МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

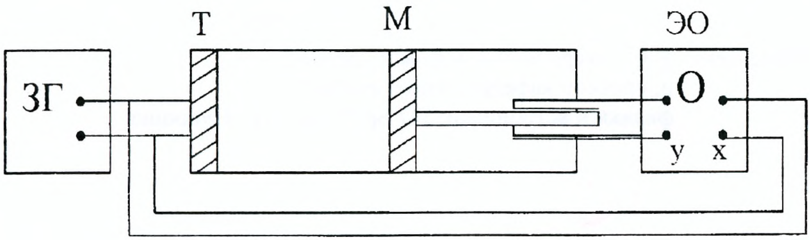
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
"БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"

КАФЕДРА ФИЗИКИ

Методические указания

к выполнению лабораторной работы

Т7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗА АКУСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ



Брест 2012

УДК 534.521 (075.8)

Методические указания к выполнению лабораторной работы Т7 "ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗА АКУСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ ". Брест, БрГТУ, 2012.

В методических указаниях приведено описание лабораторной работы Т7 “Определение отношения теплоемкостей газа акустическим методом”. С помощью экспериментальной установки измеряется длина волны либо по форме фигуры Лиссажу, либо методом стоячих волн. По результатам измерений согласно волновому уравнению находят отношение теплоемкостей.

Методические указания к лабораторной работе Т7 предназначены для студентов всех технических специальностей дневной и заочной форм обучения.

Составители: Н.И. Чопчиц, доцент
Г.С. Кандилян, доцент
В.Я. Хуснутдинова, к.ф.-м.н., доцент

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА Т7

Определение отношения теплоемкостей газа акустическим методом

Цель работы: определение отношения теплоемкостей газа (показатель адиабаты) и скорости звука методами:

а) сложения взаимно перпендикулярных колебаний;

б) стоячих волн.

Приборы и принадлежности:

электронный осциллограф, звуковой генератор (ЗГ), динамик (Т), микрофон (М), установка для измерения скорости звука.

1. Введение.

Звук – это продольные волны, имеющие частоту в интервале от 16Гц до 20 Гц.

Процесс распространения колебаний в среде называется волной. Частицы среды, в которой распространяется волна, совершают колебания около положения равновесия. Звуковая волна в газе представляет собой распространяющуюся в пространстве последовательность чередующихся областей сжатия и разрежения. Следовательно, давление в каждой точке пространства испытывает периодически изменяющиеся отклонения ΔP от среднего значения давления. Процесс распространения сжатий и разрежений в газе описывается волновым уравнением.

Количество теплоты, которое необходимо для нагревания единицы массы тела (одного моля) на один Кельвин, называется удельной (молярной) теплоемкостью. Эти теплоемкости зависят не только от химического состава, но и от условий в которых происходит нагревание. Традиционно рассматривают две теплоемкости при постоянном давлении или при постоянном объеме. В термодинамике отношение теплоемкостей имеет важное значение.

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}\ , \qquad (1)$$

где C_p, C_v – удельные (молярные) теплоемкости газа при постоянном давлении и при постоянном объеме.

Существует несколько методов определения γ. В данной работе используется акустический метод. Согласно волновому уравнению (см. приложение I):

$$\gamma = \frac{V^2 \cdot M}{R \cdot T}\ , \qquad (2)$$

где M – молярная масса, R – универсальная газовая постоянная, T – термодинамическая температура газа.

Значит, для определения γ достаточно определить скорость звука (V) и температуру газа (T), которая равна температуре в лаборатории.

Для определения скорости звука используется формула:

$$V = \lambda \cdot \nu \qquad (3)$$

где ν – частота колебаний, λ – длина волны, которая может быть измерена разными методами:

а) методом сдвига фаз при сложении взаимно перпендикулярных колебаний одинаковой частоты, б) измерением расстояния между соседними узлами (или соседними пучностями) при образовании стоячих волн. Это расстояние равно $\lambda/2$.

