Полученные с помощью них результаты оказались согласованными как между собой, так и с (1).

В частности, при анализе скалярного случая $(n = 1)$ установлено, что величина 0^0, кажущаяся, на первый взгляд, неопределенной, имеет в поле $\mathbb{C}$ лишь одно самосогласованное значение — нулевое:

$$0^0 = \lim_{p\to\infty} 0^{1/p} = \lim_{p\to\infty} \sqrt[p]{0} = 0 \quad (p = 1, 2, \dots). \tag{2}$$

Равенство же $0^0 = 1$, обычно используемое как обозначение, оказалось внутренне противоречивым, т. е. неудачным. Естественность и непротиворечивость уточненного равенства $0^0 = 0$ видны как из (2), так и из соотношений:

$$0^m = 0 = 0 \cdot \lambda^m; \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; \quad |m| < \infty; \quad \lambda \neq 0, \quad \lambda \in \mathbb{C}, \tag{3}$$

где величина 0^{-1} (равная 0) есть обобщенное обратное число для 0 [2] (см. также [1, с. 34]), при этом $0^{-1} \neq 1/0$, но и не обязательно $0^{-1} = 0/0$; как обычно, $(\cdot)^{-k} \equiv \equiv [(\cdot)^{-1}]^k$ $(k = 1, 2, \dots)$.

С учетом (1)–(3) рассмотрены целые степени $D^0, D^{\pm 1}, D^{\pm 2}, \dots$ матричной модели D оператора дифференцирования, действующего в пространстве периодических функций. Здесь D — вырожденная циркулянтная матрица порядка $n = 2, 3, \dots < \infty$ (оператор дискретного дифференцирования); D^{-1} является для D обратной матрицей Дразина и одновременно псевдообратной матрицей Мура — Пенроуза; нулевая степень D^0 матрицы D равна $D^{-1}D = DD^{-1} = I - P_0$, где P_0 — проекционная $(n \times n)$-матрица, у которой все элементы равны $1/n$. Показана применимость данного формализма к периодическим краевым задачам для разностных и обыкновенных дифференциальных уравнений.

Литература

1. Гантмахер Ф. Р. *Теория матриц.* М.: Наука, 1967.
2. Ермолаев Е. А. *О коммутативном обращении вырожденных матриц* // Весці АН БССР. Сер. фiз.-мат. навук. 1991. №2. С. 102–104.
3. Бояринцев Ю. Е. *Методы решения вырожденных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.* Новосибирск: Наука, 1988.
4. Ермолаев Е. А. *Ассоциативные алгебры в теории классических полей.* Могилёв: БРУ, 2008.

АССОЦИИРОВАННЫЕ РЕШЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В АЛГЕБРЕ ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ

А.И. Жук

Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь
aizhuk85@mail.ru

Рассмотрим следующую систему на отрезке $T = [0, a] \subset \mathbb{R}$:

$$\dot{x}^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f^{ij}(t, x(t)) \dot{L}^j(t), \quad i = \overline{1, p} \tag{1}$$

с начальным условием $x(0) = x_0$, где f^{ij}, $i = \overline{1, p}$, $j = \overline{1, q}$ — некоторые функции, $x(t) = [x^1(t), x^2(t), \dots, x^p(t)]$, а $L^i(t)$, $i = \overline{1, q}$, — функции ограниченной вариации на отрезке T. Без ограничения общности будем считать, что функции $L^i(t)$, $i=\overline{1,q}$, непрерывны справа, $L^i(0)=L^i(0-)=0$ и $L^i(a-)=L^i(a)$, $i=\overline{1,q}$.

Задаче (1) поставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу с осреднением

$$x_n^i(t+h_n)-x_n^i(t)=\sum_{j=1}^{q} f_n^{ij}(t,x_n(t))[L_n^j(t+h_n)-L_n^j(t)], \quad i=\overline{1,p} \tag{2}$$

с начальным условием $x_n(t)|_{[0,h_n)}=x_{n0}(t)$. Здесь $L_n^j(t)=(L^j*\rho_n)(t)=\int_0^{1/n}L^j(t+s)\times$ $\times\rho_n(s)\,ds$, $j=\overline{1,q}$, где $\rho_n(t)=n\rho(nt)$, $\rho\in C^\infty(R)$ и $\rho\geqslant 0$, $\operatorname{supp}\rho\subseteq[0,1]$, $\int_0^{1/n}\rho(s)\,ds=1$, а $f_n^{ij}=f^{ij}*\widetilde{\rho}_n$, $i=\overline{1,p}$, $j=\overline{1,q}$, где $\widetilde{\rho}_n(x_0,x_1,\ldots,x_p)=n^{p+1}\times$ $\times\widetilde{\rho}(nx_0,nx_1,\ldots,nx_p)$, $\widetilde{\rho}\in C^\infty(R^{p+1})$, $\widetilde{\rho}\geqslant 0$, $\operatorname{supp}\widetilde{\rho}\subseteq[0,1]^{p+1}$, $\int_{[0,1]^{p+1}}\widetilde{\rho}(x_0,x_1,\ldots$ $\ldots,x_p)\,dx_0\ldots dx_p=1$.

Для описания предельного поведения решения задачи (2) рассмотрим систему

$$x^i(t)=x_0^i+\sum_{j=1}^{q}\int_0^{t+} f^{ij}(s,x(s^-))\,dL^j(s), i=\overline{1,p} \tag{3}$$

Теорема. *Пусть* f^{ij}, $i=\overline{1,p}$, $j=\overline{1,q}$, *удовлетворяют условию Липшица и ограничены.* $L^j(t)$, $j=\overline{1,q}$, *— непрерывные справа функции ограниченной вариации. Тогда при* $n\to\infty$, $h_n\to 0$ *так, что* $nh_n\to\infty$, *решение* $x_n(t)$ *задачи Коши (2) сходится к решению системы уравнений* (3) *в пространстве* $L^p(T)$, *если* $|x_{n0}(\tau_t)-$ $-x_0|\to 0$ *в пространстве* $L^p(T)$.

Аналогичная теорема в пространстве $L^1(T)$ была получена в [1].

Литература

1. Жук А. И., Яблонский О. Л. *Оценки скорости сходимости к ассоциированным решениям дифференциальных уравнений с обобщенными коэфициентами в алгебре мнемофункций* // Докл. НАН Беларуси. 2015. Т. 59, № 2. С. 17–22.

СВОЙСТВА ОПЕРАТОРА МАРКОВА — СТИЛТЬЕСА В ПРОСТРАНСТВАХ $H^p(\mathbb{D})$ И $L^p(0,1)$

И.С. Ковалева, А.Р. Миротин

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь
isida89@list.ru, amirotin@yandex.by

В работе исследуются свойства оператора Маркова — Стилтьеса в пространствах $H^p(\mathbb{D})$ и $L^p(0,1)$, получены оценки нормы этого оператора в указанных пространствах.

Определение. Оператор Маркова — Стилтьеса формально задается соотношением

$$Sf(z):=\int_0^1\frac{f(t)}{1-tz}\,dt$$

и является специальным случаем общего преобразования Стилтьеса, введенного в [1].