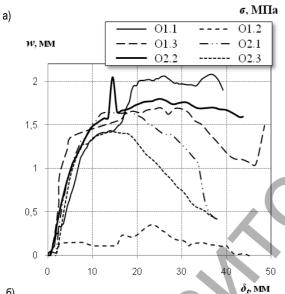


Рис. 9. Соотношения касательных и нормальных напряжений (а), ширины раскрытия трещины и тангенциальных перемещений (б)

Касательные напряжения в трещине достигали максимальных значений при значительно меньших тангенциальных перемещениях, чем нормальные к трещине напряжения (рис. 10). Значения максимальных касательных напряжений в разных образцах отличались в некоторых случаях более 100 %. При достижении максимальных нормальных напряжений значения максимальных касательных напряжений в разных образцах изменялись малозначимо. Это наталкивает на мысль, что величина максимальных касательных напряжений в трещине среза сильно зависит о формы поверхности самой трещины. Т.е. чем более плоская поверхность трещины, тем будет меньше величина касательных напряжений на ее поверхности при сдвиге. Здесь имеются в виду неровности самой поверхности трещины, но не те, которые образованы выступающим из нее заполнителем. В связи с этим гипотеза о плоской трещине, предложенная J.C Walraven и H.W Reinhardt [5], несколько идеализированно представляет механизм сопротивления контактирующих поверхностей бетона в трещине.

Наиболее точное совпадение собственных экспериментальных и расчетных значений касательных напряжений в трещине среза было получено по модели (20) Тур В.В., Шалобыта Т.П. [8], модели (4) А.Н. Mattock, L. Johal и Н. С. Chow [1] и модели (2) Vecchio F.J. и Collins M.P. [4] (рис. 11).

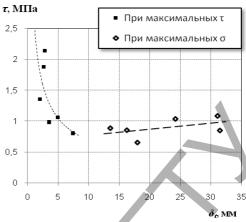
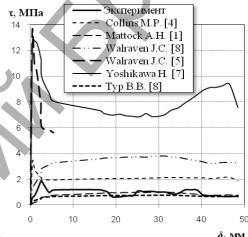
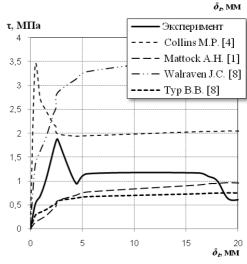


Рис. 10. Значения касательных напряжений в трещине среза при достижении ими максимальных значений (а) и при достижении максимальных значений нормальных напряжений в трещине (б)





- а) в границах изменений $\, \tau \,$ до 14 МПа, $\, \delta_{t} \,$ до 48 мм;
- б) в границах изменений τ до 4 МПа, δ_{t} до 20 мм.

Рис. 11. Расчетные и экспериментальные изменения величин касательных напряжений в трещине при увеличении тангенциальных перемещений

Если модели (20) и (4) дают достаточно близкие по значениям величины касательных напряжений после $\delta_t \approx$ 4-5 мм, то модель (2) при завышенных значениях касательных напряжений показала схожую по форме кривую « $\tau - \delta_t$ » (рис. 11, б).

Таблица 1. Результаты статистического анализа расчетных и экспериментальных значений касательных напряжений в трешине среза

Статистический параметр	Collins M.P. [4]	Mattock A.H. [1]	Walraven J.C. [8]	Walraven J.C. фунд. [5]	Yoshikawa H. [7]	Typ B.B. [8]
r_{ik}	0,589	0,353	0,153	0,193	0,161	-0,257
b	0,582	2,451	0,486	0,15	0,115	2,158
V_{δ}	0,174	0,212	0,214	0,216	0,208	0,235

 r_{ik} – коэффициент корреляции расчетных и экспериментальных сопротивлений срезу при продавливании; b – поправочный коэффициент для среднего значения; V_{δ} – коэффициент вариации для вектора ошибок δ .

Модели J.C Walraven и др. и H. Yoshikawa значительно завышают величину касательных напряжений в трещине среза.

Модель J.C Walraven и H.W Reinhardt [5], представленная уравнениями (7)–(14), позволила определить величину касательных напряжений только в пределах до $\delta_t \approx 6$ –7 мм. Модель сильно реагирует на разницу между тангенциальными δ_t и нормальными δ_n перемещениями в трещине. Когда разница между δ_t и δ_n составляет более 6 мм, модель дает неадекватную величину касательных напряжений. С другой стороны величина перемещений $\delta_t \geq 7$ мм в реальных конструкциях, сопротивляющихся срезу, вряд ли будет достигнута.

Максимальные расчетные значения касательных напряжений в трещине, полученные по моделям J.C. Walraven и H.W. Reinhardt [5] и H. Yoshikawa и T. Tanabe [7], были в 6 раз больше экспериментальных значений. Не исключено, что причиной этому послужило отсутствие в экспериментальных образцах внутренней арматуры, пересекающей трещину среза. В [5] J.C. Walraven и H.W. Reinhardt отметили, что испытанные ими образцы с наружным ограничением имели значительные отличия в характере разрушения и величине касательных напряжений в трещине среза, в сравнении с образцами, армированными внутри. Они обусловливают это тем, что в случае внутреннего армирования перпендикулярно к трещине среза в зонах, где арматура пересекает трещину, соприкосновение контактирующих поверхностей более плотное, чем при внешнем попереную ограничении, а также жесткость образцов, армированных внутри, больше. На сопротивление срезу образцов, армированных внутри, также влияет нагельное сопротивление арматуры.