II. Описание установки и метода

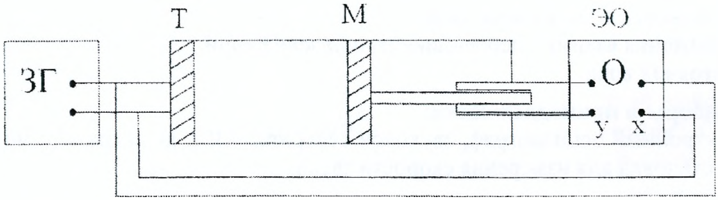


Рисунок 1

А. Установка, представленная на рис. 1, состоит из стеклянной трубки, концы которой закрыты звукопоглощающими заглушками. Внутри этой трубки находится телефон Т (источник звука), который питается от звукового генератора (ЗГ), и микрофон М (приемник звука). Микрофон может свободно перемещаться вдоль трубки.

На горизонтально отклоняющие пластины электронного осциллографа «х» подается переменное напряжение от звукового генератора. Микрофон М подсоединяется к вертикально отклоняющимся пластинам «у» осциллографа.

Звуковые колебания в телефоне, возбужденные генератором ЗГ, дойдя до микрофона, возбуждают в нем электрические колебания с частотой, равной частоте звуковой волны и равной частоте сигнала, подаваемого на телефон от ЗГ. При включении установки и осциллографа в сеть на экране (ЭО) наблюдается картина сложения взаимно перпендикулярных колебаний одинаковой частоты (фигуры Лиссажу).

При постепенном изменении расстояния x между микрофоном и телефоном на экране осциллографа будет наблюдаться последовательное превращение эллипсов в прямые и наоборот.

В зависимости от разности фаз складываемых колебаний, т.е. от расстояния между телефоном и микрофоном, картина на экране имеет вид, показанный на рис. 2.

$\Delta\varphi$	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
	О		О	

Рисунок 2

Суть этого метода заключается в том, что по форме фигуры Лиссажу можно судить о разности фаз складываемых колебаний определенным образом, связанным с длиной волны звуковых колебаний.

Передвигая микрофон, можно получить на экране прямую, соответствующую $\Delta\varphi = \pi$ (см. рис. 2).

Если при некотором расстоянии x между микрофоном и телефоном на экране осциллографа наблюдается прямая линия, то при изменении этого расстояния на $\Delta x_1 = \lambda/2$, на экране снова возникнет прямая линия, которая проходит через другие четверти. По известным значениям Δx_i можно найти длину звуковой волны $\lambda = 2 \cdot \Delta x_i$ и по формулам (2) и (3) определить скорость звука и показатель адиабаты.

Б. Скорость звука можно определить еще и методом стоячих волн (δ), для этого переменное напряжение от звукового генератора надо подать на вертикально отклоняющие пластины "у" электронного осциллографа так же, как и микрофон (см. рис. 3).

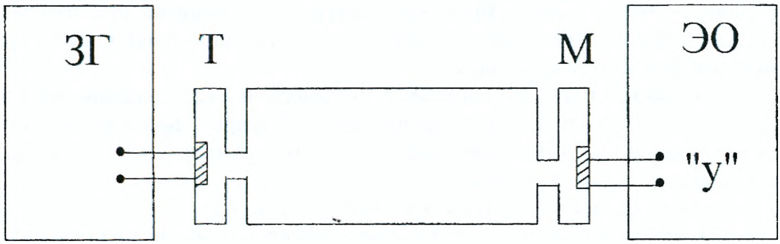


Рисунок 3

Изменяя расстояние между телефоном и микрофоном, а также частоту ЗГ, можно добиться возникновения резонанса в трубе, т.е. образования стоячих волн. Возникновение резонанса можно наблюдать на осциллографе по резкому увеличению амплитуды колебаний. Измерив расстояние между соседними узлами (или соседними пучностями), можно найти длину волны λ, а затем по формулам (2, 3) определить скорость звука и показатель адиабаты.

III. Порядок выполнения работы

Метод сложения взаимно перпендикулярных колебаний

1. Включите в сеть звуковой генератор и осциллограф. На шкале генератора звука установите частоту в кГц по указанию преподавателя. Подождите 5 минут для прогрева.

2. Поместите микрофон вблизи телефона. Пользуясь ручками вертикального и горизонтального усилителей осциллографа, получите на экране прямую, проходящую через третью и четвертую четверти (рис. 2).

3. Медленно отодвигая микрофон от телефона, наблюдайте и записывайте расстояния для тех его положений, при которых прямая на экране осциллографа превращается в эллипс и в прямую, проходящую через первую и третью четверти. Найдите расстояние Δx_i между микрофоном и телефоном, в которых наблюдаются прямые линии. Выполните такие же наблюдения при перемещении микрофона в противоположном направлении. Опыт повторите 2-3 раза. Найдите средние значения Δx_i и по формуле $\lambda = 2 \cdot \Delta x_i$ вычислите длину волны ((λ). Затем по формулам (2) и (3) определите скорость звука (V) и отношение теплоемкостей (γ).

4. Полученные результаты запишите в таблицу:

Δx, м	λ, м	ν, Гц	V, м/с	Т, К	γ

5. Сравните значение $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ для воздуха со значением, которое дают расчеты, основанные на кинетической теории газов.

Метод стоячих волн

1. Собрать схему согласно рисунку 3, включит в сеть звуковой генератор и осциллограф.

2. После прогрева приборов выставить определенную частоту по указанию преподавателя, чтобы можно было наблюдать 3-5 резонансов при измерении расстояния телефон-микрофон. С помощью управляющих ручек осциллографа получить на экране стоячую волну.

3. Плавно изменяя расстояние телефон-микрофон, последовательно пройдите все доступные для наблюдения точки резонанса. Измерьте при этом соответствующее удлинение трубы, отсчитывая его от положения, соответствующего первому наблюдаемому резонансу.

4. Повторите измерения для трех значений частоты ЗГ.

5. Изобразите полученные результаты на графике, откладывая на оси абсцисс номер К очередного резонанса, на оси ординат – удлинение трубы $l_{n+k} - l_n = \Delta l$. Через точки, полученные при одном и том же значении частоты, проведите наилучшую прямую. Угловой коэффициент этой прямой определяет длину полуволны $\left(\lambda/2\right)$. (Смотри приложение II).

6. Найдите для каждой частоты длину волны (λ), по формуле (3) рассчитайте скорость звука V и по формуле (2) получите γ.

7. Предложите другой вариант и реализуйте его.

8. Убедитесь в повторяемости результатов, приводимых измерений при уменьшении частоты.

9. Полученные результаты изобразите на графике, откладывая на оси абсцисс номер резонанса К, а по оси ординат Δl – разность между частотой последующих резонансов и частоту первого $(\nu_{k+1} - \nu_1)$. Через полученные точки проведите наилучшую прямую. Угловой коэффициент прямой определяет величину $\frac{\nu}{2 \cdot l}$. (Смотри приложение II).

10. Вычислите значение скорости и оцените погрешности.

11. По формуле (2) вычислите отношение теплоемкостей (γ).

Контрольные вопросы

1. Объясните механизм возникновения стоячих волн. Узлы и пучности стоячих волн.

2. Чему равна амплитуда стоячих волн?

3. Выведите уравнение эллипса при сложении взаимно перпендикулярных колебаний одинаковой частоты.

4. Опишите методику измерений и методику оценки погрешностей.

5. Дайте определение удельной и молярной теплоемкости.

6. От чего зависит удельная теплоемкость тела?

7. Какие факторы влияют на точность измерений в данной работе?