Полуэмпирические модели J.C. Walraven и H.W. Reinhardt [5] и H. Yoshikawa и Т. Тапаbe [7] являются достаточно сложными в применении и для инженерных расчетов мало пригодны.

Направления линейных распределений расчетных и экспериментальных максимальных касательных напряжений для всех исследуемых расчетных моделей не совпадают (рис. 12). Лучшее совпадение отмечено у теоретической модели J.C. Walraven и H.W. Reinhardt [5]. Значительно точнее были совпадения линейных распределений расчетных и экспериментальных максимальных касательных напряжений при достижении максимальных значений нормальных напряжений в трещине среза.

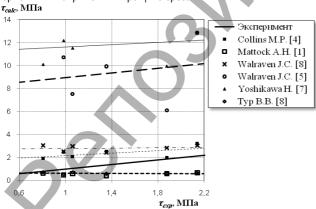


Рис. 12. Соотношение расчетных и экспериментальных значений касательных напряжений в трещине среза

Статистические данные, приведенные в таблице 1, подтверждают, что все расчетные модели не достаточно точны.

Заключение

- Проведенные ранее и собственные экспериментальные исследования, посвященные изучению сопротивления срезу элементов с трещиной, позволили установить наличие дилатансии (связи между тангенциальными перемещениями вдоль трещины и ее раскрытием) при сдвиге контактирующих поверхностей друготносительно друга.
- Экспериментально установлено, что фактическая площадь контактирующих при сдвиге в трещине поверхностей бетона значительно меньше плоскости среза (рис. 6). Среднее отношение фактической площади контакта, полученной на основании замеров участков сдвига наблюдаемых визуально, к теоретической площади плоскости среза составило 10 %.
- Между касательными напряжениями в трещине и тангенциальными перемещениями наблюдали нелинейную зависимость. Зависимость нормальных напряжений в трещине от ширины ее раскрытия была в среднем линейно возрастающей.
- Увеличение прочности бетона при осевом сжатии f_{cm} приводило к снижению касательных напряжений в трещине среза. При этом нормальные напряжения и ширина раскрытия трещины изменялась малозначимо.
- Касательные напряжения достигали максимальных значений значительно раньше, чем нормальные напряжения. Максимальные касательные напряжения в среднем были на 11 % больше максимальных нормальных напряжений.
- 6. Опираясь на статистическую и графическую обработку расчетных и экспериментальных значений касательных напряжений в трещине среза можно отметить, что все исследованные расчетные модели не достаточно адекватно предсказывают их величину. Не следует забывать, что неточности, неопределенности и ошибки могли возникнуть при проведении экспериментального исследования.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Mattock, A.H. Shear Transfer in Reinforced Concrete Recent Research / A.H. Mattock, N. Hawkins // Journ. Prestressed Concrete Institute. 1972. V. 17, № 2, March-April. P. 55–75.
- Mattock, A.H. Shear transfer in reinforced concrete with moment or tension acting across the shear plane / A.H. Mattock, L. Johal, H.C. Chow // PCI Journal. – 1975. – July-August. – P. 76–93.
- Sagaseta, J. Influence of aggregaté fracture on shear transfer through cracks in reinforced concrete / J. Sagaseta, R.L.Vollum // Magazine of Concrete Research. – 2011. – Vol. 63, ls. 2. – P. 119–137.
- Vecchio, F.J. The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear / F.J. Vecchio, M.P. Collins // ACI Struct. Journal. – V. 83–22, March-April, 1986. – P. 219–231.
- Walraven, J.C. Theory and Experiments on the Mechanical Behavior of Cracks in Plain and Reinforced Concrete Subjected to Shear Loading / J.C. Walraven, H.W. Reinhardt // Heron, 1981. – V. 26, № 1A. – 68 p.
- Yang, Y. Shear behaviour of reinforced concrete members without shear reinforcement / Y. Yang. – Norwegian University of Science and Technology, 2014. – 370 p.
- Yoshikawa, H An analytical model for frictional shear slip of cracked concrete / H Yoshikawa, T. Tanabe. – IABSE reports, 1987. – P. 75–86.
- Тур, В.В. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил / В.В. Тур, А.А. Кондратчик. – Брест: БГТУ, 2000. – 400 с.

Материал поступил в редакцию 24.02.16

MOLOSH V.V., GHELTKOVICH A.E. The resistance to shear of reinforced concrete structural elements by engagement of contact surfaces in the crack

The article summarized the current state of the problem of the shear resistance of reinforced concrete elements. It noted now recognized parameters influencing the shear strength. Briefly discussed the most famous experimental and theoretical studies of calculation models in the field of concrete shear resistance caused by the engagement of the contact surfaces in the crack. It noted some features of shear resistance in the fracture and techniques of experimental research. The main results of our experimental study of shear resistance in the fracture, as well as an assessment of the accuracy of calculation models in the background of the experimental data of its own experimental research.