8. Напишите уравнение волны и поясните все характеристики волны.

Приложение I

Если в каком-либо месте упругой среды (твердой, жидкой или газообразной) возбудить колебания ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание будет распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью V. Процесс распространения колебаний в среде называется волной. Частицы среды, в которой распространяется волна, совершают при этом колебания около положений равновесия. В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению, в котором распространяется волна, различают продольные и поперечные волны. В поперечной волне частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны. Такие колебания могут распространяться в среде, обладающей сопротивлением сдвигу, т.е. в твердой среде.

В продольных волнах частицы среды колеблются вдоль направления распространения волны. Поскольку все среды обладают сопротивлением изменению объема, продольные волны могут распространяться в твердых, жидких и газообразных средах. Продольные волны представляют, следовательно, процесс распространения сжатий и разрежений в среде. Множества точек среды, колеблющихся в одной фазе, называется волновой поверхностью.

Волновую поверхность можно провести через любую точку пространства. Передняя волновая поверхность называется фронтом волны. Фронт волны отделяет, таким образом, часть пространства, вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не начались. Фронт волны может быть любой формы. В простейших случаях он является плоскостью или сферой. Соответственно различают плоские или сферические волны. Если плоская волна распространяется вдоль оси X, то все точки среды, положения равновесия которых имеют одинаковую координату X (но различные значения координат У и Z), колеблются в одинаковой фазе. Длиной волны λ называется расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний частиц среды:

$$\lambda = VT = \frac{V}{\nu} \, или \, V = \lambda\nu \, , \qquad (4)$$

где $\nu = \dfrac{1}{T}$ – частота колебаний частиц среды.

Уравнением волны называется выражение, определяющее смещение колеблющейся частицы среды как функцию координат X, У, Z ч времени t:

$$\xi = \xi(x, y, z, t),$$

где ξ – смещение колеблющейся частицы из положения равновесия;

X, У, Z – координаты равновесного положения частицы. Найдем вид функции ξ для плоской волны, распространяющейся вдоль оси X.

Предполагается, что колебания носят гармонический характер. Волновые поверхности имеют в этом случае вид плоскостей, перпендикулярных оси X и, следовательно, смещение всех точек, лежащих в этих плоскостях, будет одинаково, т.е. смещение зависит только от X и t:

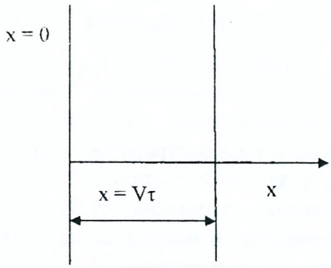


Рисунок 4

$\xi = \xi(x,t)$.

Пусть колебания точек в плоскости X = 0 (рис. 4) имеют вид:

$$\xi(x,t) = a\cos(\omega t + \varphi). \qquad (5)$$

Найдем вид колебания точек в плоскости, соответствующей произвольному значению X. Для того, чтобы пройти путь от плоскости X = 0 до этой плоскости, волне потребуется время $\tau = \frac{x}{v}$, где V – скорость волны. Следовательно, колебания частиц, лежащих в плоскости X, будут отставать по времени на τ от колебаний частиц в плоскости X = 0, т.е. будут иметь вид

$$\xi(x,t) = a\cos[\omega(t-\tau)+\varphi] = a\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{\gamma}\right)+\varphi\right],$$

где мы предположим, что амплитуда колебаний не зависит от X. Для плоской волны это справедливо в отсутствие затухания. Величина а представляет собой амплитуду волны; выражение, стоящее в скобках – фазу волны, φ – начальную фазу.

Уравнение (5) является уравнением плоской волны.

Рассмотрим колебания двух частиц с координатами и (X+λ), отстоящих вдоль оси X на расстояние, равное длине волны. Разность фаз Δ φ колебаний этих частиц будет равна:

$$\Delta\varphi = \left[\omega\left(t-\frac{x+\lambda}{V}\right)+\varphi\right] - \left[\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\varphi\right] = \frac{\omega\lambda}{v} = \frac{2\pi}{T}\times\frac{\lambda}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi,$$

при этом в соответствии с (5) смещения таких точек в любой момент времени одинаковы, т.е. они колеблются одинаково. Таким образом, длину волны можно определить как расстояние между двумя ближайшими точками, колеблющимися одинаково. Для точек, расстояния между которыми (вдоль оси ***X)*** равно L, разность фаз колебаний равна:

$$\Delta\varphi = \frac{\omega l}{v} = \frac{2\pi l}{\lambda} = \kappa l,$$

где $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$

Волновым уравнением (не путать с уравнением плоской волны !) называется дифференциальное уравнение, решением которого является уравнение волны.

Волновым уравнением (не путать с уравнением плоской волны!) называется дифференциальное уравнение, решением которого является уравнение волны. Чтобы найти вид волнового уравнения из (5) находим:

$$\frac{\partial \xi}{\partial X}=\frac{\alpha\omega}{v}\sin\left[\omega\left(t-\frac{X}{v}\right)+\varphi\right]$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2}=\frac{\alpha\omega^2}{v^2}\cos\left[\omega\left(t-\frac{X}{v}\right)+\varphi\right] \qquad (6)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t}=-\omega\sin\left[\omega\left(t-\frac{X}{v}\right)+\varphi\right]$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}=-\alpha\omega^2\cos\left[\omega\left(t-\frac{X}{v}\right)+\varphi\right] \qquad (7)$$

Из (6) и (7) находим

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2}=\frac{1}{v^2}=\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \qquad (8)$$

Уравнение (8) – <u>волновое уравнение</u> для плоской волны, распространяющейся вдоль оси X.

Звуковая волна в газе представляет собой распространяющуюся в пространстве последовательность чередующихся областей сжатия и разрежения, следовательно, давление p^{I} в каждой точке пространства испытывает периодически изменяющееся отклонение $\Delta\rho$ от среднего значения P, совпадающего с давлением, которое существует в газе в отсутствие волн: $\rho^{1}=\rho+\Delta\rho$.

Рассмотрим объем газа в виде цилиндра с площадью основания S, перпендикулярной направлению распространения волны (оси X) и высотой ΔX (рис. 2). Масса газа, заключенного в этом объеме, рана $\rho S\Delta X$, где ρ – плотность невозмущенного волной газа.

Найдем силу действующую на рассматриваемый объем со стороны окружающего газа. Имеем, очевидно, (рис. 5)

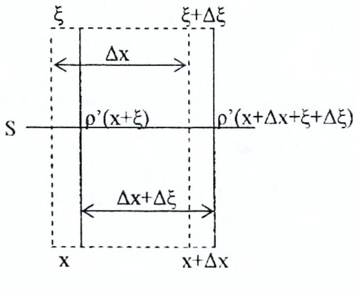


Рисунок 5

$$F_x = S[\rho'(X+\xi) - \rho(X+\Delta X+\xi+\Delta\xi)$$

Отметим, что величины ξ, ΔX и $\Delta\xi$ мы считаем малыми. Малость ξ означает, что амплитуду распространяющихся волн мы считаем малой. Кроме того относительное изменение выделенного объема, равное $\frac{\Delta\xi}{\Delta X}$, также мало, поэтому в сумме (ΔX+Δξ) величиной Δξ можно пренебречь. Тогда, разлагая ρ' в ряд и ограничиваясь первыми членами разложения, получим

$$F_1 = S\left[\rho^1(X) + \frac{\partial\rho^1}{\partial X}\xi - \rho^1(X) - \frac{\partial\rho^1}{\partial X}(\xi + \Delta X) = \frac{\partial\rho^1}{\partial X}S\Delta X\right].$$

Ввиду малости ΔX проекцию ускорения на ось X всех точек цилиндра можно считать одинаковой и равной $\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$ Тогда второй закон Ньютона для выделенного цилиндра запишется в виде:

$$(\rho S\Delta X)\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial\rho^1}{\partial X}S\Delta X \qquad (9)$$

или $$\rho\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = \frac{\partial\rho^1}{\partial X}.$$

При частотах, характерных для звуковой волны, сжатия и разрежения газа следуют друг за другом так быстро, что теплообмен между соседними слоями газа с разной температурой не успевает произойти. Следовательно, процессы изменения давления газа в звуковой волне являются адиабатическими и для них справедливо управление Пуассона:

$$\rho v^\gamma = const,$$

где $\gamma = \frac{C\rho}{C_v} = \frac{i+2}{i}$ – показатель адиабаты газа.

В соответствии с рис. 5 имеем, с учетом того, что $\frac{\Delta\xi}{\Delta X} \ll 1$

$$\rho(S\Delta X)^\gamma = \rho^1[S(\Delta X + \Delta\xi)]^\gamma = \rho^1\left[S\Delta\left(1 + \frac{\Delta\xi}{\Delta X}\right)\right]^\gamma \approx \rho^1(S\Delta X)^\gamma\left(1 + \gamma\frac{\Delta\xi}{\Delta X}\right),$$

откуда: $$\rho^1 = \frac{\rho}{I + \gamma\frac{\Delta\xi}{\Delta X}} \approx \rho\left(1 - \gamma\frac{\Delta\xi}{\Delta X}\right).$$

Здесь мы воспользовались формулами $(1+X)^h \approx 1 + hX$ и $\frac{1}{1+X} \approx 1 - X$, справедливыми при ΔX<<1.

При ΔX→ имеем $\rho^1 = \rho\left(1 - \gamma\frac{\partial\xi}{\partial X}\right)$, тогда $\frac{\partial\rho^1}{\partial X} = \gamma\rho\frac{\partial^2\xi}{\partial X^2}$

Подставляя полученное выражение в (9), получим:

$$\rho\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = \gamma\rho\frac{\partial^2\xi}{\partial X^2}, \text{ откуда } \frac{\partial^2\xi}{\partial X^2} = \frac{\rho}{\gamma\rho}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}. \qquad (8)$$

При атмосферном давлении и обычных температурах большинство газов по своим близки к идеальным. Поэтому из уравнения Менделеева–Клапейрона $\rho V = \frac{m}{\mu}RT$ находим:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\rho\mu}{RT},$$

где μ – молекулярная масса газа.

Тогда (10) примет вид

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial X} = \sqrt{\frac{\mu}{\gamma RT}} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \qquad (9)$$

Сравнивая (11) с (8), видим, что процесс распространения сжатий-разрежений в газе описывается волновым уравнением. Скорость звука в газе равна при этом:

$$V = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} \qquad (10)$$

При распространении звуковой волны в трубе, она испытывает многократные отражения от торцов.

Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и, вообще говоря, очень сложны. Будем считать волну, распространяющуюся вдоль оси X, гармонической. Все отраженные волны в этом случае также являются гармоническими и сохраняют частоту падающей волны. Они отличаются друг от друга направлением движения, а также амплитудой и фазой колебаний. Исследуем смещение частиц газа в волне. Будем пренебрегать затуханием колебаний. Тогда для волны, распространяющейся вправо, уравнение имеет вид (рис. 6)

$$\xi_1 = a_1 cos\left[\omega\left(t - \frac{X}{V}\right) + \varphi_1\right].$$

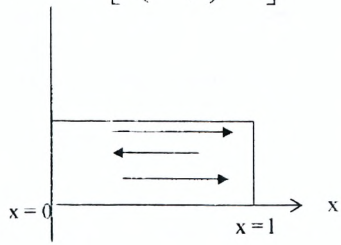


Рисунок 6

Индекс 1 показывает, что мы рассматриваем падающую волну. Смещения частиц в волне, отраженной от правого конца, будут описываться формулой (индекс 2 относится к отраженной волне)

$$\xi_1 = a_2 cos\left[\omega\left(t + \frac{X}{V}\right) + \varphi_2\right].$$

Изменение знака перед членом $\frac{X}{V}$ связано с переменой направления, в котором движется волна. Исследуем связь между амплитудами и фазами волн 1 и 2. Будем считать, что первый торец трубы колебаться не может (для этого его следует сделать из очень упругого (в пределе – бесконечно упругого) материала).

Тогда при X = L колебания отсутствуют, т.е. должно быть

$$\xi_1 + \xi_2 = a_1 co\left[\omega\left(t - \frac{l}{V}\right) + \varphi_1\right] + a_2 \cos\left[\omega\left(t + \frac{l}{V}\right) + \varphi_2\right] = 0 \qquad (12)$$

Условие (12) должно выполняться при всех t. Это возможно лишь при условии, если

$$a_1 = a_2, \quad \frac{\omega l}{V} + \varphi_2 = \frac{\varphi l}{V} + \varphi_1 + \pi$$

Таким образом, при отражении от очень упругого материала амплитуда отраженной волны равна амплитуде падающей, а фаза волны при отражении приобретаст приращение, равное π. Волна 2, таким образом, запишется в виде

$$\xi_2 = a_2 \cos\left[\omega\left(t + \frac{X}{V}\right) + \varphi_1 - \frac{2\omega l}{V} + \pi\right].$$

Волна 2 испытывает отражение от левого торца сосуда. Смещение в этой уже дважды отраженной волне описывается формулой

$$\xi_3 = a_3 \cos\left[\omega\left(t + \frac{X}{V}\right) + \varphi_3\right].$$

Пусть левый торец является также абсолютно упругим. Тогда при x = 0 сумма смещений, вызываемых волнами 2 и 3, должна быть равна нулю:

$\xi_2 + \xi_3 = a_2 \cos\left[\omega t + \varphi - \frac{2\omega l}{V} + \pi\right] + a_3 \cos[\omega t + \varphi_3] = 0,$ что возможно лишь при условии

$$a_3 = a_2. \qquad \varphi_3 = \left(\varphi_1 - \frac{2\omega l}{V} + \pi\right) + \pi.$$

Из второго равенства, отбрасывая несущественное для фазы слагаемое 2π, находим:

$$\varphi_3 = \varphi_1 - \frac{2\omega l}{V} \qquad (13)$$

Волна 3 движется вместе с волной 1 и складывается с ней. Она может ее как ослабить, так и усилить. Наибольший интерес представляет случай, когда эти волны оказываются в фазе, т.е. их амплитуды складываются. Это возможно, если выполнено условие

$$\frac{2\omega l}{V} = n \cdot 2\pi, \qquad (14)$$

где n – любое целое число. Учитывая, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $VT = \lambda$, получим:

$$l = \frac{n\lambda}{2}. \qquad (15)$$

Если условие (15) не выполнено, то последовательно отраженные волны начинают постепенно гасить друг друга, так что амплитуда колебаний в трубе будет невелика. Формула (15) определяет условия возникновения резонанса в трубе. Если резонанс достигнут при некоторой длине l, новое резкое усиление колебаний произойдет при изменении длины трубы на величину

$$\Delta l = \frac{\lambda}{2}. \tag{16}$$

Рассмотрим теперь результирующие колебания, возникающие в столбе жидкости при сложении всего ряда отраженных волн. Складывая все волны, идущие вправо, получим

$$\xi_+ = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{X}{V}\right)\right]. \tag{17}$$

При написании (17) было учтено, что при резонансе все отраженные волны имеют ту же фазу, что и падающая, так что путем выбора начала отсчета времени ее всегда можно сделать равной нулю.

Складывая волны, идущие влево, получим

$$\xi_- = A\cos\left[\omega\left(t + \frac{X}{V}\right) - \frac{2\omega l}{V} + \pi\right] - A\cos\left[\omega\left(t + \frac{X}{V}\right)\right]. \tag{18}$$

Здесь учтено, что при резонансе выполнено условие (14)

Результирующее смещение равно

$$\xi = \xi + \xi = Acco\left[\omega\left(1 - \frac{X}{V}\right)\right] - A\cos\left[\omega\left(t + \frac{X}{V}\right)\right] =$$
$$2A\sin\omega t\sin\frac{\omega X}{V} = 2A\sin\omega t\sin\frac{2\pi X}{\lambda} \tag{19}$$

Как следует из формулы (19), все точки столба газа в трубе колеблются в одной и той же фазе, но с разными амплитудами. Амплитуда звуковых колебаний

$$A_o = 2A\sin\frac{2\pi X}{\lambda}$$

зависит от координаты рассматриваемого участка газа. Она обращается в нуль во всех точках, в которых выполнено условие: $\frac{2\pi X}{\lambda} = n\pi$ или

$$X = \frac{n\lambda}{2}, \tag{20}$$

где n – целое число.

Эти точки называются узлами, они вообще не участвуют в колебаниях. В частности, узлами являются точки x = 0 и x = l. Между узлами расположены пучности – точки с максимальной амплитудой колебаний. Картина, получающаяся при наложении бегущих волн с одинаковой амплитудой, распространяющихся навстречу друг другу, называется стоячей волной. Она характеризуется последовательным расположением узлов и пучностей. Расстояние между соседними узлами, так же как и расстояние между соседними пучностями, равно $\frac{\lambda}{2}$.

Приложение II

1. При фиксированной частоте ν звукового генератора можно изменять расстояние телефон-микрофон. В соответствии с формулой (15) для последовательных резонансов имеем:

$$l_n = n\frac{\lambda}{2}, l_{n+1} = (n+1)\frac{\lambda}{2} \ldots l_{n+\kappa} = n\frac{\lambda}{2} + \kappa\frac{\lambda}{2}$$

т.е. $\frac{\lambda}{2}$ равно угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость удлинения трубы $(l_{n+\kappa} - l_n)$ от номера резонанса. Найдя по графику λ, скорость звука можно найти по формуле (4).

2. При постоянном расстоянии l между телефоном и микрофоном можно изменять частоту ν звукового генератора, а следовательно, и длину волны λ. Для последовательных резонансов имеем

Тогда $l = \frac{\lambda_1}{2}n = \frac{\lambda_2}{2}(n+1) \ldots = \frac{\lambda_{k+1}}{2}(n+k)$ тогда

$$\nu_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{nv}{2l}, \nu_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{2l}(n+1) = \nu_1 + \frac{v}{2l}$$

$$\nu_{k+1} = \frac{v}{\lambda_{k+1}} = \frac{v}{2l}(n+k) = \nu_1 + \frac{v}{2l}k \qquad (21)$$

Литература

1. Детлаф, А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Издательский центр «Академия», 2009. – 8-е изд.
2. Трофимова, Т.И. Основы физики / Т.И. Трофимова – М.: Высшая школа, 2007. – книга 1: Механика.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители:
Чопчиц Николай Игнатьевич
Кандилян Генрик Сережаевич
Хуснутдинова Венера Ямалетдиновна

Методические указания
к выполнению лабораторной работы
Т7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗА АКУСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Ответственный за выпуск: Хуснутдинова В.Я.
Редактор: Боровикова Е.А.
Компьютерная верстка: Кармаш Е.А.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 26.11.2012 г. Формат 60×84 1/16.
Усл. печ. л. 0,93. Уч. изд. л. 1,0. Заказ № 1341. Тираж 60 экз.
Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Брестский государственный технический университет».
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.